गणित – 7
(Part – I)

1. हमारे आस-पास की बड़ी संख्याएँ

अभ्यास–1.1

1. 83,000 की तुलना 1,00,000 से करने पर, 1,00,000 – 83,000 = 17,000 अतः 83,000 एक लाख से 17,000 कम है।

2. 1,13,000 और 1,00,000 की तुलना करने पर, 1,13,000 – 1,00,000 = 13,000 अतः 1,13,000 एक लाख से 13,000 अधिक है।

3. प्रश्न 1 में प्राप्त संख्या = 17,000

प्रश्न 2 में प्राप्त संख्या = 13,000

अतः प्रश्न 1 में प्राप्त संख्या = 4,000

अभ्यास–1.2

1. भारतीय संख्या पद्धति (लाख और करोड़) का उपयोग करते हुए संख्याओं के नाम:

(a) 1,20,001 : एक लाख बीस हजार एक।

(b) 5,05,202 : पाँच लाख पाँच हजार दो सौ दो।

(c) 15,75,000 : पंद्रह लाख पचहत्तर हजार।

(d) 80,23,225 : अस्सी लाख तेईस हजार दो सौ पच्चीस।

2. संख्याओं को अंकों में लिखना:

(a) 21,36,091 (b) 1,09,103

(c) 46,00,202 (d) 51,06,200

अभ्यास–1.3

1. संख्याओं को प्राप्त करने के तरीके:

(a) 9,600

तरीका 1 : $9 \times 1,000 + 6 \times 100$

तरीका 2 : 96×100

(b) 40,389

तरीका 1 : $4 \times 10,000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 9 \times 1$

तरीका 2 : $403 \times 100 + 89 \times 1$

(c) 69,452

तरीका 1 : $6 \times 10,000 + 9 \times 1,000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 2 \times 1$

तरीका 2 : $69 \times 1,000 + 452 \times 1$

(d) 3,83,503

तरीका 1 : $3 \times 1,00,000 + 8 \times 10,000 + 3 \times 1,000 + 5 \times 100 + 3 \times 1$

तरीका 2 : $383 \times 1,000 + 5 \times 100 + 3 \times 1$

2. बटन दबाने का तर्क :

(a) 16 बार बटन दबाकर सबसे छोटी 7-अंकों वाली संख्या: 1,000,015.

(b) 4-अंकों की संख्या के लिए न्यूनतम और अधिकतम बार बटन दबाना:

सबसे छोटी संख्या (1,000) : 1 बार (1,000 वाला बटन)।

सबसे बड़ी संख्या (9,999) : 36 बार ($9 \times 1,000 + 9 \times 100 + 9 \times 10 + 9 \times 1$)।

इसे एक करोड़ (या 100 लाख) पढ़ा जाता है।

अभ्यास–1.4

1. भारतीय पद्धति (Indian System): अल्पविराम दाएं से पहले 3 अंकों के बाद, और फिर प्रत्येक 2-2 अंकों के अंतराल पर लगते हैं (हजार, लाख, करोड़)।

अमेरिकी/अंतरराष्ट्रीय पद्धति (International System)–अल्पविराम हमेशा दाएं से प्रत्येक 3-3 अंकों के अंतराल पर लगते हैं (Thousand, Million, Billion)।

मूल संख्या	भारतीय पद्धति	अमेरिकन पद्धति
(a) 5068343	अल्पविराम: 50,68,343 शब्दों में: पचास लाख अड़सठ हजार तीन सौ तैंतालीस	अल्पविराम: 5,068,343 शब्दों में: पाँच मिलियन अड़सठ हजार तीन सौ तैंतालीस
(b) 29068462	अल्पविराम: 2,90,68,462 शब्दों में: दो करोड़ नब्बे लाख अड़सठ हजार चार सौ बासठ	अल्पविराम: 29,068,462 शब्दों में: उनतीस मिलियन अड़सठ हजार चार सौ बासठ
(c) 30220044	अल्पविराम: 3,02,20,044 शब्दों में: तीन करोड़ दो लाख बीस हजार चौबालिस	अल्पविराम: 30,220,044 शब्दों में: तीस मिलियन दो सौ बीस हजार चौबालीस
(d) 870460234	अल्पविराम: 87,04,60,234 शब्दों में: सतासी करोड़ चार लाख साठ हजार दो सौ चौंतीस	अल्पविराम: 870,460,234 शब्दों में: आठ सौ सत्तर मिलियन चार सौ साठ हजार दो सौ चौंतीस

2. (a) बीस मिलियन नौ सौ छब्बीस हजार तीन सौ उनचास

अंतरर्राष्ट्रीय अंक रूप: 20,926,349

भारतीय संकेतन: 2,09,26,349 (दो करोड़ नौ लाख छब्बीस हजार तीन सौ उनचास)

(b) एक बिलियन तैंतालीस मिलियन सड़सठ हजार चार सौ बारह

अंतरर्राष्ट्रीय अंक रूप: 1,043,067,412

भारतीय संकेतन: 1,04,30,67,412 (एक अरब चार करोड़ तीस लाख सड़सठ हजार चार सौ बारह)

3. (a) एक करोड़ छब्बीस लाख तिरपन हजार चार सौ छियासी

भारतीय अंक रूप: 1,26,53,486

अमेरिकी संकेतन: 12,653,486 बारह मिलियन छ: सौ तिरेपन हजार चार सौ छियासी

(b) तेईस करोड़ सात लाख उनतीस हजार चार सौ चार

भारतीय अंक रूप: 23,07,29,404

अमेरिकी संकेतन: 230,729,404 दो सौ तीस मिलियन सात सौ उन्तीस हजार चार सौ चार

अभ्यास–1.5

1. 2011 में शीर्ष 5 शहरों की अनुमानित कुल जनसंख्या:

शहर: मुंबई, दिल्ली, बेंगलुरु, हैदराबाद, अहमदाबाद।

अनुमानित योग: 1.24 करोड़ + 1.10 करोड़ + 0.84 करोड़ + 0.68 करोड़ + 0.55 करोड़ ≈ 4.4 करोड़।

यह लगभग 4.3 से 4.5 करोड़ के बीच है।

2. तालिका के अनुसार, पुणे एकमात्र शहर है जिसकी 2001 की जनसंख्या 20 लाख से कम है और 2011 की जनसंख्या 30 लाख से अधिक है।

3. चेन्नई की जनसंख्या का गुणक (Multiplier): 1.1 (लगभग)।

तर्क: चेन्नई की जनसंख्या 2001 में लगभग 43 लाख (4.3 मिलियन) से बढ़कर 2011 में 46 लाख (4.6 मिलियन) हो गई। इसलिए, 2011 के आंकड़े के करीब पहुँचने के लिए 2001 की जनसंख्या को 1.08 से गुणा करना होगा (जो लगभग 10% की वृद्धि दर्शाता है)।

प्रश्नावली–1.1

1. दिया है, चिन्तामणि नगर की जनसंख्या = 75,000

अंतर = 1,00,000 – 75,000 = 25,000

अत: चिन्तामणि की जनसंख्या एक लाख से 25,000 कम है।

2. दिया है, वर्ष 2024 में चिन्तामणि की अनुमानित जनसंख्या = 1,06,000

अंतर = 1,06,000 – 1,00,000 = 6,000

अत: चिन्तामणि की जनसंख्या एक लाख से 6,000 अधिक है।

3. दिया है, 2011 में जनसंख्या = 75,000
और 2024 में जनसंख्या = 1,06,000
तब जनसंख्या में परिवर्तन = 1,06,000 – 75,000
= 31,000
अत: 2011 से 2024 के बीच चिन्तामणि की जनसंख्या में 31,000 की वृद्धि हुई।

4. (a) 8,300 = (83 × 100) + (0 × 10) + (0 × 1)
या 8,300 = (8 × 1000) + (3 × 100)
(b) 40,629=(40×1000)+(6×100)+(2×10)+(9 × 1) या
40,629 = (4 × 10,000) + (0 × 1000) + 6 × 100 + 2 × 10 + 9 × 1
(c) 56,354 = (56 × 1000) + (3 × 100) + (54 × 1) या 56,354 = (5 × 10,000) + (6 × 1000) + (3 × 100) + (5 × 10) + (4 × 1)
(d) 66,666 = (66 × 1000) + (6 × 100) + (66 × 1) या 66,666 = (6 × 10,000) + (6 × 1000) + (6 × 100) + 6 × 10 + 6 × 1
(e) 3,67,813 = (36 × 10,000) + (78 × 100) + (13 × 1) या 3,67,813 = (3 × 100,000) + (6 × 10,000) + (7 × 1000) + (8 × 100) + (1 × 10) + (3 × 1)

5. (a) सबसे बड़ी संख्या बनाने के लिए हमें अधिकतम बार सैकड़ा वाला बटन दबाना चाहिए।
लेकिन संख्या 3-अंकों की ही रहनी चाहिए (999 से अधिक नहीं)
30 बार में यदि सभी बार सैकड़ा दबाएँ:
30 × 100 = 3000
3 अंकों की सबसे बड़ी संख्या पाने के लिए:
- 9 बार सैकड़ा → 900
- बाकी 21 बार दहाई → 210
  900 + 210 = 1110
  यह भी 4-अंकों की है।

अब दहाई कम करके इकाई बढ़ाएँ:
- 9 बार सैकड़ा = 900
- 9 बार दहाई = 90
- 12 बार दहाई = 12

कुल दबाव:
9 + 9 + 12 = 30
संख्या:
900 + 90 + 12 = 1002
अब भी 4-अंकों की।
फिर:
- 9 सैकड़ा = 900
- 8 दहाई = 80
- 13 इकाई = 13

900 + 80 + 13 = 993
और कुल दबाव:
9 + 8 + 13 = 30
अत: सबसे बड़ी 3-अंकों की संख्या 993 है।
(b) 997 बनाने के लिए:
- 9 बार सैकड़ा
- 9 बार दहाई
- 7 बार इकाई

कुल दबाव : = 9 + 9 + 7 = 25

6.

संख्या	**न्यूनतम क्लिकों की संख्या**
8300	8 + 3 = 11
40629	4 + 6 + 2 + 9 = 21
56354	5 + 6 + 3 + 5 + 4 = 23
66666	6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30
367813	3 + 6 + 7 + 8 + 1 + 3 = 28

7. हम देखते हैं कि क्लिकों की संख्या प्रत्येक स्थानीय मान के अंक के अनुरूप होती है।

8. हाँ, सबसे कम बटन क्लिक वाले व्यंजक संख्याओं के भारतीय स्थानीय मान लेखन को भी दर्शाते हैं क्योंकि प्रत्येक बटन 10 की किसी घात को दर्शाता है, जो किसी विशेष स्थानीय मान के अनुरूप होता है।

9.

संख्या	भारतीय पद्धति	अमेरिकन पद्धति
(a) 40,50,678	चालीस लाख पचास हजार छह सौ अठहत्तर	चार मिलियन पचास हजार छह सौ अठहत्तर
(b) 4,81,21,620	चार करोड़ इक्यासी लाख इक्कीस हजार छह सौ बीस	अड़तालीस मिलियन एक सौ इक्कीस हजार छह सौ बीस
(c) 2,00,22,002	दो करोड़ बाईस हजार दो	बीस मिलियन बाईस हजार दो
(d) 24,68,13,579	चौबीस करोड़ अड़सठ लाख तेरह हजार पाँच सौ उन्यासी	दो सौ छियालिस मिलियन आठ सौ तेरह हजार पाँच सौ उन्यासी

(e) 34,50,00,543	चौंतीस करोड़ पचास लाख पाँच सौ तैंतालीस	तीन सौ पैंतालीस मिलियन पाँच सौ तैंतालीस
(f) 1,02,03,04,050	एक अरब दो करोड़ तीन लाख चार हजार पचास	एक बिलियन बीस मिलियन तीन सौ चार हजार पचास

10. (a) 1,01,01,010 (b) 1,00,10,01,001
(c) 10,20,30,040 (d) 9,08,07,00,600

11. (a) 30 हजार = 30,000 और 3 लाख = 3,00,000
स्पष्ट है, 3,00,000 > 30,000 ∴ 30 हजार < 3 लाख
(b) क्योंकि 1 मिलियन = 10 लाख और 5 मिलियन = 50 लाख
अतः 500 लाख > 5 मिलियन
(c) 1 मिलियन = 10 लाख और 8 मिलियन = 80 लाख 800 हजार = 8,00,000 = 8 लाख
स्पष्ट है, 800 हजार < 8 मिलियन
(d) क्योंकि 1 बिलियन = 100 करोड़ और 60 बिलियन = 6000 करोड़
स्पष्ट है, 640 करोड़ < 60 बिलियन

12. (a) $2 \times 1768 \times 50 = 1768 \times (2 \times 50) = 1768 \times 100 = 176800$
(b) $72 \times 125 = 72 \times \frac{1000}{8} = 9 \times 1000 = 9{,}000$
(c) $125 \times 40 \times 8 \times 25 = \frac{1000}{8} \times 40 \times 8 \times \frac{100}{4}$
$= 1000 \times 10 \times 100 = 10{,}00{,}000$

13. (a) $25 \times 12 = \left(\frac{100}{4}\right) \times 12 = 100 \times \left(\frac{12}{4}\right)$
$= 100 \times 3 = 300$
(b) $25 \times 240 = \left(\frac{100}{4}\right) \times 240 = 100 \times \left(\frac{240}{4}\right)$
$= 100 \times 60 = 6000$
(c) $250 \times 120 = \left(\frac{1000}{4}\right) \times 120 = 1000 \times \left(\frac{120}{4}\right)$
$= 1000 \times 30 = 30{,}000$
(d) $2500 \times 12 = \left(\frac{10000}{4}\right) \times 12 = 10000 \times \left(\frac{12}{4}\right)$
$= 10000 \times 3 = 30{,}000$
(e) $120 \times 10{,}00{,}000 = 12{,}00{,}00{,}000$

अभ्यास-1.6

1. (a) $50 \times 2342 \times 2 = (50 \times 2) \times 2342 = 100 \times 2342 = 2{,}34{,}200$
(b) $2344 \times 25 = (\frac{2344}{4}) \times 100$
$= 586 \times 100 = 58{,}600$
(c) $3241 \times 25 \times 40 = (40 \times 25) \times 3241 = 1000 \times 3241 = 32{,}41{,}000$
(d) $58246 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 = (25 \times 4) \times 58246 = 58246 \times 100 = 58,24,600$

2. संक्षिप्त हल:
(a) $224 \times 25 = 5{,}600$
(तर्क: $224 \div 4 \times 100 = 56 \times 100$)
(b) $250 \times 24 = 6{,}000$
(तर्क: $250 \times 4 \times 6 = 1{,}000 \times 6$)
(c) $500 \times 4 \times 25 = 50{,}000$
(तर्क: 500×100)
(d) $35 \times 1{,}00{,}000 = 35{,}00{,}000$
($350 \times 10{,}000 = 35{,}00{,}000$) या 3500×1000

प्रश्नावली-1.2

1. (a) दिए गए शर्तों के अनुसार 5 का सबसे बड़ा गुणज = 9876543210
(b) दिए गए शर्तों के अनुसार सबसे छोटी सम संख्या = 1023456798

2. 78,78,878 = अठहत्तर लाख अठहत्तर हजार आठ सौ अठहत्तर। कुल अक्षर = 26

3. ऐसी 9 अंकों की संख्या, जिसमें किसी भी दो अंकों को आपस में बदलने पर हमेशा बड़ी संख्या प्राप्त हो, वह 987654321 है। ऐसी केवल एक ही संख्या संभव है।

4. सबसे बड़ी संख्या प्राप्त करने के लिए बाएँ से बड़े अंकों को बनाए रखते हुए छोटे अंकों को हटाया जाता है। शेष सबसे बड़ी संख्या = 5534512345

5.

संख्या जोड़ा	हिंदी नाम	अक्षर	उभयनिष्ठ अक्षर
12-13	बारह–तेरह	ब,र,ह–त,र,ह	र,ह
13-14	तेरह–चौदह	त,र,ह–च,द,ह	ह
14-15	चौदह–पंद्रह	च,द,ह–प,द,र,ह	द,ह
15-16	पंद्रह–सोलह	प,द,र,ह–स,ल,ह	स,ह
16-17	सोलह–सत्रह	स,ल,ह–स,त,र,ह	स,ह
17-18	सत्रह–अठारह	स,त,र,ह–अ,ठ,र,ह	र,ह
18-19	अठारह–उन्नीस	ठ,र,ह–न,नस	कोई नहीं ✓

हमें 19 तक गिनना होगा। 18 (अठारह) और 19 (उन्नीस) पहली ऐसी क्रमागत संख्याएँ हैं जिनमें कोई भी अक्षर उभयनिष्ठ नहीं है।

6. अंक तालिका (सभी भागों में उपयोगी)

श्रेणी	अंक/संख्या	कुल अंक	संचित अंक
1-9	1	9	9
10-99	2	180	189
100-999	3	2700	2889
1000-9999	4	36000	38889
10000-99999	5	4,50,000	4,88,889
1,00,000-9,99,999	6	54,00,000	58,88,889

(a) 1000वाँ अंक

$1000 - 189 = 811 \rightarrow 811 \div 3 = 270$ शेष 1

270वीं 3-अंकीय संख्या $= 100 + 270 - 1 = 369$

शेष 1 $\rightarrow$ अगली संख्या 370 का पहला अंक

उत्तर–3 (संख्या 370 में)

(b) 10,00,000वाँ अंक

10,00,000 – 4,88,889 = 5,11,111 $\rightarrow$ 5,11,111 ÷ 6 = 85,185 शेष 1

85, 185वीं 6-अंकीय संख्या = 1,00,000 + 85,185 – 1 = 1,85,184

शेष 1 $\rightarrow$ अगली संख्या 1,85,185 का पहला अंक

उत्तर–1 (संख्या 1,85,185 में)

(c) अंक 5 की 5000वीं बार अंक–5 गिनती

श्रेणी	अंक 5 की संख्या	संचित
1–9	1	1
10–99	19	20
100–999	280	300
1000–9999	3700	4000
10000–13495	1000	5000

9999 तक कुल = 4000, अब 1000 और चाहिए।

10000–12999 $\rightarrow$ हजार का अंक कभी 5 नहीं, दर = 300 प्रति हजार $3 \times 300 = 900$

13000–13399 $\rightarrow$ हजार + सैकड़ा कभी 5 नहीं, rate = 20 प्रति सौ $\rightarrow 4 \times 20 = 80$

13400–13495 $\rightarrow$ 13500 आते ही सैकड़े में 5 आता, इसलिए यहाँ रुके $\rightarrow 20$

कुल $= 900 + 80 + 20 = 1000$

उत्तर–संख्या 13495 (इकाई स्थान पर)

7. (a) $20,800 = (2 \times 10,000) + (8 \times 100)$

कुल क्लिक $= 2 + 8 = 10$ क्लिक।

(b) $92,100 = (9 \times 10,000) + (21 \times 100)$

कुल क्लिक $= 9 + 21 = 30$ क्लिक।

(c) $1,20,500 = (12 \times 10,000) + (5 \times 100)$

कुल क्लिक $= 12 + 5 = 17$ क्लिक।

(d) $65,30,000 = (653 \times 10,000)$

कुल क्लिक $= 653$ क्लिक।

(e) 70,25,700 = (702 × 10,000) + (57 × 100)
कुल क्लिक = 702 + 57 = 759 क्लिक।

8. 1 लाख = 1,00,000
1 अरब (बिलियन) = 1,000,000,000
एक अरब में लाख = 1,000,000,000 ÷ 1,00,000 = 10,000

9. (a)

9	8	7	6	5	4	3
		9	8	7	6	5

सबसे बड़ा संभव योग पाने के लिए, 7 अंकों और 5 अंकों वाली संख्याएँ दोनों सबसे बड़ी होनी चाहिए।
7 अंकों वाली संख्या = 98,76,543
5 अंकों वाली संख्या = 98,765
योग = 98,76,543 + 98,765 = 99,75,308

(b)

1	2	3	4	5	6	7
		9	8	7	6	5

सबसे छोटा संभव अंतर पाने के लिए, 7 अंकों वाली संख्या सबसे छोटी और 5 अंकों वाली संख्या सबसे बड़ी होनी चाहिए।
7 अंकों वाली संख्या = 12,34,567
5 अंकों वाली संख्या = 98,765
अंतर = 12,34,567 – 98,765 = 11,35,802

10. (b) 2,00,000 : सबसे निकटतम अनुमान = 1,50,000 + 70,000 – (4,000 × 5) = 2,00,000
(c) 5,80,000 : सबसे निकटतम अनुमान = (1,50,000 × 4) – (4,000 × 5) = 5,80,000
(d) 12,45,000 : सबसे निकटतम अनुमान = (1,50,000 × 8) + (13,000 × 4) – 4,000 = 12,48,000
(e) 20,90,800 : सबसे निकटतम अनुमान = (1,50,000 × 14) + 4,000 – 13,000 = 20,91,000

11. प्रत्येक सिक्के की ऊँचाई = 1 मिमी
एकता की प्रतिमा की ऊँचाई = 180 मी = 180 × 100 × 10 मिमी = 1,80,000 मिमी
सिक्कों की संख्या जो एक के ऊपर एक रखी जाएँगी = 1,80,000 मिमी ÷ 1 मिमी = 1,80,000 सिक्के

12. कुल यात्रा = 12,000 किमी
एक दिन में तय की गई दूरी = 900 – 1000 किमी
अगर यह 900 किमी/दिन तय करे तो अनुमानित दिनों की संख्या = 12,000 ÷ 900 = 13.3 दिन
अगर यह 1,000 किमी/दिन तय करे तो अनुमानित दिनों की संख्या = 12,000 ÷ 1,000 = 12 दिन
अत: प्रशांत महासागर में 12,000 किमी की यात्रा पूरी करने में एल्बाट्रॉस को लगभग 12 से 14 दिन लगेंगे।

13. कुल दूरी = 13,560 किमी, अवधि = 11 दिन
प्रतिदिन तय की गई दूरी = 13,560 किमी ÷ 11 दिन = 1232.73 किमी ≈ 1233 किमी
प्रत्येक दिन = 24 घंटे, अवधि घंटों में = 11 × 24 = 264 घंटे
प्रति घंटे तय की गई दूरी = 13,560 किमी ÷ 264 घंटे = 51.36 किमी ≈ 51 किमी

14. सोमू की इमारत की ऊँचाई = 40 मी
(i) बाल्ड ईगल की उड़ान की ऊँचाई = 4500 से 6000 मी तक
निचला अनुमान = 4500 ÷ 40 = 112.5 मी
ऊपरी अनुमान = 6000 ÷ 40 = 150 मी
अत: बाल्ड ईगल सोमू की इमारत से लगभग 112 से 150 गुना ऊँचाई पर उड़ते हैं।
(ii) माउंट एवरेस्ट की ऊँचाई = 8850 मी
⇒ 8850 ÷ 40 = 221.25
अत: माउंट एवरेस्ट सोमू की इमारत से लगभग 221 गुना ऊँचा है।
(iii) हवाई जहाज की उड़ान की ऊँचाई = 10,000 – 12,000 मी
निचला अनुमान = 10,000 ÷ 40 = 250
ऊपरी अनुमान = 12,000 ÷ 40 = 320
अत: हवाई जहाज सोमू की इमारत से लगभग 250 से 320 गुना ऊँचाई पर उड़ते हैं।

अभ्यास–1.7

1. चंद्रमा की यात्रा (दूरी ~ 3,84,400 किमी):
एक वर्ष में यात्रा : 365 × 100 = 36,500 किमी।

10 वर्षों में: 3.65,000 किमी।

निष्कर्ष: चंद्रमा तक पहुँचने में 10 वर्ष से थोड़ा अधिक समय लगेगा।

2. सूर्य तक पहुँचना (दूरी: 14,96,00,000 किमी):

एक दिन में चली गई दूरी = 1000 किमी.

एक साल में चली गई दूरी = 365 × 1000

= 365000

100 वर्षों में चली गई दूरी : 3.65.00.000 किमी।

निष्कर्ष: नहीं, 100 साल बाद भी हम सूर्य तक नहीं पहुँच पाएंगे क्योंकि यह दूरी बहुत अधिक है।

विविध प्रश्नावली

1. 4 अंकों की सबसे बड़ी संख्या जो 2 का गुणज हो : 9998

2. 10,000 लाख मिलकर एक बिलियन बनाते हैं।

3. 96,432, एक लाख से 3,568 कम है (1,00,000 – 96,432 = 3,568)।

4. 92,43,746 का शब्द रूप: बानवे लाख तैंतालीस हजार सात सौ छियालीस।

5. 1,05,000 प्राप्त करने के लिए बटनों को कम से कम 15 बार दबाना होगा (+ 10,000 को 10 बार और + 1,000 को 5 बार)।

6. 0, 2, 4, 6 और 7 (7 को दो बार लेकर) से बनी छह अंकों की सबसे बड़ी संख्या: 7,76,420.

7. 1,000 मिलियन मिलकर एक बिलियन बनाते हैं।

8. विभिन्न अंकों का प्रयोग करके 7 अंकों की सबसे बड़ी संख्या: 98,76,543.

9. अंकों को बदलने पर मूल संख्या से छोटी संख्या प्राप्त होने वाली 9 अंकों की एक संख्या: 86,41,97,532।

10. रवि के पास अन्य व्यक्तियों से लगभग 790 गुना अधिक धनराशि है।

11. नहीं, वह अपने जीवनकाल में सारा धन खर्च नहीं कर पाएगा क्योंकि इसके लिए उसे लगभग 1,35,724 वर्ष चाहिए।

12. स्टैच्यू ऑफ यूनिटी (182 मीटर), मानसी (1.55 मीटर) से लगभग 116.12 गुना अधिक ऊँची है ($\frac{182}{1.55} = 117.4$ होता है, लगभग।

2. अंकगणितीय व्यंजक

अभ्यास–2.1

1. रिक्त स्थान की पूर्ति:

(i) 1

(ii) 3

(iii) 4

(iv) 8

2. व्यंजकों के मान और उनका क्रम:

पहले, प्रत्येक व्यंजक का मान ज्ञात करते हैं:

(i) $60 \div 3 = 20$

(ii) $39 - 20 = 19$

(iii) $25 \div 5 = 5$

(iv) $5 \times 2 = 10$.

(v) $15 - 4 = 11$

(vi) $15 \div 5 = 3$

अब इन मानों को अवरोही क्रम (बड़े से छोटे) में व्यवस्थित करने पर:

$20 > 19 > 11 > 10 > 5 > 3$

अभ्यास–2.2

बिना पूरी गणना किए, तुलना करने के नियम:

(i) $355 + 185 > 356 + 180$: दाईं ओर, 355 में 1 की वृद्धि हुई (356), लेकिन 185 में 5 की कमी हुई (180)। चूंकि कमी (–5) वृद्धि (+1) से अधिक है, इसलिए दाईं ओर का मान छोटा है।

(ii) $171 + 42 > 172 - 40$: दाईं ओर, पहली संख्या में एक की वृद्धि हुई (172) और घटाई जाने वाली संख्या में 2 की कमी हुई (40)। यह परिणाम को और भी बड़ा बना देता है। अत: बाईं ओर का मान अधिक है।

(iii) 193 + 102 = 191 + 104 : दाईं ओर 193 में 2 की कमी हुई (191) और 102 में 2 की वृद्धि हुई (104)। कमी और वृद्धि बराबर हैं, इसलिए कुल योग समान रहता है।

(iv) 125 + 130 > 127 + 127 : दाईं और, 125 में 2 की वृद्धि हुई (127), लेकिन 130 में 3 की कमी हुई (127)। चूंकि कमी (–3) वृद्धि (+2) से अधिक है, इसलिए दाईं ओर का मान छोटा है।

(v) 341 – 29 = 340 – 20 : दाईं और दोनों संख्याओं में 1 की कमी हुई है। यदि हम दोनों संख्याओं में से समान राशि घटाते हैं, तो अंतर वही रहता है।

प्रश्नावली–2.1

1. (a) $13 + 4 = 17$ और $11 + 6 = 17$
इसलिए, उत्तर = 11
(b) चूंकि $6 \times 5 = 30$ और $22 + 8 = 6 \times 5 = 30$
इसलिए, उत्तर = 8
(c) चूंकि $64 \div 2 = 32$ और $8 \times 4 = 32$
इसलिए, उत्तर = 8
(d) चूंकि $34 - 25 = 9$ और इसलिए, उत्तर = 9

2. (a) $67 - 19 = 48$ (b) $67 - 20 = 47$ (c) $35 + 25 = 60$ (d) $5 \times 11 = 55$ (e) $120 \div 3 = 40$
स्पष्ट रूप से, $40 < 47 < 48 < 55 < 60$
अतः, (e) < (b) < (a) < (d) < (c)

3. (a) $28 - 7 + 8 = 28 + (-7) + 8 = 29$
पद: 28, –7 और 8
(b) $39 - 2 \times 6 + 11 = 39 + (-2 \times 6) + 11 = 38$
पद: 39, – 12 और 11
(c) $40 - 10 + 10 + 10 = 40 + (-10) + 10 + 10 = 50$
पद: 40, –10, 10 और 10
(d) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2 = 48 + (-10 \times 2) + 8 = 36$
पद: 48, -10×2, $16 \div 2$
(e) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5 = (6 \times 3) + (-4 \times 8 \times 5) = -142$
पद: 6×3, $-4 \times 8 \times 5$

4. (a) $89 + 21 - 10$
रिया और सिया चचेरी बहनें हैं। वे समुद्र तट पर गईं, जहाँ रिया ने 89 पत्थर और सिया ने 21 पत्थर इकट्ठा किए। जब वे घर लौटीं उनकी छोटी बहन ने उनसे कुछ पत्थर मांगे। उन्होंने अपनी संग्रह से उसे 10 पत्थर दिए। रिया और सिया के पास कितने पत्थर बचे?
$89 + 21 - 10 = 89 + 21 + (-10) = 89 + 11 = 100$
(b) $5 \times 12 - 6$
राधा ने स्टेशनरी की दुकान से 5 पेन खरीदे। प्रत्येक पेन की कीमत ₹ 12 है। दुकानदार ने कुल कीमत में ₹ 6 की छूट भी दी। दुकानदार को कुल कितनी राशि चुकानी होगी?
$5 \times 12 - 6 = 5 \times 12 + (-6) = 60 + (-6) = 54$
(c) $4 \times 9 + 2 \times 6$
सुमित ने 4 पेंसिल खरीदी, प्रत्येक पेंसिल की कीमत ₹ 9 है, और उसने 2 रबर भी खरीदीं, जिनकी कीमत प्रत्येक ₹ 6 है। इन वस्तुओं को खरीदने के लिए उसे कुल कितने रुपये खर्च करने होंगे?
$4 \times 9 + 2 \times 6 = 36 + 12 = 48$

5. (a) प्रिंसेस एल्सा को मिले सोने के सिक्के = 100
प्रिंसेस एना को मिले सोने के सिक्के = 100
प्रिंसेस एल्सा ने अपने सिक्कों का व्यवसाय शुरू करने में इस्तेमाल किया और अपने सिक्के दोगुने कर दिए।
प्रिंसेस एल्सा के पास सिक्कों की संख्या = 2×100
प्रिंसेस एना ने आभूषण खरीदे और उसके पास केवल आधो सिक्के बचे।
प्रिंसेस अन्ना के पास सिक्कों की संख्या = $100 \div 2 = 50$
इसलिए, प्रिंसेस एल्सा और प्रिंसेस एना के पास कुल सोने के सिक्के = $2 \times 100 + 50$
अतः इस स्थिति का अंकगणितीय व्यंजक है:
$2 \times 100 + 50$
पद: 2×100, 50
अब, $2 \times 100 + 50 = 200 + 50 = 250$
(b) (i) वयस्क के लिए मेट्रो ट्रेन टिकट = ₹ 40
चार वयस्कों के लिए टिकट = 4×40

बच्चे के लिए मेट्रो ट्रेन टिकट = ₹ 20
तीन बच्चों के लिए टिकट = 3 × 20
इसलिए, चार वयस्कों और तीन बच्चों के लिए कुल टिकट की कीमत का व्यंजक = 4 × 40 + 3 × 20
पद: 4 × 40, 3 × 20
अब, 4 × 40 + 3 × 20 = 160 + 60 = ₹ 220
(ii) वयस्क के लिए मेट्रो ट्रेन टिकट = ₹ 40
तीन वयस्कों वाले समूह के लिए टिकट = 3 × 40
दो समूहों के लिए जिनमें तीन वयस्क हैं, कुल टिकट का व्यंजक 2 × (3 × 40)
पद: 2 × (3 × 40)
अब, 2 × (3 × 40) = 2 × 120 = ₹ 240
(c) दिए गए चित्र से, खिड़की की कुल ऊँचाई = गैप की संख्या × 5 सेमी + जाली की संख्या × 2 सेमी + किनारा की संख्या × 3 सेमी
= 7 × 5 + 6 × 2 + 2 × 3
पद: 7 × 5, 6 × 2, 2 × 3
अब, 7 × 5 + 6 × 2 + 2 × 3 = 35 + 12 + 6 = 53 सेमी

अभ्यास–2.3

1. BODMAS नियम के आधार पर गणना:
(i) 205 + 8 : गणना : 20 + 8 – 5 = 28 – 5 = 23
(ii) 17 – 4 × 2 + 2 : गणना : 17 – 8 + 2 = 17 + 2 – 8 = 19 – 8 = 11
(iii) 12 × 2 + 6 ÷ 3 : गणना : 24 + 2 = 26
(iv) 50 – 20 × 2 + 8 ÷ 4 : गणना : 50 – 40 + 2 = 10 + 2 = 12
(v) 10 ÷ 5 + 4 × 2 × 5 : गणना : 2 + 40 = 42

2. स्थितियों के आधार पर समस्याएँ:
(i) 13
(ii) 187
(iii) 75
(iv) 10

प्रश्नावली–2.2

1. (a) 24 + (6 – 4) = 24 + 6 – 4
(b) 38 + (9 – 4) = 38 + 9 – 4
(c) 24 – (6 + 4) = 24 – 6 – 4
(d) 24 – 6 – 4 = 24 – 6 – 4
(e) 27 – (8 + 3) = 27 – (8 + 3)
(f) 27 – (8 – 3) = 27 – 8 + 3

2. (a) 14 + (12 + 10) = 14 + 12 + 10 = 36
(b) 14 – (12 + 10) = 14 – 12 – 10 = –8
(c) 14 + (12 – 10) = 14 + 12 – 10 = 16
(d) 14 – (12 – 10) = 14 – 12 + 10 = 12
(e) –14 + 12 – 10 = –14 + 2 = –12
(f) 14 – (–12 – 10) = 14 + 12 + 10 = 36

3. (a) (6 + 10) –2 = 16 – 2 = 14 और 6 + (10 – 2)
6 + 8 = 14, अत: भाग (a) के व्यंजक का मान समान है।
(b) 16 – (8 – 3) = 16 – 5 = 11 और (16 – 8) – 3 = 8 – 3 = 5, अत: भाग (b) के व्यंजक का मान समान नहीं है।
(c) 27 – (18 + 4) = 27 – 22 = 5 और 27 + (–18 – 4) = 27 + (–22) = 5, अत: भाग (c) के व्यंजक का मान समान है।

4. (a)

व्यंजक	**पद**
319 + 537	319, 537
319 – 537	319, –537
–537 + 319	319, –537
537 – 319	–319, 537

एक ही पद वाले व्यंजक का मान समान होता है। इसलिए, 319 – 537 और –537 + 319 का मान समान है।

(b)

व्यंजक	**पद**
87 + 46 - 109	87, 46, –109
87 + 46 – 109	87, 46, –109
87 + 46 – 109	87, 46, –109
87 – 46 + 109	87, 46, –109
87 – (46 + 109)	87,–46, –109
(87 – 46) + 109	87, –46, 109

एक ही पद वाले व्यंजक का मान समान होता है।
अत:, 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109 का मान समान है। साथ ही, 87 – 46 + 109 और (87 – 46) + 109 का मान भी समान है।

5. (a) 34 – (9 + 12) = 34 – 21 = 13
(b) (56 – 14) – 8 = 42 – 8 = 34

(c) $-22 - (12 + 10) + 22 = -22 - 22 + 22 = -22$

6. (a) $423 + 419 = 419 + 423$ या $423 + 2 = 419 + 6$

(b) $207 - 68 = 210 - 71$

7. यहाँ संख्याओं 2, 3 और 5 तथा संकारकों '+' और और कोष्ठकों के उपयोग से बने कुछ व्यंजक दिए गए हैं, जिनके मान अलग-अलग हैं।

$(2 + 3) - 5 = 5 - 5 = 0$, $5 + (3 - 2) = 5 + 1 = 6$, $-5 + (2 - 3) = -5 + (-1) = -6$, $(-2 + 3) - 5 = 1 - 5 - 4$, आदि।

8. (a) हाँ, उसे हमेशा सही उत्तर मिलेगा यदि वह किसी संख्या में से 10 घटाती है और फिर परिणाम में 1 जोड़ती है, बजाय इसके कि वह सीधे संख्या से 9 घटाए, क्योंकि 10 घटाना और 1 जोड़ना, यानी $-10 + 1 = 9$, संख्या से 9 घटाने के बराबर है। जैसे $36 - 9 = 27$ या $(36 - 10) + 1 = 26 + 1 = 27$

(b) कुछ इसी प्रकार की रणनीतियों के उदाहरण: 19 घटाने के लिए, 20 घटाएँ और 1 जोड़ें:

$54 - 19 = 54 - 20 + 1 = 34 + 1 = 35$

8 घटाने के लिए 10 घटाएँ और 2 जोड़ें:

$43 - 8 = 43 - 10 + 2 = 33 + 2 = 35$

18 घटाने के लिए 20 घटाएँ और 2 जोड़ें:

$65 - 18 = 65 - 20 + 2 = 45 + 2 = 47$

9. (a) $73 - 14 + 1 = 59 + 1 = 60.$
(b) $73 - 14 - 1 = 59 - 1 = 58.$
(a) $73 - (14 + 1) = 73 - 15 = 58.$
(b) $73 - (14 - 1) = 73 - 13 = 60.$
(c) $73 + (-14 + 1) = 73 + (-13) = 60.$
(d) $73 + (-14 - 1) = 73 + (-15) = 58.$

अत:, $73 - 14 + 1$ बराबर है $73 - (14 - 1)$ और $73 + (-14 + 1)$ के।

$73 - 14 - 1$ बराबर है $73 - (14 + 1)$ और $73 + (-14 - 1)$ के।

अभ्यास-2.4

1. (i) $(7 + 4) - 3$ तथा $7 + (4 - 3)$

$(7 + 4) -3 = 11 - 3 = 8$

$7 + (4 - 3) = 7 + 1 = 8$

तुलना: दोनों पक्ष बराबर हैं।

(ii) $20 - (6 - 2)$ तथा $(20 - 6) - 2$

$20 - (6 - 2) = 20 - 4 = 16$

$(20 - 6) - 214 - 2 = 12$

तुलना: $16 > 12$

(iii) $3\ (0) - (8 + 2)$ तथा $(30 - 8) - 2$

$30 - (8 + 2) = 30 -10 = 20$

$(30 - 8) - 2 = 22 - 2 = 20$

तुलना : दोनों पक्ष बराबर हैं।

बिना हल किए पहचानिए: सेट (i) और (iii) का मान समान है।

2. अपेक्षित परिणाम प्राप्त करने के लिए कोष्ठक (brackets) जोड़िए:

(a) $(40 - 8) + 6 = 38$

(गणना: $32 + 6 = 38$)

(b) $(60 - 12) + 6 = 54$

(गणना: $48 + 6 = 54$)

(c) $(25 + 10) + 5 = -30$

(गणना: $-35 + 5 = -30$)

3. शिल्पा की विधि पर आधारित प्रश्न:

(i) क्या उसका तरीका हमेशा सही होता है? क्यों?

हाँ, उसका तरीका हमेशा सही होता है।

कारण: गणितीय रूप से किसी संख्या में से 8 घटाना (–8) वही है जो 10 घटाकर 2 जोड़ना $(-10 + 2)$ है, क्योंकि $-10 + 2 = 8$ होता है।

(ii) क्या आप ऐसी ही कोई तरकीब सोच सकते हैं? कुछ उदाहरण लिखिए।

हाँ, यहाँ कुछ और उदाहरण दिए गए हैं:

9 घटाने के लिए: 10 घटाकर 1 जोड़ें $(-10 + 1)$। उदाहरण: $45 - 9 = 45 - 10 + 1 = 36$।

19 जोड़ने के लिए: 20 जोड़कर 1 घटाएँ $(+20 - 1)$। उदाहरण: $30 + 19 = 30 + 20 - 1 = 49$।

प्रश्नावली-2.3

1. (c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \underline{+} 3 \times \underline{8}$
(d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \underline{+} 2 \times \underline{4}$
(e) $3 \times (\underline{7} + 4) = 3 \underline{\times 7} + \underline{3 \times 4}$
(f) $(\underline{13} + 6) \times 4 = 13 \times 4 + \underline{6 \times 4}$
(g) $3 \times (\underline{5} + \underline{2}) = 3 \times 5 + 3 \times 2$
(h) $(\underline{2} + \underline{3}) \times \underline{4} = 2 \times 4 + 3 \times 4$

(i) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times \underline{2}$
(j) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times \underline{7}$
(k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \underline{-} 5 \times \underline{3}$
(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \underline{-} 3 \times 7$
(m) $5 \times (12 - \underline{3}) = \underline{5 \times 12 -} 5 \times \underline{3}$
(n) $(15 - \underline{6}) \times 7 = \underline{15 \times 7} - 6 \times 7$
(o) $5 \times (\underline{9} - \underline{4}) = 5 \times 9 - 5 \times 4$
(p) $(\underline{17} - \underline{9}) \times \underline{7} = 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. (a) धनात्मक × 29 (>) ऋणात्मक × 29
$\therefore (8 - 3) \times 29 \ (>)\ (3 - 8) \times 29.$
(b) छोटा मान (पहले गुणा करने पर) (<) बड़ा मान (पहले जोड़ करने पर)
$\therefore 15 + 9 \times 18 \ (<)\ (15 + 9) \times 18.$
(c) छोटा मान (पदों के घटाव के कारण) (<) बड़ा मान (पदों के जोड़ के कारण)
$23 \times (17 - 9) \ (<)\ 23 \times 17 + 23 \times 9.$
(d) यह एक गुणधर्म है जिसे वितरण गुणधर्म कहा जाता है, इसलिए दोनों बराबर हैं।
$(34 - 28) \times 42 \ (=)\ 34 \times 42 - 28 \times 42.$

3. (a) $2 \times (5 + 2) = 14$,
(b) $2 \times (3 + 4) = 14$,
(c) $2 \times (4 + 3) = 14$,
(d) $2 \times (6 + 1) = 14$

4. (i) योग $= 4 \times 5 + 8 \times 4 = 20 + 32 = 52$
साथ ही, योग $= 4 \times (5 + 8) = 4 \times 13 = 52$
(ii) योग $= 5 \times 8 + 6 \times 8 = 40 + 48 = 88$ साथ ही, योग $= 8 \times (5 + 6) = 8 \times 11 = 88$

5. (a) बाजार में रहीम द्वारा प्रतिदिन आम की आपूर्ति = 9 किग्रा
बाजार में श्याम द्वारा प्रतिदिन आम की आपूर्ति = 11 किग्रा
प्रत्येक दिन बाजार में आम की कुल आपूर्ति = (9 + 11) किग्रा
अतः सभी 7 दिनों में बाजार में आम की कुल आपूर्ति = $7 \times (9 + 11)$ किग्रा $= 7 \times 20$ = 140 किग्रा
(b) बीनू की प्रति माह आय = ₹ 20,000
बीनू का कुल मासिक व्यय = ₹ 5,000
किराया = ₹ 5,000 तथा भोजन = ₹ 2,000
अन्य खर्च = 5,000 + 5,000 + 2,000
अतः बीनू की मासिक बचत = ₹ 20,000 – ₹ (5,000 + 5,000 + 2,000) = ₹ 8,000
इस प्रकार, कुल वार्षिक बचत = 12 × ₹ 8,000 = ₹ 96,000, अतः वर्ष के अंत तक बीनू ₹ 96000 की बचत करेगी।
(c) चूँकि घोंघा दिन के समय खंभे पर 3 सेमी ऊपर चढ़ता है और रात में 2 सेमी नीचे फिसल जाता है। अतः एक दिन में घोंघे द्वारा खंभे पर चढ़ी दूरी = 3 – 2 = 1 सेमी
∴ 7 दिनों में चढ़ी दूरी = 7 सेमी
खंभे की ऊँचाई = 10 सेमी
8वें दिन फिसलने से पहले चढ़ी दूरी = 7 + 3 = 10 सेमी
अतः घोंघा खंभे के शीर्ष तक पहुँचने और स्वादिष्ट भोजन पाने में 8 दिन लेगा।

6. एक सप्ताह में मंगलवार और शनिवार को छोड़कर दिनों की संख्या = 7 – 2
चूँकि मेल्विन मंगलवार और शनिवार को छोड़कर प्रत्येक दिन दो पृष्ठों की एक कहानी पढ़ता है। अतः एक सप्ताह में पढ़ी गई कहानियों की संख्या = $1 \times (7 - 2)$
इसलिए 8 सप्ताहों में पढ़ी गई कहानियों की संख्या = $8 \times 1 \times (7 - 2) = 8 \times (7 - 2)$ या $(7 - 2) \times 8$
[व्यंजक (b)] या $7 \times 8 - 2 \times 8$ [व्यंजक (g)]
केवल व्यंजक (b) और (g) इस स्थिति का वर्णन करते हैं।

7. (a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$
$= (1 + 3 + 5 + 7 + 9) + (-2 - 4 - 6 - 8 - 10)$
$= 25 + (-30) = -5$

8. (a) $49 - 7 + 8 = 49 - 7 + 8$ (∴ दोनों पक्षों के सभी पद समान हैं)
(b) $83 \times 42 > 83 \times 40$
$\therefore 83 \times 42 - 18 > 83 \times 40 - 18$
(c) $17 \times 8 > 17 \times 6$
$\Rightarrow -17 \times 8 < -17 \times 6$
$\therefore 145 - 17 \times 8 < 145 \times 17 \times 6$
(d) $23 \times (48 - 35) = 23 \times 48 - 23 \times 35$ या
$23 \times 48 - 35 > 23 \times 48 - 23 \times 35$
(e) $(16 - 11) \times 12 = 16 \times 12 - 11 \times 12 = -11 \times 12 + 16 \times 12$
$\therefore (16 - 11) \times 12 = -11 \times 12 + 16 \times 12$
(f) $(76 - 53) \times 88 = 76 \times 88 - 53 \times 88 = -(53 - 76) \times 88$
$\therefore (76 - 53) \times 88 > 88 \times (53 - 76)$
(g) $43 + 15 = 42 + 1 + 15 = 42 + 16$

$\Rightarrow 25 \times (43 + 15) = 25 \times (42 + 16)$
$\therefore 25 \times (42 + 16) = 25 \times (43 + 15)$
(h) $35 \times (27 - 15) = 36 \times (28 - 16)$
$\therefore 36 \times (28 - 16) > 35 \times (27 - 15)$

9. (a) $83 - 37 - 12$

(i) $84 - 38 - 12$ में दिए गए व्यंजक की तुलना में भिन्न पद हैं। अत: यह मूल व्यंजक के बराबर नहीं है।

(ii) $84 - (37 + 12) = 84 - 37 - 12$ जो दिए गए व्यंजक के समान है।

(iii) $83 - 38 - 13$ में दिए गए व्यंजक की तुलना में भिन्न पद हैं। अत: यह मूल व्यंजक के बराबर नहीं है।

(iv) $-37 + 83 - 12 = 83 - 37 - 12$ जो दिए गए व्यंजक के समान है।

$\therefore$ (a) (iv) के बराबर है।

(b) $93 + 37 \times 44 + 76 = 93 + (37 \times 44) + 76$

(i) $37 + 93 \times 44 + 76 = 37 + (93 \times 44) + 76$, गुणन में दिए गए व्यंजक की तुलना में भिन्न संख्याओं का उपयोग किया गया है। अत: यह मूल व्यंजक के बराबर नहीं है।

(ii) $93 + 37 \times 76 + 44 = 93 + (37 \times 76) + 44$, गुणन में दिए गए व्यंजक की तुलना में भिन्न संख्याओं का उपयोग किया गया है। अत: यह मूल व्यंजक के बराबर नहीं है।

(iii) $(93 + 37) \times (44 + 76)$, इसमें समूह बनाना और संक्रिया का क्रम दिए गए व्यंजक से भिन्न है। अत: यह मूल व्यंजक के बराबर नहीं है।

(iv) $37 \times 44 + 93 + 76 = (37 \times 44) + 93 + 76$, जिसे पुन: व्यवस्थित करके $93 + (37 \times 44) + 76$ लिखा जा सकता है। अत: यह मूल व्यंजक के बराबर है।

$\therefore$ (b) (iv) के बराबर है।

10. माना हमने संख्या 3 चुनी। तब 3 मान वाले अलग-अलग व्यंजक हैं–

(i) $14 - 11$	(ii) $24 - 3 \times 7$
(iii) $(13 + 3) - (17 - 4)$	(iv) $2 \times 1 + 1$
(v) $3 \times 2 - 3$	(vi) $25 - 2 \times 11$
(vii) $33 \div 11$	(viii) $44 \times 1 - 41$
(ix) $3 \times 5 \times 2 \div 10$	(x) $2 \times 5 - (2 + 5)$

अभ्यास–2.5

1. रिक्त स्थान में '>', '<' या '=' भरे:

(i) $(4 - 3) \times 12$ [=] $(4 - 2) \times 6$
बायों पक्ष: $1 \times 12 = 12$
दायाँ पक्ष: $2 \times 6 = 12$
परिणाम: $12 = 12$

(ii) $17 + (2 + 3)$ [<] $(9 - 4) \times 5$
बायाँ पक्ष: $17 + 5 = 22$
दायाँ पक्ष: $5 \times 5 = 25$
परिणाम: $22 < 25$

(iii) $15 \times 2 - 7 \times 2$ [>] $7 \times (4 - 3)$
बायाँ पक्ष: $30 - 14 = 16$
दायाँ पक्ष: $7 \times 1 = 7$
परिणाम: $16 > 7$

(iv) $15 \div 5 + 2 \times 3$ [<] $7 \times 2 + 3 \times 4$
बायाँ पक्ष: $3 + 6 = 9$
दायाँ पक्ष $14 + 12 = 26$
परिणाम: $9 < 26$

2. रानीखेत शहर के संतरों की समस्या:
गणितीय व्यंजक: $(8 + 10) \times 7$
परिकलन (Calculation):
अनिल और पवन द्वारा एक दिन में लाए गए कुल संतरे $= 8 + 10 = 18$ किलो
एक सप्ताह (7 दिन) में कुल मात्र $= 18 \times 7$ $= 126$ किलो

उत्तर: बाजार में लाए गए संतरों की कुल मात्र 120 किलो है।

3. निम्नलिखित में से कौन-सा व्यंजक, 72253354 के बराबर है?
सही विकल्प: (iv) $25 \times 33 + 72 + 54$
कारण: गणित में जोड़ और गुणा के क्रम बदलने पर परिणाम नहीं बदलता (क्रमविनिमेय नियम)। विकल्प (iv) में केवल पदों का स्थान बदला गया है, जबकि संक्रियाएँ (operations) वही हैं।

यहाँ इमेज में दिए गए प्रश्नों के सही हल दिए गए हैं। ये समाधान MS Word के लिए उपयुक्त फॉर्मेट में तैयार किए गए हैं:

विविध प्रश्नावली

1. इरफान की खरीदारी का व्यंजक:

व्यंजक: $100 - (15 + 56)$

2. योग का क्रमविनिमेय गुण:

परिभाषा: इस गुण के अनुसार, दो संख्याओं को किसी भी क्रम में जोड़ने पर उनका योगफल समान रहता है।

नियम: $a + b = b + a$

3. व्यंजक $4 + 15 - 9$ में पद:

पद: 4, 15 और 9

4. $6 \times 3 - 4 \times 2$ का मान:

गणना: $18 - 8 = 10$

5. 7 डोसे और टिप की कुल लागत का व्यंजक:

व्यंजक: $7 \times 23 + 5$

6. रवि की 7 सप्ताह की कमाई:

व्यंजक: $7 \times (500 + 6 \times 400)$

गणना: $7 \times (500 + 2400) = 7 \times 2900 = 20,300$

उत्तर: वह 7 सप्ताह में ₹ 20,300 कमाएगा।

7. किन्हीं पाँच अंकगणितीय व्यंजक (परिणाम 72):

1. 72×1
2. 36×2
3. $80 - 8$
4. $60 + 12$
5. $144 \div 2$

8. रिक्त स्थानों की पूर्ति:

(a) $(4 + 2) \times 2 = 12$ (चूँकि $6 \times 2 = 12$)

(b) $3 \times (6 + 3) = 27$ (चूँकि $3 \times 9 = 27$)

9. कोष्ठक लगाइए:

(a) $24 - (12 - 6) = 18$ (गणना: $24 - 6 = 18$)

(b) $(27 \div 3) \times 2 + 2 = 20$)

नोट: $(27 \div 3) \times 2 + 2 = 9 \times 2 + 2 = 18 + 2 = 20$

3. बिंदु से परे एक दृष्टि

अभ्यास-3.1

1. (a) $\frac{8}{10} = 0.8$ (b) 1.6

(c) $\frac{135}{10} = 13.5$ (d) 13.1

(e) 10.5 (f) 7.6

(g) 6.7 (h) 4.1

आरोही क्रम (बढ़ते क्रम में):

$\frac{8}{10}$, 1.6, 4.1, 6.7, 7.6, 10.5, 13.1, $\frac{135}{10}$

2. $3\frac{1}{10} = 3.1$

$\frac{21}{10} = 2.1$

$\frac{3}{10} = 0.3$

$30\frac{1}{10} = 30.1$

$31\frac{1}{10} = 31.1$

आरोही क्रम (बढ़ते क्रम में):

$\frac{3}{10} < \frac{21}{10} < 3\frac{1}{10} < 30\frac{1}{10} < 31\frac{1}{10}$

अभ्यास-3.2

1. स्वयं कीजिए।

2. (i) तर्क: यहाँ प्रत्येक पद में $\frac{2}{10}$ जोड़ा जा रहा है।

अगली संख्याएँ: $2\frac{6}{10}, 2\frac{8}{10}, 3, 3\frac{2}{10}$

(ii) तर्क: यहाँ प्रत्येक पद में $\frac{1}{10}$ जोड़ा जा रहा है।

अगली संख्याएँ: $3\frac{3}{10}, 3\frac{4}{10}, 3\frac{5}{10}, 3\frac{6}{10}$

(iii) तर्क: यहाँ प्रत्येक पद में $\frac{3}{10}$ जोड़ा जा रहा है।

अगली संख्याएँ: $7\frac{9}{10}, 8\frac{2}{10}, 8\frac{5}{10}, 8\frac{8}{10}$

अभ्यास-3.3

योग या अंतर ज्ञात कीजिए

1. $\frac{40}{100} + \frac{3}{100} = \frac{43}{100}$ (या 0.43)

2. $8\frac{62}{100} + 1\frac{74}{100} = 9\frac{136}{100} = 10\frac{36}{100}$

(**नोटः** इसे 8.62 – 1.74 के रूप में हल करने पर)

3. $(12-4)+(\frac{5}{100}-\frac{3}{100})=8+\frac{2}{100}=8\frac{2}{100}$ (या 8.02)

4. $10+\frac{70}{100}-\frac{3}{100}=10+\frac{67}{100}=10\frac{67}{100}$ (या 10.67)

5. $13\frac{40}{100}+2\frac{9}{100}=15\frac{49}{100}$ (या 15.49)

6. $5+\frac{9}{100}+\frac{70}{100}=5+\frac{79}{100}=5\frac{79}{100}$ (या 5.79)

प्रश्नावली-3.1

1. (a) $\frac{3}{10}+3\frac{4}{100}=\frac{30}{100}+3+\frac{4}{100}$

$=3+\left(\frac{30}{100}+\frac{4}{100}\right)$

$=3+\frac{3}{10}+\frac{4}{100}=3\frac{3}{10}\frac{4}{100}$

(b) $9\frac{5}{10}\frac{7}{100}+2\frac{1}{10}\frac{3}{100}$

$=(9+2)+\left(\frac{5}{10}+\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{7}{100}+\frac{3}{100}\right)$

$=11+\left(\frac{5+1}{10}\right)+\left(\frac{7+3}{100}\right)=11+\frac{6}{10}+\frac{10}{100}$

$=11+\frac{6}{10}+\frac{1}{10}=11+\frac{7}{10}=11\frac{7}{10}.$

(c) $15\frac{6}{10}\frac{4}{100}+14\frac{3}{10}\frac{6}{100}$

$=(15+14)+\left(\frac{6}{10}+\frac{3}{10}\right)+\left(\frac{4}{100}+\frac{6}{100}\right)$

$=29+\left(\frac{6+3}{10}\right)+\left(\frac{4+6}{100}\right)=29+\frac{9}{10}+\frac{10}{100}$

$=29+\frac{9}{10}+\frac{1}{10}=29+\frac{10}{10}=29+1=30.$

(d) $7\frac{7}{100}-4\frac{4}{100}$

$=(7-4)+\left(\frac{7}{100}-\frac{4}{100}\right)=3+\frac{3}{100}=3\frac{3}{100}.$

(e) $8\frac{6}{100}-5\frac{3}{100}=(8-5)+\left(\frac{6}{100}-\frac{3}{100}\right)$

$=3+\frac{3}{100}=3\frac{3}{100}.$

(f) $12\frac{6}{10}\frac{2}{100}-\frac{9}{10}\frac{9}{100}$

$=\frac{1200}{100}+\frac{60}{100}+\frac{2}{100}-\left(\frac{90}{100}+\frac{9}{100}\right)$

$=\frac{1262}{100}-\frac{99}{100}=\frac{1163}{100}=11\frac{6}{10}\frac{3}{100}$

2.

(a)	(b) 1	(c) 1	(d)
5.3	18.0	2.15	9.01
+2.6	+8.8	+5.26	+9.10
= 7.9	= 26.8	= 7.41	= 18.11

(e) 1 1	(f) 1	(g)	(h) 11
29.19	0.934	0.75	6.236
+ 9.91	+ 0.600	+0.03	+0.487
= 39.10	= 1.534	= 0.78	= 6.723

3.

(a)	(b) 17 10	(c) 9 14	(d) 16 9 9 10
5.6	18 . 0	10 . 4	17 . 0 0 0
–2.3	–8 . 8	– 4 . 5	– 16 . 1 9 8
= 3.3	= 9 . 2	= 5 . 9	= 0 . 8 0 2

(e) 6 9 10	(f) 2 14
17 . 0 0	3 4 . 505
– 0 . 0 5	– 1 8 . 100
= 16 . 9 5	= 1 6 . 405

(g) 8 10	(h) 5 11 12 16
9.9 0	6 . 2 3 6
– 9.0 9	–0 . 4 8 7
= 0.8 1	=5 . 7 4 9

अभ्यास-3.4

1. दशमलव संख्याओं का जोड़ः

(a) 7.9
(b) 26.6
(c) 4.62
(d) 6.502

2. दशमलव संख्याओं का घटाव:

(a) 3.2

(b) 8.193

(c) 6.021

(d) 5.62

अभ्यास-3.5

1. (a) 26.924
(b) 55.3713
(c) 10.93

2. घटाव का अनुमान (Estimation):

41.92 – 8.43 की वास्तविक गणना 33.49 है। अनुमान के लिए: 42 – 8 = 341 चूंकि 33.49 हमारे अनुमान 34 के करीब है, इसलिए उत्तर सही है।

प्रश्नावली-3.2

1. (a) $\frac{5}{100} = 0.05$ (b) $\frac{16}{1000} = 0.016$

(c) $\frac{12}{10} = 1.2$ (d) $\frac{254}{1000} = 0.254$

2. (a) $0.34 = \left(3\times\frac{1}{10}\right)+\left(4\times\frac{1}{100}\right).$

(b) $1.02 = (1\times1)+\left(2\times\frac{1}{100}\right).$

(c) $0.8 = \left(8\times\frac{1}{10}\right).$

(d) $0.362 =$

$\left(3\times\frac{1}{10}\right)+\left(6\times\frac{1}{100}\right)+\left(2\times\frac{1}{1000}\right).$

3. 6.4 और 6.5 के बीच 4 विभाजन हैं। इसलिए प्रत्येक विभाजन 0.1 या $\frac{1}{10}$ का एक-चौथाई भाग है, अर्थात, $\frac{1}{40}$ = 0.025 इकाई।

इसलिए, 6.4 के बाद दूसरा विभाजन, जिसे 'a' द्वारा दर्शाया गया है, संख्या 6.45 को निरूपित करता है, जबकि 6.5 के बाद पहला विभाजन, जिसे 'c' द्वारा दर्शाया गया है, संख्या 6.525 को निरूपित करता है, और 6.5 के बाद दूसरा विभाजन, जिसे (d) द्वारा दर्शाया गया है, संख्या 6.55 को निरूपित करता है।

4. (a) 11.10 > 11.01 > 1.101 > 1.011 > 1.01.

(b) 2.768 > 2.698 > 2.675 > 2.567 > 2.499.

(c) 4.678 ग्राम > 4.666 ग्राम > 4.656 ग्राम > 4.600 ग्राम > 4.595 ग्राम।

(d) 33.331 मीटर > 33.313 मीटर > 33.31 मीटर > 33.133 मीटर > 33.13 मीटर।

5. अंकों 1, 4, 0, 8, और 6 का उपयोग करते हुए, हम बना सकते हैं:

(a) 30 के निकटतम दशमलव संख्या = 40.168.

(b) 100 और 1000 के बीच संभव न्यूनतम दशमलव संख्या = 104.68

6. नहीं, यह आवश्यक नहीं है क्योंकि 0.9 > 0.123456789 है।

7. माही द्वारा खरीदी गई वस्तुओं का कुल भार = 0.25 किग्रा. + 0.3 किग्रा. + 0.5 किग्रा. + 0.2 किग्रा. + 0.05 किग्रा. = 1.3 किग्रा.।

8. अंतिम तीन दिनों में डेयरी को आपूर्ति की गई दूध की कुल मात्रा = 6 दिनों में आपूर्ति किया गया कुल दूध – पहले 3 दिनों में आपूर्ति किया गया कुल दूध

= 25 ली. – (3.79 ली. + 4.22 ली. + 4.25 ली.)

= 25 ली. – 12.26 ली. = 12.74 ली.

9. चूँकि 35.75 कि.ग्रा. > 34.50 कि.ग्रा. है, इसलिए टिंकू के भार (weight) में कमी आई है।

अब, भार में परिवर्तन = 35.75 कि.ग्रा. – 34.50 कि.ग्रा. = 1.25 कि.ग्रा.।

10. आइए दिए गए पैटर्न का विश्लेषण करते हैं:

5.5 (+0.9), 6.4 (–0.01), 6.39 (+0.9), 7.29 (–0.01), 7.28 (+0.9), 8.18 (–0.01), 8.17. तो यह अनुक्रम वैकल्पिक रूप से 0.9 की वृद्धि और फिर 0.01 की कमी के क्रम का पालन करता है। इस प्रकार, अगली दो संख्याएँ 9.07 और 9.06 हैं।

11. हम जानते हैं कि 1 किमी = 1000 मी और 1 मी = 1000 मिमी, इसलिए 1 किमी = 1000 × 1000 मिमी = 1000000 मिमी

12. 1 यात्री के लिए दिया गया बीमा शुल्क = 45 पैसे = ₹ 0.45

अतः 1 लाख यात्रियों के लिए दिया गया कुल बीमा शुल्क = ₹ 0.45 × 100000 = ₹ 45000

13. (a) चूँकि $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$ और $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

इसलिए $\frac{1}{10} > \frac{10}{1000}$

(b) चूँकि एक शतांश $= \frac{1}{100}$ और 90 सहस्त्रांश $= \frac{90}{1000} = \frac{9}{100}$, इसलिए $\frac{9}{100} > \frac{1}{100}$ या 90 सहस्त्रांश > एक शतांश।

(c) चूँकि एक सहस्त्रंश $= \frac{1}{1000}$ और 90 शतांश $= \frac{90}{100} = \frac{900}{1000}$, इसलिए $\frac{1}{1000} < \frac{900}{1000}$

14. (b) 12 दहाई और 12 दशांश $= 12 \times 10 + 12 \times \frac{1}{10} = 120 + \frac{12}{10} = 120 + 1.2 = 121.2$

(c) 10 दहाई, 10 इकाई, 10 दशांश, और 10 शतांश

$= 10 \times 10 + 10 \times 1 + 10 \times \frac{1}{10} + 10 \times \frac{1}{100}$

$= 100 + 10 + 1 + \frac{1}{10} = 111.1$

(d) 25 दहाई, 25 इकाई, 25 दशांश, और 25 शतांश

$= 25 \times 10 + 25 \times 1 + 25 \times \frac{}{10} + 25 \times \frac{1}{100}$

$= 250 + 25 + 2.5 + 0.25 = 277.75$

15.

$$\begin{array}{r} 9\,.\,4\;7\;6 \\ +\;1\,.\,0\;2\;5 \\ \hline 10\,.\,5\;0\;1 \\ \hline \end{array}$$

16. (a) $\frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10} = 0.5$

(b) $\frac{3}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{15}{10} = \frac{10}{10} + \frac{5}{10} = 1 + \frac{5}{10} = 1.5$

(c)
$\frac{1}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{25}{100} = \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 0.25$

(d)
$\frac{3}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{75}{100} = \frac{70}{100} + \frac{5}{100} = \frac{7}{10} + \frac{5}{100} = 0.75$

(e) $\frac{1}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{10} = 0.2$ (f) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{8}{10} = 0.8$

अभ्यास–3.6

1. (a) 12.02, 12.015, 12.009, 12.001
(b) 5.67, 5.605, 5.6, 5.598
(c) 0.654, 0.6539, 0.6535, 0.6532
(d) 100.012, 100.01, 100.008, 100.0005

2. (i) 50.278
(ii) 502.78

3. (a) तीन दसवां (0.30) अधिक है।
(b) पाँच–दसवां (0.50) अधिक है।

4. (a) 54 + 0.7 + 0.90 = 55.6
(b) 150 + 12 + 0.8 + 0.05 = 162.85

विविध प्रश्नावली

1. ₹ 0.45

2. 0.4 (चूंकि 0.40 > 0.35)

3. 23.4 (234 दशांश $= \frac{234}{10}$)

4. 3.75 (12.50 – 8.75 = 3.75)

5. 3.001 < 3.01 < 3.1

6. (a) 0.45, (b) 0.308, (c) 8.7, (d) 0.605

7. (a) $\frac{5}{10} + \frac{6}{100}$

(b) $2 + \frac{3}{10} + \frac{0}{100} + \frac{7}{1000}$

(c) $1 + \frac{8}{10}$

(d) $4 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$

8. (a) 7.023 < 7.032 < 7.203 < 7.302 < 7.320
(b) 14.095 < 14.159 < 14.509 < 14.519 < 14.591

9. (a) 51.279 (दिए गए अंकों 2, 9, 7, 1, 5 का प्रयोग करके 50 के सबसे निकट)
(b) 12.579 (10 और 100 के बीच सबसे छोटी संभव संख्या)

10. 2.85 किग्रा (कुल योग: 0.65 + 1.25 + 0.80 + 0.15 = 2.85)

11. 16.45 ली

पहले 3 दिनों की कुल आपूर्ति: 4.35 + 5.40 + 3.80 = 13.55 ली

अंतिम 3 दिनों की आपूर्ति: 30.00 – 13.55 = 16.45 ली

12. 7.85, 8.3, 8.75 (पैटर्न: प्रत्येक पद में 0.45 जोड़ा जा रहा है)

4. अक्षर-संख्याओं के उपयोगी व्यंजक

अभ्यास-4.1

1. पाइप की लंबाई का व्यंजक

अरुण का शुरुआती पाइप की लंबाई: 25 मीटर

जोड़ा गया पाइप: P मीटर

कुल लंबाई के लिए व्यंजक: (25 + P) मीटर

2. मशीन को चालू होने में लगा समय : 12 सेकंड

1 किलो चावल पीसने में लगा समय : 6 सेकंड प्रति किलो

इसी प्रकार, 'm' किलो के लिए व्यंजक: 12 + 6m सेकंड

3. बीजीय व्यंजक

(a) n से 6 अधिक: n + 6

(b) एक संख्या x से 3 कम : x – 3

(c) संख्या y के 5 गुने से 16 अधिक: 5 × y + 16

(d) संख्या z के 3 गुने से 14 कम: 3 × z – 14

प्रश्नावली-4.1

1. (a) त्रिभुज: परिमाप = 3 × भुजा की लंबाई।

(b) सम पंचभुज: परिमाप = 5 × भुजा की लंबाई

(c) सम षट्भुज: परिमाप = 6 × भुजा की लंबाई।

2. मुनिरत्न के पास पाइप की लंबाई = 20 मी

वह जिस दूसरे पाइप को जोड़ना चाहता है उसकी लंबाई (मीटर में) = k

पाइप की कुल संयुक्त लंबाई = (20 + k) मी

3.

₹100 के नोटों की संख्या	₹20 के नोटों की संख्या	₹5 के सिक्कों की संख्या	व्यंजक और कुल राशि
3	5	6	3 × 100 + 5 × 20 + 6 × 5 = 430
6	4	3	6 × 100 + 4 × 20 + 3 × 5 = 695
8	4	z	8 × 100 + 4 × 20 + z × 5 = 800 + 80 + 5z = 880 + 5z
x	y	z	x × 100 + y × 20 + z × 5 = 100x + 20y + 5z

4. रोलर मिल को शुरू करने में लगने वाला समय 10 सेकंड

अनाज के प्रत्येक किलोग्राम को पीसने में लगने वाला समय = 8 सेकंड

अत: y किलोग्राम अनाज को पूरी तरह पीसने में लगने वाले समय के लिए व्यंजक = 10 + 8 × y

इस प्रकार, व्यंजक (d) 10 + 8 × y दी गई स्थिति को दर्शाता है।

5. बीजगणितीय व्यंजक लिखिए

(a) x + 5 (संख्या = x) (b) y – 4 (संख्या = y)

(c) 13 × p – 2 = 13p – 2 (संख्या = p)

(d) 2 × z – 13 (संख्या = z)

6. (a) 1 कॉपी की कीमत ₹ 8 तथा पेन की कीमत ₹ 3 हो तो, x कॉपी तथा y पेन की कुल कीमत ज्ञात करने के लिए व्यंजक दीजिए।

(b) 1 गिलास की कीमत ₹ 15 तथा 1 चम्मच की कीमत ₹ 2 है। j गिलास की कीमत k चम्मचों से कितनी अधिक है? (j > k)

7.

w – 8	w – 7	w – 6
w–1	W	w + 1

8. (i) पंक्ति के अनुसार जोडने पर
5y + (–6) + x + x + 2 + 5y
= (–6) + 2 + x + x + 5y + 5y
= –4 + 2x + 10y
स्तंभ के अनुसार जोडने पर
5y + x + (–6) + 2 + x + 5y
= (–6) + 2 + x + x + 5y + 5y
= 4 + 2x + 10y
समान पदों को साथ में जोडने पर
(–6) + 2 + x + x + 5y + 5y
= – 4 + 2x + 10y
हाँ, समान परिणाम प्राप्त होता है।
(ii) पंक्ति के अनुसार जोडने पर
2p + 3q + (– 2) + 3 + 3q + 2p + 3 + (–2) + 2p + 3q + 3q + 2p
= (–2) + 3 + 3 + (–2) + 2p + 2p + 2p + 2p + 3q + 3q + 3q + 3q
= 2 + 8p + 12q
स्तंभ के अनुसार जोडने पर
2p + 3q + 3q + 2p + (–2) + 3 + 2p + 3q + 3 + (–2) + 3q + 2p
= (–2) + 3 + 3 + (–2) + 2p + 2p + 2p + 2p + 3q + 3q + 3q + 3q
= 2 + 8p + 12q
समान पदों को साथ में जोडने पर
(–2) + 3 + 3 + (–2) + 2p + 2p + 2p + 2p + 3q + 3q + 3q + 3q
= 2 + 8p + 12q
हाँ, समान परिणाम प्राप्त होता है।
(iii) पंक्ति के अनुसार जोडने पर
(–5g) + 5k + 5k + (–5g) + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + (–5g) + 5k + 5k + (–5g)
= (–5g) + (–5g) + (–5g) + (–5g) + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k
= –20g + 60k
स्तंभ के अनुसार जोडने पर
(–5g) + 5k + 5k + (–5g) + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + (–5g) + 5k + 5k + (–5g)
= (–5g) + (–5g) + (–5g) + (–5g) + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k + 5k
= – 20g + 60k
ऊपरी आधा भाग जोडकर दोगुना करने पर
= 2[(6 × 5k) + 2 × (–5g)] = 2[30k – 10g]
= 60k – 20g

9. (a) $p + p + p + p = 4p,\ p + p + p + q = 3p + q,$
(b) $p + q + p - q = 2p,$
(c) $p - q + p - q = 2p - 2q,$
(d) $p + q - p + q = 2q,$
(e) $p + q - (p + q) = 0,$
(f) $p - q - p - q = -2q,$
(g) $2d - d - d - d = -d,$
(h) $2d - d - d - c = -c,$
(i) $2d - d - (d - c) = c,$
(j) $2d - (d - d) - c = 2d - c,$
(k) $2d - d - c - c = d - 2c$

प्रश्नावली–4.2

आपसे पूछे गए प्रश्नों तथा उचित व्यंजकों को ज्ञात करने के लिए सबसे पहले वर्णित स्थिति में विभिन्न मात्राओं के बीच संबंध समझने का प्रयास कीजिए। यदि आवश्यक हो तो अज्ञात के लिए कुछ मानों की कल्पना कीजिए एवं संबंध ज्ञात करने का प्रयास कीजिए।

1. ज्वार रोटी प्लेट = ₹30
पुलाव प्लेट = ₹20
एक दिन में ज्वार रोटी का ऑर्डर = x
एक दिन में पुलाव प्लेट का ऑर्डर = y
एक दिन में अर्जित कुल राशि = ₹[(x × 30) + (y × 20)] = 30x + 20y
अत: (a) 30x + 20y आवश्यक व्यंजक है।

2. ग्राहकों ने चंपा खरीदी = p
ग्राहकों ने गेंदे खरीदी = q
ग्राहकों ने दोनों खरीदे = r
प्रत्येक ग्राहक को एक राष्ट्रीय झंडा दिया गया।
वितरित कुल राष्ट्रीय झंडे = p + q + r
अत: (a) p + q + r आवश्यक व्यंजक है।

3. (a) घोंघे की दिन और रात में चाल = (u – v) सेमी.
10 दिन और 10 रात में घोंघे की चाल = 10(u – v) सेमी.
घोंघा अपनी प्रारंभिक स्थिति से कुल कितनी दूरी तय करता है = 10(u – v) सेमी.
(b) यदि d > u, तो घोंघा रात के समय दिन में चढ़ी हुई दूरी से अधिक फिसलेगा और कभी भी कुएँ की ऊँचाई तक नहीं पहुँच पाएगा।

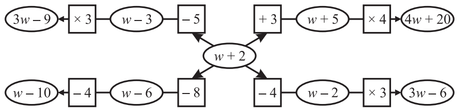
4. पहले सप्ताह में साइकिल द्वारा चली गई दूरी = 7 × 5 = 35 किमी.

दूसरे सप्ताह में साइकिल द्वारा चली गई दूरी = 7 × (5 + z) = (35 + 7z) किमी.

तीसरे सप्ताह में साइकिल द्वारा चली गई दूरी = 7 × (5 + z + z) = 7(5 + 2z) = (35 + 14z) किमी.

3 सप्ताह के बाद कुल साइकिल द्वारा चली गई दूरी = 35 + (35 +7z) + (35 + 14z) = 35 + 35 + 7z+ 35 + 14z = (105 + 21z) किमी.

5.



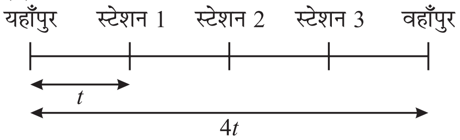
6. (a) यहाँपुर से वहाँपुर जाने वाली ट्रेन 3 स्टेशनों पर रुकती है, और हर स्टेशन पर 2 मिनट के लिए रुकती है।

यात्रा में लगा समय = 4t

यदि t = 4 है, तो यात्रा में लगा समय = 4 × 4 = 16 मिनट

स्टेशनों पर रुकने में लगा समय = 3 × 2 = 6 मिनट इसलिए, यहाँपुर से वहाँपुर तक की यात्रा में लगा कुल समय = 16 + 6 = 22 मिनट।

(b)



(b) माना कि एक स्टेशन से दूसरे स्टेशन तक यात्रा करने में लगा समय = t

इसलिए, यहाँपुर से वहाँपुर तक यात्रा करने में लगा समय = 4t

चूँकि इन दोनों स्टेशनों के बीच तीन स्टॉपेज हैं, और ट्रेन प्रत्येक स्टॉपेज पर 2 मिनट के लिए रुकती है, इसलिए स्टॉपेज के दौरान लगा कुल समय = 2 × 3 = 6 मिनट

अतः, कुल लगे समय के लिए बीजीय व्यंजक 4t + 6 है।

7. (a) 3a + 9b – 6 + 8a – 4b – 7a + 16
= (3a + 8a – 7a) + (9b – 4b) + (– 6 + 16)
= 4a + 5b + 10

(b) 3(3a – 3b) – 8a – 4b – 16
= 9a – 9b – 8a – 4b – 16
= (9a – 8a) + (–9b – 4b) – 16
= a – 13b – 16

(c) 2(2x – 3) + 8x + 12 = 4x – 6 + 8x + 12
= (4x + 8x) + (–6 + 12)
= 12x + 6

(d) 8x – (2x – 3) + 12
= 8x – 2x + 3 + 12
= 6x + 15

(e) 8h – (5 + 7h) + 9
= 8h – 5 – 7h + 9
= (8h – 7h) + (–5 + 9) = h + 4

(f) 23 + 4(6m – 3n) – 8n – 3m – 18
= 23 + 24m – 12n – 8n – 3m – 18
= (23 – 18) + (24m – 3m) + (–12n – 8n)
= 5 + 21m – 20n
= 21m – 20n + 5

8. (a) 4d – 7c + 9 और 8c – 11 + 9d
= 4d – 7c + 9 + 8c – 11 + 9d
= (4d + 9d) + (–7c + 8c) + (9 – 11) = 13d + c – 2

(b) –6f + 19 – 8s और –23 + 13f + 12s
= –6f + 19 – 8s + –23 + 13f + 12s
= (–6f + 13f) + (–8s + 12s) + (19 – 23)
= 7f + 4s – 4

(c) 8d – 14c + 9 और 16c – (11 + 9d)
= 8d – 14c + 9 + 16c – 11 – 9d
= 8d – 9d – 14c + 16c + 9 – 11
= –d + 2c – 2
= 2c – d – 2

(d) 6f – 20 + 8s और 23 – 13f – 12s
= 6f – 20 + 8s + 23 – 13f – 12s
= (6f – 13f) + (8s – 12s) + (–20 + 23)
= –7f – 4s +3

(e) 13m – 12n और 12n – 13m
= 13m – 12n + 12n – 13m
= (13m – 13m) + (–12n + 12n)
= 0

(f) –26m + 24n और 26m – 24n
= –26m + 24n + 26m – 24n
= (–26m + 26m) + (24n – 24n) = 0

9. (a) = $(9a - 6b + 14) - (6a + 9b - 18)$
$= 9a - 6b + 14 - 6a - 9b + 18$
$= 9a - 6a - 6b - 9b + 14 + 18$
$= 3a - 15b + 32$

(b) $(-15x + 13 - 9y) - (7y - 10 + 3x)$
$= -15x + 13 - 9y - 7y + 10 - 3x$
$= -15x - 3x - 9y - 7y + 13 + 10$
$= -18x - 16y + 23$

(c) $(17g + 9 - 7h) - (11 - 10g + 3h)$
$= 17g + 9 - 7h - 11 + 10g - 3h$
$= 17g + 10g - 3h - 7h + 9 - 11$
$= 27g - 10h - 2$

(d) $(9a - 6b + 14) - [6a - (9b + 18)]$
$= 9a - 6b + 14 - 6a + 9b + 18$
$= 9a - 6a - 6b + 9b + 14 + 18$
$= 3a + 3b + 32$
(e) $(10x + 2 + 10y) - (-3y + 8 - 3x)$
$= 10x + 2 + 10y + 3y - 8 + 3x$
$= 10x + 3x + 10y + 3y + 2 - 8$
$= 13x + 13y - 6$
(f) $(8g + 4h - 10) (7h - 8g + 20)$
$= 8g + 4h - 10 - 7h + 8g - 20$
$= 8g + 8g + 4h - 7h - 10 - 20$
$= 16g - 3h - 30$

10. (a) एक नोटबुक की कीमत ₹8 है और एक पेन की कीमत ₹3 है। यदि आप x नोटबुक और y पेन खरीदते हैं, तो आपका कुल खर्च = ₹ (8x + 3y)

(b) एक फल विक्रेता के पास 15 डिब्बे सेब हैं, प्रत्येक डिब्बे में x सेब हैं। बेचने से पहले उसने देखा कि 2 डिब्बे सेब सड़े हुए हैं। बचे हुए ताजे सेबों की संख्या = 15x – 2x

11. चरण 1 (0 मोड़): हमें 0 + 2 = 2 टुकड़े मिलते हैं। चरण 2 (1 मोड़): हमें 1 + 2 = 3 टुकड़े मिलते हैं। चरण 3 (2 मोड़): हमें 2 + 2 = 4 टुकड़े मिलते हैं।

इसी प्रकार, यदि रस्सी को 10 बार मोड़कर काटा जाए, तो हमें 10 + 2 = 12 टुकड़े मिलेंगे। इसी तरह, यदि रस्सी को r बार मोड़कर काटा जाए तो हमें r + 2 टुकड़े मिलेंगे।

12. चरण 1: 1 वर्ग बनाने के लिए हमें 4 माचिस की तीलियाँ चाहिए।

चरण 2: 2 वर्ग बनाने के लिए हमें 4 + 3 = 7 माचिस की तीलियाँ चाहिए।

चरण 3: 3 वर्ग बनाने के लिए हमें 4 + 3 + 3 = 10 माचिस की तीलियाँ चाहिए।

w वर्ग बनाने के लिए हमें चाहिए = 4 + (w – 1) × 3

4 + 3(w – 1) = 4 + 3w – 3 = 3w + 1 माचिस की तीलियाँ।

10 वर्ग बनाने के लिए, w = 10 रखें:

3(10) + 1 = 30 + 1 = 31 माचिस की तीलियाँ।

13. लाल बत्ती का क्रम: 1, 5, 9, ...

सामान्य रूप में, 4n – 3 स्थिति

हरी बत्ती का क्रम: 3, 7, 11, ...

सामान्य रूप में, 4n – 1 स्थिति

पीली बत्ती का क्रम: 2, 4, 6 ....

सामान्य रूप में, 2n स्थिति

चूंकि 90 और 190 सम संख्या हैं, ये 2n स्थिति में आएँगी।

अब, 343 ÷ 4 = 85 भागफल + 3 शेष।

इसलिए यह 4n – 1 स्थिति से मेल खाता है। इस प्रकार, स्थिति 90, 190 और 343 पर रंग क्रमशः पीला, पीला, और हरा होगा।

14. चरण 1 में वर्गों की संख्या = 5

चरण 2 में वर्गों की संख्या = 5 + 4 = 9

चरण 3 में वर्गों की संख्या = 5 + 4 + 4 = 5 + 2 × 4 = 13

इस प्रकार, चरण 4 में वर्गों की संख्या = 5 + 4 + 4 + 4 = 5 + 3 × 4 = 17

चरण 10 में वर्गों की संख्या = 5 + 9 × 4 = 41

चरण 50 में वर्गों की संख्या = 5 + 49 × 4 = 201

इसलिए सामान्य सूत्र = 5 + (n – 1) × 4
= 5 + 4(n – 1)
= 5 + 4n – 4 = 4n + 1

चूंकि 1 वर्ग के 4 कोने होते हैं, इसलिए 4n + 1 वर्गों के कोनों की संख्या = 4(4n + 1) = 16n + 4

15. (a) दिए गए स्तंभ (1, 2, 3, 4) में सभी संख्याएँ उत्पन्न करने के लिए व्यंजक मान लीजिए r पंक्ति संख्या है।

स्तंभ 1: 1, 5, 9, 13,.....जो 1 से शुरू होकर हर पंक्ति में 4 जोड़ता है।

इसलिए, स्तंभ 1 की rवीं पंक्ति में संख्या = 4 × (r – 1) + 1

स्तंभ 2: 4 × (r – 1) + 2

स्तंभ 3: 4 × (r – 1) + 3

स्तंभ 4: 4 × (r – 1) + 4

यदि c स्तंभ संख्या है, तो सभी संख्याएँ उत्पन्न करने का सामान्य सूत्र = 4 × (r – 1) + c

(b) (i) प्रत्येक संख्या को 4 से भाग देकर उसकी पंक्ति और स्तंभ ज्ञात करें

124 ÷ 4 ⇒ भागफल = 31 और शेष = 0

∴ 124 = 4 × 31 + 0 या 4 × 30 + 4

इसे $4 \times (r-1) + c$ से तुलना करें, हमें मिलता है

$r - 1 = 30, c = 4$

$\therefore r = 31$ और $c = 4$

पंक्ति = 31 और स्तंभ = 4

(ii) $147 \div 4 \Rightarrow$ भागफल = 36 और शेष = 3

$\therefore 147 = 4 \times 36 + 3$

$4 \times (r-1) + c$ से तुलना करें, हमें मिलता है

$r - 1 = 36, c = 3$

$\therefore$ 147 पंक्ति 37 और स्तंभ 3 में होगा।

(iii) $201 \div 4 \Rightarrow$ भागफल = 50 और शेष = 1

$\therefore 201 = 4 \times 50 + 1$

$4 \times (r-1) + c$ से तुलना करें, हमें मिलता है

$r - 1 = 50, c = 1$

$\therefore$ 201 पंक्ति 51 और स्तंभ 1 में होगा।

(c) पंक्ति और स्तंभ में जो संख्या होती है, वह $= 4(r-1) + c$

(d) हाँ, हर तीसरी संख्या 3 का गुणज होती है। ध्यान दें कि सम संख्याएँ हमेशा स्तंभ 2 और स्तंभ 4 में आती हैं। विषम संख्याएँ हमेशा स्तंभ 1 और स्तंभ 3 में आती हैं।

प्रत्येक पंक्ति में 2 विषम और 2 सम संख्या होती हैं।

प्रत्येक पंक्ति का योग 16 से बढ़ता है।

उदा., पंक्ति 1: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, पंक्ति 2: $5 + 6 + 7 + 8 = 26$, पंक्ति 3: $9 + 10 + 11 + 12 = 42$

अभ्यास–4.2

1. (a) बाजरा मिलेट पराठा की प्रति प्लेट कीमत = ₹ 25

वेज बिरयानी की प्रति प्लेट कीमत = ₹ 35

बेची गई मात्रा = पराठे की p प्लेट और विरयानी की q प्लेट

बीजीय व्यंजक $= 25p + 35q$

2. रविपुर और ललित नगर के बीच कुल 5 ''अन्तराल'' या खण्ड होंगे क्योंकि बीच में 4 स्टेशन पड़ते हैं।

यात्रा का समय: चूँकि प्रत्येक दो स्टेशनों के बीच t मिनट लगता है और कुल 5 अंतराल है: $5 \times t = 5t$ मिनट

रुकने का समय: ट्रेन 4 स्टेशनों पर रुकती है और प्रत्येक स्टेशन पर रुकने का समय $t = 3$ मिनट दिया गया है। (रुकने का समय $= 4 \times 3 = 12$ मिनट)

कुल समय = यात्रा का समय + रुकने का समय $= (5t + 12)$ मिनट

3. (a) $(6m - 4n + 9) + (8m + 7n - 3)$
$= 14m + 3n + 6$

(b) $(12p - 5q + 6) + (-8p + 11q + 4) = 4p + 6q + 10$

(c) $(10x + 7y - 9) + (15x - 8y + 2) = 25x - y - 7$

4. (याद रखें: जिस व्यंजक को घटाया जा रहा है, उसके चिन्ह बदल दिए जाते हैं)

(a) $(15a - 3b + 10) - (9a + 7b - 8)$
$= 15a - 3b + 10 - 9a - 7b + 8$
$= 6a - 10b + 18$

(b) $(20x - 10y + 3) - (12x + 5y - 7)$
$= 20x - 10y + 3 - 12x - 5y + 7$
$= 8x - 15y + 10$

(c) $(14m + 8n - 9) - (6m - 11n + 12)$
$= 14m + 8n - 9 - 6m + 11n - 12$
$= 8m + 19n - 21$

विविध प्रश्नावली

1. $9m - 5m + 4n + 6n.$
$= 4m + 10n$

2. $7p - 2q = 7 \times 4 - 2 \times 3 = 28 - 6 = 22$

3. ₹12x

4. $3y - 10$

5. $n + 1$

6. (a) $40x + 25y$

(b) $40 \times 6 + 25 \times 8 = 240 + 200 =$ ₹440

7. $12x + 50$

(b) कुल किराया $= 12 \times 18 + 50$
$= 216 + 50 =$ ₹ 266

8. (a) 5 स्टेशनों के बीच 4 अंतराल (gaps) होते हैं, इसलिए यात्रा का समय = 4t

बस 5 स्टेशनों पर रुकती है, इसलिए रुकने का कुल समय $= 5 \times 3 = 15$ मिनट

कुल समय = 4t + 15

(b) 4 × 7 + 15 = 28 + 15 = 43 मिनट

9. क्षेत्रफल का व्यंजक = l × b

यदि l = 15 मी और b = 9 मी, तो:

क्षेत्रफल = 15 × 9 = 135 वर्ग मी

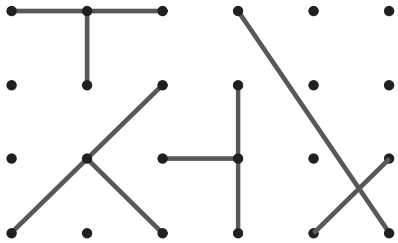
5. समांतर और प्रतिच्छेदी रेखाएँ

प्रश्नावली–5.1

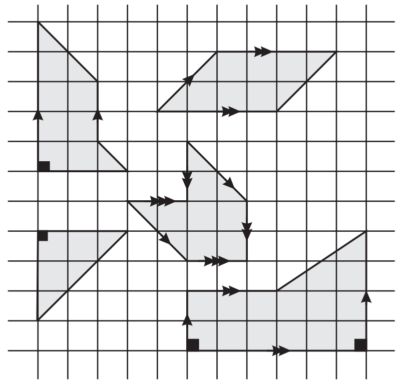
1. रेखिक युग्म कोण: ∠a और ∠b; ∠b और ∠c; ∠c और ∠d; ∠a और ∠d

शीर्षाभिमुख कोण: ∠a और ∠c; ∠b और ∠d

2.



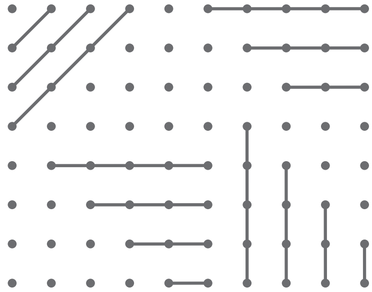
3.



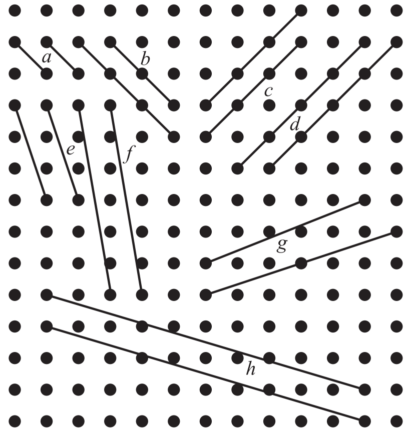
(i) जो रेखाएँ 90° के कोण पर प्रतिच्छेद करती हैं, वे लम्बवत होती हैं।

(ii) जो रेखाएँ चाहे जितना भी बढ़ाई जाएँ फिर भी नहीं मिलतीं, वे समांतर होती हैं।

4.



5.



(a) हाँ, कुछ रेखाखंड अन्य की तुलना में खींचने में थोड़े अधिक कठिन हैं।

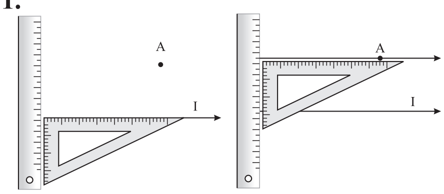
(b) रेखाखंड e, f, h और g

(c) समांतर रेखाएँ दी गई रेखाओं से समान दूरी पर रखकर खींची जाती हैं।

6. दिए गए चित्र में रेखा *a*, रेखा *c* के समांतर है क्योंकि ये दोनों रेखाएँ हमेशा एक ही दूरी पर रहती हैं और चाहे इन्हें कितना भी बढ़ाया जाए, ये कभी नहीं मिलतीं।

अभ्यास–5.1

1.



रचना के चरण : (i) सेट स्क्वायर के एक किनारे को रेखा के साथ मिलाइए।

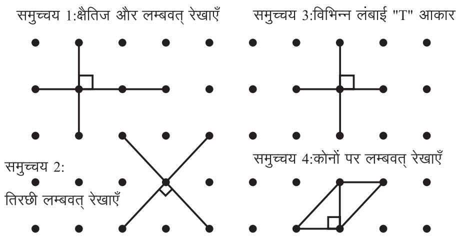
(ii) दूसरे लम्बवत किनारे के साथ एक स्केल रखिए।

(iii) सेट स्क्वायर को स्केल के सहारे सरकाइए जब तक कि वह बिंदु A तक न पहुँच जाए।

(iv) सेट स्क्वायर के किनारे के साथ A से होकर एक रेखा खींचिए।

(v) यही रेखा *l* के समांतर अभीष्ट रेखा है।

समुच्चय 1: क्षैतिज और लम्बवत् रेखाएँ



बिन्दु ग्रिड

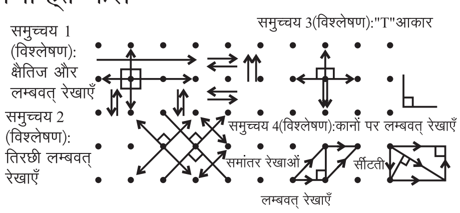
लम्ववत् रेखाएँ बनाने की विधियाँ

विधि 1: ग्रिड की खड़ी और आड़ी रेखाओं का उपयोग करें। यह सबसे सटीक होता है।

विधि 2: तिरछी रेखाओं (45°) का उपयोग करें। दो तिरछी रेखाएँ जो एक-दूसरे को काटती हैं, वे भी 90° का कोण बनाती हैं।

2. चित्र के विभिन्न भागों का विश्लेषण करें: तीर संकेतन का प्रयोग करके समांतर रेखाओं के समुच्चय को चिन्हित कीजिए (एकल तीर, दोहरा तीर आदि)।

उन कोणों की पहचान कीजिए जहाँ रेखाएँ लम्बवत हैं और उन्हें एक छोटे वर्ग (□) से चिन्हित करें।



बिन्दु ग्रिड

विश्लेषण:

समांतर रेखाओं की पहचान: हमने क्षैतिज रेखाओं के लिए एकल तीर और तिरछी रेखाओं के लिए दोहरे तीर का उपयोग किया है।

लम्बवत् कोणों की पहचान: हमने सभी 90° कोणों पर एक छोटा वर्ग (□) रखा है, जिसमें आकार, कोनों और तिरछी रेखाओं के बीच के कोण शामिल हैं।

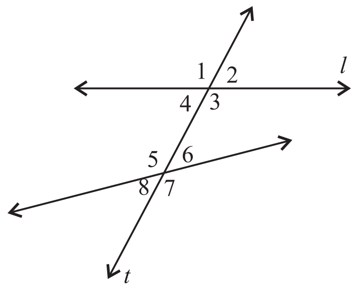
2. स्वयं कीजिये।

3. स्वयं कीजिये।

4. दी हुई आकृति का विश्लेषण

अवलोकन: रेखा a और c रेखा एक-दूसरे के समांतर हैं।

कारण: रेखा 'a' और 'c' दोनों पूरी तरह से क्षैतिज हैं। चूँकि वे दोनों एक ही क्षैतिज ग्रिड पथ का अनुसरण करती हैं और कभी नहीं मिलती, इसलिए वे समांतर हैं। रेखा 'b' झुकी हुई है और अंतत: दोनों को काटती है।

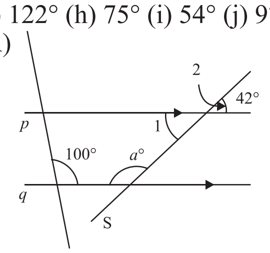


प्रश्नावली–5.2

1. हाँ हम सेट स्क्वायर, रूलर और पेंसिल का उपयोग करके बिन्दु A से गुजरने वाली रेखा l के समान्तर एक रेखा खींच सकते हैं।

2. (a) 48° (b) 52° (c) 81° (d) 99° (e) 69° (f) 48° (g) 122° (h) 75° (i) 54° (j) 97°

3. (A)



$\angle 1 = \angle 2 = 42°$............(शीर्षाभिमुख कोण)

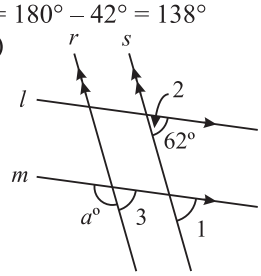
रेखा p, रेखा q के समांतर है और S एक छेदी रेखा है, तब

$a + \angle 1 = 180°$ .... (छेदी रेखा के एक ही ओर के आंतरिक कोणों का योग)

$a + 42° = 180°$

$a = 180° - 42° = 138°$

(b)



रेखा l, रेखा m के समांतर है और s एक छेदी रेखा है, तब

$\angle 1 = \angle 2 = 62°$ (संगत कोण)

$\angle 1 = \angle 3$ (संगत कोण)

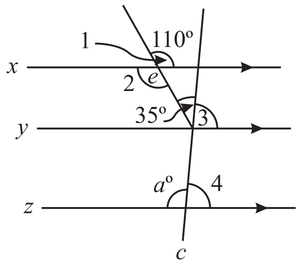
$a + \angle 3 = 180°$ (रैखिक युग्म कोण)

$a + 62° = 180°$

$a = 180° - 62°$

$a = 118°$

(c)



$\angle 1 = \angle 2 = 110°$ (शीर्षाभिमुख कोण)

रेखा x रेखा y के समांतर है और b एक छेदी रेखा है, तब $\angle 2 = 35° + \angle 3$ (एकांतर आंतरिक कोण)

या $110° = 35° + \angle 3$

$110° - 35° = \angle 3$ या $\angle 3 = 75°$

रेखा y, रेखा z के समांतर है और c एक छेदी रेखा है,

तब $\angle 3 = \angle 4 = 75°$ (संगत कोण)

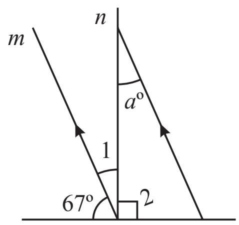
$a + \angle 4 = 180°$ (रेखिक युग्म कोण)

$a + 75° = 180°$

$a = 180° - 75°$

$a = 105°$

(d)



$\angle 1 + 67° + \angle 2 = 180°$ (एक सीधी रेखा पर कोणों का योग)

$\angle 1 + 67° + 90° = 180°$

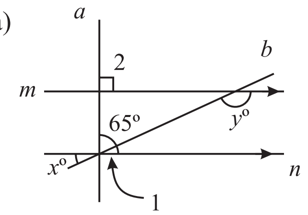
$\angle 1 + 157° = 180°$

$\angle 1 = 180° - 157°$

$\angle 1 = 23°$

$\angle 1 = \angle a = 23°$ (एकांतर आंतरिक कोण)।

4. (a)



रेखा m, रेखा n के समांतर है और a एक छेदी रेखा है, तब

$\angle 2 = 65° + \angle 1$ (संगत कोण)

$90° = 65° + \angle 1$

$\angle 1 = 90° - 65° = 25°$

$\angle 1 = x = 25°$ (शीर्षाभिमुख कोण)

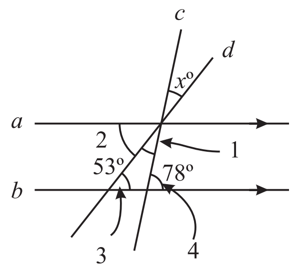
रेखा m, रेखा n समांतर है और b एक छेदी रेखा है, तब

$\angle 1 + \angle y = 180°$ (छेदी रेखा के एक ही ओर के आंतरिक कोणों का योग)

$25° + \angle y = 180°$

$\angle y = 180° - 25° = 155°$

(b)



रेखा a, रेखा b के समांतर है और d एक छेदी रेखा है, तब

$\angle 2 = \angle 3 = 53°$ (एकांतर आंतरिक कोण)

साथ ही, रेखा a, रेखा b के समांतर है और (c तथा d) छेदी रेखाएँ हैं, तब

$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ (एकांतर आंतरिक कोण)

या $\angle 1 + 53° = 78°$

$\angle 1 = 78° - 53° = 25°$

अत: $\angle 1 = x = 25°$ (शीर्षाभिमुख कोण)

5. $\angle ABC = \angle KBE = 45°$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle IKJ = \angle BKE = 78°$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle BKE = \angle FED = 78°$ (संगत कोण)

$\angle KBE = \angle BED = 45°$ (एकांतर आंतरिक कोण)

$\angle BED = \angle GEH = 45°$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle GEH + \angle HEF + \angle FED = 180°$ (एक सीधी रेखा पर कोणों का योग)

$45° + \angle HEF + 78° = 180°$

$123° + \angle HEF = 180°$

$\angle HEF = 180° - 123° = 57°$

6. चूँकि EF, CD के समांतर है और BE एक छेदी रेखा है, तब $\angle BEF + y = 180°$......... (छेदी रेखा के एक ही ओर के आंतरिक कोणों का योग)

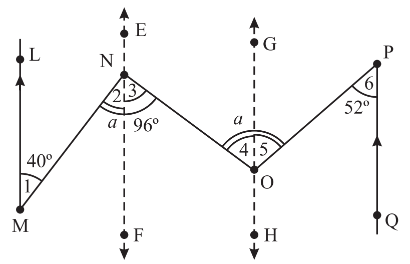
$55° + y = 180°$

$y = 180° - 55°$

$y = 125°$

चूँकि AB, CD के समांतर है और BE एक छेदी रेखा है, तब $x = y = 125°$ (संगत कोण)।

7.



रचना: रेखाएँ EF और GH को रेखाओं LM और PQ के समांतर खींचिए।

LM, EF के समांतर है और MN एक छेदी रेखा है, तब

$\angle 1 = \angle 2 = 40°$ (एकांतर आंतरिक कोण)

$\angle 2 + \angle 3 = 96°$

$40° + \angle 3 = 96°$

$\angle 3 = 96° - 40°$

$\angle 3 = 56°$

EF, GH के समांतर है और NO एक छेदी रेखा है, तब $\angle 3 = \angle 4 = 56°$ (एकांतर आंतरिक कोण)

साथ ही, GH, PQ के समांतर है और OP एक छेदी रेखा है, तब $\angle 5 = \angle 6 = 52°$ (एकांतर आंतरिक कोण)

$a = \angle 4 + \angle 5$

$a = 56° + 52° = 108°$

अभ्यास-5.2

1. (i) तर्क : तीरों से पता चलता है कि दोनों रेखाएँ समांतर हैं। $\angle 50°$ और $\angle y$ ''संगत कोण'' हैं। समांतर रेखाओं में संगत कोण बराबर होते हैं।

$\therefore \angle y = 50°$

(ii) तर्क: $\angle 110°$ और $\angle$ w ''शीर्षाभिमुख कोण'' हैं। शीर्षाभिमुख कोण हमेशा बराबर होते हैं।

$\therefore \angle w = 110°$

2. शीर्ष समांतर रेखा पर दिया गया कोण 45° है।

निचली समांतर रेखा के साथ वाला अंत: कोण (interior angle) इस 45° के कोण का ''संगत कोण'' होगा, इसलिए वह भी 45° होगा।

चूँकि निचली समांतर रेखा पर कोण और यह 45° का कोण एक सीधी रेखा पर हैं, जो संपूरक हैं।

$x = 180° - 45° = 135°$

3. आरेख (i) के लिए:

खड़ी रेखाएँ समांतर हैं। आरेख में एक 90° का समकोण दिखाया गया है। 70° का कोण और कोण a मिलकर उस 90° के कोण को पूरा करते हैं $(70° + a = 90°)$।

$\therefore \angle a = 90° - 70° = 20°$

4. चरण 1: शीर्ष रेखा पर 120° का कोण और आसन्न अंत: कोण एक सीधी रेखा पर हैं।

$\therefore$ अंदर का कोण $= 180° - 120° = 60°$

चरण 2: बीच की रेखा पर शीर्ष से आने वाली तिर्यक रेखा के कारण बनने वाला कोण ''संगत कोण'' के नियम से 60° होगा।

चरण 3: मध्य बिंदु पर कुल कोण 180° (ऋजु कोण) है। इसमें 60° और 45° के कोण शामिल हैं। शेष कोण $= 180° - (60° + 45°) = 75°$

चरण 4: कोण A और 75° का कोण ''तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत: कोण'' हैं, जो संपूरक होते हैं।

$\angle A = 180° - (45° + 120°) = 15°$ (वैकल्पिक सरल तरीका: $180° - (45° + 120°) = 15°$)

5. $\angle CDE$ का माप ज्ञात करना

चरण 1: रेखा AB रेखा EF के समांतर है।

चरण 2: रेखा CD एक तिर्यक रेखा के रूप में कार्य करती है।

चरण 3: $\angle BCD = 100°$ दिया गया है। $\angle BCD$ और $\angle CDE$ एकांतर अंत: कोण हैं।

समांतर रेखाओं में एकांतर अंत: कोण बराबर होते हैं।

अत: $\angle CDE = \angle BCD = 100°$।

उत्तर: $\angle CDE$ का माप $100°$ है।

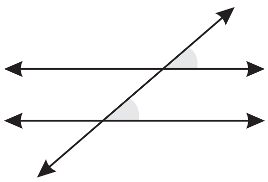
विविध प्रश्नावली

1. एक रैखिक युग्म में कोणों का योग $180°$ होता है।

2. कोणों को मापने के लिए उपयोग किए जाने वाले उपकरण का नाम चांदा (Protractor) है।

3. संगत कोण: जब एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को काटती है, तो वे कोण जो तिर्यक रेखा के एक ही ओर और समांतर रेखाओं के सापेक्ष समान स्थितियों (जैसे दोनों रेखाओं के ऊपर या दोनों के नीचे) में होते हैं, संगत कोण कहलाते हैं। समांतर रेखाओं की स्थिति में ये कोण बराबर होते हैं।

संगत कोण



4. उन कोणों को तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत: कोण (Consecutive Interior Angles या Co-interior Angles) कहते हैं। इन्हें संपूरक कोण भी कहा जाता है क्योंकि इनका योग $180°$ होता है।

5. दो रेखाओं के समांतर होने को दर्शाने के लिए $\parallel$ प्रतीक का उपयोग किया जाता है। (जैसे: $AB \parallel CD$)

6. XY और ZY

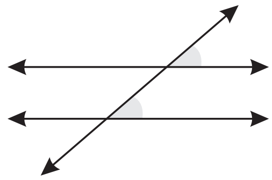
7. जब रेखा AB दो रेखाओं (CD और EF) को काटती है, तो युग्म इस प्रकार होंगे:

(a) संगत कोण : वे कोण जो एक ही दिशा में हों (जैसे $\angle CXA$ और $\angle EYX$)।

(b) एकांतर कोण : वे कोण जो तिर्यक रेखा के विपरीत ओर और रेखाओं के अंदर या बाहर हों (जैसे $\angle DXA$ और $\angle EYX$)।

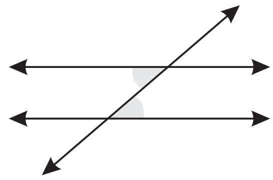
(c) शीर्षाभिमुख कोण : वे कोण जो एक-दूसरे के आमने-सामने हों (जैसे $\angle CXA$ और $\angle DXB$)।

(a)



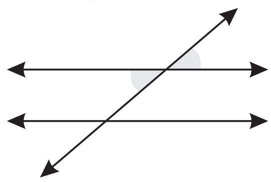
संगत कोण

(b)



एकान्तर कोण

(c)



शीर्षाभिमुख कोण

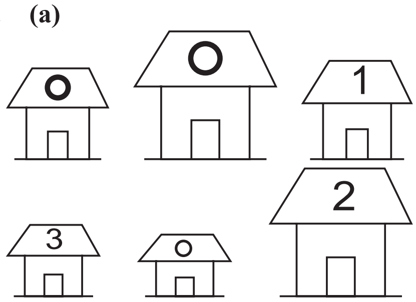
8. दिया है कि $RS \parallel TU$ और एकांतर कोण $= 88°$

संगत कोण और दूसरे एकांतर कोण का मान: $88°$ (एकान्तर कोणों के युग्म आपस में बराबर होते हैं)।

6. संख्याओं का खेल

अभ्यास-6.1

1. (a)



अब आगे के (b), (c), (d), (e) और (f) में इसी तरह इमारतें बनानी हैं उन पर संख्या लिखी हो जो Question में दी हैं।

Note : (O) संख्या वाली इमारत सबसे बड़ी उसके बाद 1 संख्या वाली उससे छोटी संख्या 2 वाली उससे छोटी 3 संख्या वाली और उससे छोटी 4 संख्या वाली इमारत बनानी है। सभी इमारतों पर संख्या की लिखी होनी चाहिए।

2. (a) कभी-कभी सत्य। दृश्यता पहेलियों में, "0" का अर्थ ''छिपी हुई'' इमारत है। इसे केवल अपने सामने वाली इमारत से छोटा होना चाहिए; पूरे समूह में सबसे छोटा होना आवश्यक नहीं है।

(b) समूह की सबसे ऊँची इमारत की संख्या हमेशा सबसे अधिक होगी।

कभी सत्य नहीं। सबसे ऊंची इमारत हमेशा दिखाई देने वाली इमारतों में से एक होगी, लेकिन उसकी ''संख्या'' इस पर निर्भर करती है कि उसके सामने बढ़ते क्रम में कितनी छोटी इमारतें हैं। यदि सबसे ऊंची इमारत सबसे आगे है, तो संख्या केवल "0" होगी।

(c) कभी सत्य नहीं। यदि कोई इमारत अपने और प्रेक्षक के बीच खड़ी इमारत से छोटी है, तो उसे नहीं गिना जाएगा (अर्थात वह छिपी हुई या "0" मानी जा सकती है)।

(d) कभी-कभी सत्य। यह केवल तब होता है जब इमारतें बाएं से दाएं पूर्ण बढ़ते क्रम (जैसे, 1, 2, 3, 4, 5) में व्यवस्थित हो।

प्रश्नावली-6.1

1. (a) FCBGADE	(b) AECGBDF
(c) FDBGCEA	(d) EAGCDBE
(e) FAECGBD	(f) BDFAECG

2. (a) यदि कोई व्यक्ति '0' बोलता है तो वह उस समूह में सबसे लंबा हैं।

यदि '0' बोला–उनके सामने कोई उनसे लंबा नहीं। वे सबसे लंबे हो सकते हैं, परंतु यह आवश्यक नहीं क्योंकि वे पंक्ति के अंत में (आगे की ओर मुँह करके) हो सकते हैं।

अतः कभी-कभी सत्य

(b) यदि कोई व्यक्ति सबसे लंबा है तो उसकी संख्या '0' है।

सबसे लंबे व्यक्ति के सामने कोई भी उससे लंबा नहीं होगा, इसलिए वह '0' ही बोलेगा।

अतः सदैव सत्य

(c) सबसे पहले व्यक्ति की संख्या '0' है।

पंक्ति में सबसे आगे खड़े व्यक्ति के सामने कोई नहीं होता, इसलिए वह सदैव '0' बोलेगा।

अतः सदैव सत्य

(d) बीच में खड़ा व्यक्ति '0' नहीं बोल सकता।

यदि बीच का व्यक्ति अपने सामने के सभी व्यक्तियों से लंबा हो तो वह '0' बोल सकता है।

अतः कभी-कभी सत्य

(e) सबसे बड़ी संख्या बोलने वाला व्यक्ति सबसे छोटा है।

यदि अंतिम व्यक्ति सभी से छोटा हो तो सबसे बड़ी संख्या बोलेगा। परंतु यह हमेशा आवश्यक नहीं।

अतः कभी-कभी सत्य

(f) 8 व्यक्तियों के समूह में अधिकतम संभावित संख्या क्या है?

अंतिम व्यक्ति के सामने अधिकतम 7 व्यक्ति हो सकते हैं जो सभी उससे लंबे हों।

3. (a) 2 सम संख्याओं और 2 विषम संख्याओं का योग (सम + सम + विषम + विषम)

सम + सम = सम

विषम + विषम = सम

सम + सम = सम

अतः समानता–सम

(b) 2 विषम संख्याओं और 3 सम संख्याओं का योग

विषम + विषम = सम

सम + सम + सम = सम

सम + सम = सम

अतः समानता–सम

(c) 5 सम संख्याओं का योग

कितनी भी सम संख्याओं को जोड़ने पर सम ही प्राप्त होता है।

अत: समानता–सम

(d) 8 विषम संख्याओं का योग

8 एक सम संख्या है। सम संख्या में विषम संख्याओं का योग = सम।

(विषम + विषम = सम 4 बार = 4 सम संख्याएँ; 4 सम का योग = सम)

अत: समानता–सम

4. ₹1 के सिक्के–विषम संख्या में। ₹5 के सिक्के– विषम संख्या में। ₹10 के सिक्के सम संख्या में। कुल = ₹205। क्या त्रुटि है?

₹1 × विषम सिक्के–कुल राशि = विषम × 1 = विषम

₹5 × विषम सिक्के–कुल राशि = विषम × 5 = विषम

₹10 × सम सिक्के–कुल राशि = सम × 10 = सम

कुल = विषम + विषम + सम = सम + सम = सम

परंतु ₹205 एक विषम संख्या है।

अत: हाँ, लता ने त्रुटि की। समानता के नियम से कुल राशि सम होनी चाहिए थी, परंतु ₹205 विषम है।

5. (d) सम – सम = ?

उदाहरण: 6 – 2 = 4 (सम)

(e) विषम – विषम = ?

उदाहरण: 7 – 3 = 4 (सम)

(f) सम – विषम

उदाहरण: 8 – 3 = 5 (विषम)

(g) विषम – सम = ?

उदाहरण: 7 – 4 = 3 (विषम)

अभ्यास–6.2

1. (a) 3 सम और 1 विषम संख्या का योग: (सम + सम + सम) = सम। फिर सम + विषम = विषम।

(b) 1 विषम और 4 सम संख्याओं का योग: (सम × 4) = सम। फिर विषम + सम = विषम।

(c) 5 विषम संख्याओं का योग: (विषम + विषम) + (विषम + विषम) + विषम = सम

सम + विषम = विषम।

(d) 6 सम संख्याओं का योग: सम संख्याओं का कोई भी समूह हमेशा सम ही परिणाम देता है।

(c) 7 विषम और 2 सम संख्याओं का योग: 7 विषम संख्याओं का योग विषम होगा और 2 सम संख्याओं का योग सम, विषम + सम = विषम।

2. रवि कहता है कि कुल योग ₹338 है (एक सम संख्या)। आइए इसकी जांच करें:

2-रुपये के सिक्के : 2 से गुणा करने पर परिणाम हमेशा सम होता है।

5 रुपये के सिक्के : रवि के पास सम संख्या में 5-रुपये के सिक्के हैं। (सम + सम) हमेशा सम होता है।

10 रुपये के सिक्के : 10 से गुणा करने पर परिणाम हमेशा सम होता है।

निष्कर्ष: सम + सम + सम = सम। चूंकि 338 एक सम संख्या है, इसलिए यह संभव है।

उदाहरण:

10-रुपये का 1 सिक्का (मूल्य = 10) – (विषम सिक्के)

5-रुपये के 2 सिक्के (मूल्य = 10) – (सम सिक्के)

2-रुपये के 159 सिक्के (मूल्य = 318) – (विषम सिक्के)

कुल योग: 10 + 10 + 318 = ₹338 (सभी शर्तें पूरी होती हैं)।

अभ्यास–6.3

नियम: सम × सम = सम। विषम × विषम = विषम। सम × विषम = सम

(a) 28 × 12

विश्लेषण: 28 सम है और 12 भी सम है।

गणना: 28 × 12 = 336

परिणाम: सम

(b) 35 × 77

विश्लेषण: 35 विषम है और 77 भी विषम है।

गणना: 35 × 77 = 2695

परिणाम: विषम

(c) 42 × 42

विश्लेषण: 42 सम है और दूसरा 42 भी सम है।

गणना: 42 × 42 = 1764

परिणाम: सम

अभ्यास–6.4

1. अद्वितीय जादुई वर्ग (अंक 1 से 9)

1 से 9 तक के अंकों का उपयोग करके केवल एक ही मूल 3 × 3 जादुई वर्ग बनाया जा सकता है। आप इसे 8 अलग-अलग स्थितियों में घुमा (rotate) या पलट (flip) सकते हैं, लेकिन वे सभी एक ही मूल व्यवस्था के रूप माने जाते हैं जहाँ 5 हमेशा केंद्र में होता है।

2. जादुई वर्ग का निर्माण (संख्या 3 से 11)

योजना: मध्य संख्या (7) को केंद्र में रखें। सुनिश्चित करें कि "जादुई योग" 21 हो।

जादुई वर्ग (3 से 11):

10	3	8
5	7	9
6	11	4

तुलना: इस वर्ग की प्रत्येक संख्या मानक 1 से 9 वाले जादुई वर्ग की संगत संख्या से ठीक 2 अधिक है।

3. जादुई वर्ग में संशोधन

मानक 1 से 9 वाला वर्ग (योग = 15):

8	1	6
3	5	7
4	9	2

(a) प्रत्येक संख्या में 2 जोड़ें: यह अभी भी एक जादुई वर्ग है। नया जादुई योग 21 हो जाता है (15 + 6 = 21)।

10	3	8
5	7	9
6	11	4

(b) प्रत्येक संख्या को 3 से गुणा करें: यह अभी भी एक जादुई वर्ग है। नया जादुई योग 45 हो जाता है (15 × 3 = 45)।

24	3	18
9	15	21
12	27	6

4. 9 क्रमागत संख्याओं के लिए विधि

अनुक्रम की मध्य संख्या (5वीं संख्या) खोजें और उसे केंद्र में रखें।

जादुई योग हमेशा (3 × मध्य संख्या) होगा।

शेष संख्याओं को ऐसे जोड़ों में व्यवस्थित करें जिनका योग मध्य संख्या के दोगुने के बराबर हो।

प्रश्नावली–6.2

1. 8 जादुई वर्ग (घुमाव और परावर्तन सहित)

2. 2 से 10 तक की संख्याओं का योग = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 54

जादुई योग = 54 ÷ 3 = 18

मध्य संख्या = 6 केंद्र में रखें।

1-9 वाले जादुई वर्ग में प्रत्येक संख्या में 1 जोड़ने से 2-10 वाला जादुई वर्ग बनता है।

जादुई वर्ग (2-10) :

9	4	5
2	6	10
7	8	3

प्रत्येक पंक्ति, स्तंभ और विकर्ण का योग = 18

तुलना: 1-9 वाले वर्ग का जादुई योग 15 था; यहाँ 18 है (3 अधिक, क्योंकि प्रत्येक संख्या में 1 जोड़ा गया)।

अत: जादुई योग = 18

3. एक जादुई वर्ग लीजिए और

मान लीजिए 1-9 वाला जादुई वर्ग (जादुई योग = 15):

2	7	6
9	5	1
4	3	8

(a) प्रत्येक संख्या में 1 की वृद्धि कीजिए।

3	8	7
10	6	2
5	4	9

नया जादुई योग = 15 + 3 = 18

अत: हाँ, यह भी जादुई वर्ग है। जादुई योग 3 बढ़ जाता है।

(b) प्रत्येक संख्या को दुगुना कीजिए।

4	14	12
18	10	2
8	6	16

नया जादुई योग = 15 × 2 = 30

अत: हाँ, यह भी जादुई वर्ग है। जादुई योग दुगुना हो जाता है।

(c) जादुई वर्ग के घुमाव, स्थानांतरण में कोई भी निश्चित संख्या जोड़ना या गुणा करने से जादुई वर्ग का योग इन स्थितियों में बदल सकता है।

4. (1) मध्य संख्या ज्ञात करें—उसे केंद्र में रखें।

(2) जादुई योग = मध्य संख्या × 3

(3) सबसे छोटी और सबसे बड़ी संख्या को मध्य के बाईं-दाईं या ऊपर-नीचे रखें।

(4) शेष स्थानों को इस प्रकार भरें कि प्रत्येक पंक्ति, स्तंभ और विकर्ण का योग जादुई योग के बराबर हो।

अत: किसी भी 9 क्रमागत संख्याओं से उपरो. क्त विधि से जादुई वर्ग बनाया जा सकता है।

5. 1-9 वाले जादुई वर्ग में प्रत्येक संख्या से 5 घटाओ तो केंद्र 0 आता है।

m = 25 के लिए: 1-9 वाले वर्ग में प्रत्येक संख्या में (25 – 5) = 20 जोड़ें।

m-3	m+4	m-1
m+2	m	m-2
m+1	m-4	m+4

m = 25 रखने पर:

22	29	24
27	25	23
26	21	29

जादुई योग = 3 × 25 = 75

अत: जादुई योग = 75

6. किसी पंक्ति, स्तंभ या विकर्ण के तीन पदों को जोड़ने पर कौन-सा व्यंजक प्राप्त होता है?

हल: प्रत्येक पंक्ति/स्तंभ/विकर्ण में तीन m + a + m + b + m + c = 3m + (a + b + c) के रूप में हैं।

जादुई वर्ग में a + b + c = 0 होता है।

अत: व्यंजक 3m प्राप्त होगा।

7. (a) प्रत्येक पद में 1 जोड़ने पर क्या होता है?

केंद्र m+1 हो जाता है। नया जादुई योग = 3(m+1) = 3m+3 अत: नया जादुई वर्ग बनता है। जादुई योग = 3m + 3 (3 की वृद्धि)

(b) प्रत्येक पद को दुगुना करने पर क्या होता है?

केंद्र 2m हो जाता है। नया जादुई योग = 3 × 2m = 6m

अत: नया जादुई वर्ग बनता है। जादुई योग = 6m (दुगुना)

8. 3m = 60 = m = 20.

1-9 वाले वर्ग में प्रत्येक संख्या को 4 से गुणा करें (क्योंकि 15 × 4 = 60):

8	12	16
36	20	4
16	28	32

अथवा सरल विधि—1-9 वाले वर्ग में प्रत्येक को 4 से गुणा करें:

मूल वर्ग (केंद्र 5): × 4 करने पर केंद्र = 20, जादुई योग = 60 अत: जादुई योग 60 वाला वर्ग केंद्रीय संख्या 20 पर आधारित है।

9. हाँ! उदाहरण:

16	6	8
2	10	18
12	14	4

जादुई योग = 30 (ये 9 अक्रमागत संख्याएँ हैं)

अत: हाँ, 9 अक्रमागत संख्याओं से भी जादुई वर्ग बनाना संभव है।

अभ्यास–6.5

1. नियम: यदि केन्द्रीय संख्या (Center Number) 29 है, तो इसके लिए हम 9 क्रमागत संख्याओं का उपयोग करेंगे जिनका मध्य पद 29 हो। ये संख्याएँ होंगी: 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33

जादुई वर्ग:

32	25	30
27	29	31
28	33	26

2. जादुई योग (Magic Constant) ज्ञात करने के लिए किसी भी एक पंक्ति को जोड़ते हैं:

प्रथम पंक्ति का योग $= 32 + 25 + 30 = 87$

प्रथम स्तंभ का योग $= 32 + 27 + 28 = 87$

मुख्य विकर्ण का योग $= 32 + 29 + 26 = 87$

परिणाम: प्रत्येक स्थिति में योग 87 प्राप्त होता है। (नोट: यह केन्द्रीय संख्या का हमेशा 3 गुना होता है, जैसे $29 \times 3 = 87$)

3. यदि आप–

(a) व्यापक सूत्र की प्रत्येक संख्या में 3 जोड़ते हैं।

परिणाम: हमें एक नया जादुई वर्ग प्राप्त होगा।

परिवर्तन: नया जादुई योग पिछले योग से 9 अधिक हो जाएगा ($87 + 9 = 96$)। प्रत्येक संख्या 3 बढ़ने से पंक्ति का कुल योग $3 \times 3 = 9$ बढ़ जाता है।

(b) व्यापक सूत्र की प्रत्येक संख्या में 2 से गुणा करते हैं।

परिणाम: हमें एक नया जादुई वर्ग प्राप्त होगा।

परिवर्तन: नया जादुई योग पिछले योग का दोगुना हो जाएगा ($87 \times 2 = 174$)।

4. केन्द्रीय संख्या = कुल योग ÷ 3

केन्द्रीय संख्या $= 72 \div 3 = 24$

अब 24 को केंद्र में रखकर क्रमागत संख्याएँ (20 से 28 तक) लेने पर:

27	20	25
22	24	26
23	28	21

5. हाँ, केवल नौ विषम संख्याओं का उपयोग करके एक जादुई वर्ग बनाया जा सकता है।

तर्क: जादुई वर्ग की शर्त यह है कि प्रत्येक पंक्ति स्तंभ और विकर्ण का योग समान होना चाहिए। तीन विषम संख्याओं का योग हमेशा एक विषम संख्या ही होता है (विषम + विषम + विषम = विषम)।

यदि हम 9 क्रमागत विषम संख्याएँ (जैसे 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17) लें और उन्हें मानक जादुई वर्ग के पैटर्न में व्यवस्थित करें, तो प्रत्येक दिशा में योग समान (जैसे यहाँ 27) प्राप्त होगा।

उदाहरण (1 से 17 विषम संख्याएँ):

15	1	11
5	9	13
7	17	3

प्रश्नावली–6.3

1. बल्ब On है। प्रत्येक बार दबाने पर अवस्था बदलती है।

1 बार $\rightarrow$ Off, 2 बार $\rightarrow$ On, 3 बार $\rightarrow$ Off,....

विषम बार दबाने पर $\rightarrow$ Off; सम बार दबाने पर $\rightarrow$ On

77 = विषम संख्या

अत: बल्ब Off होगा–क्योंकि 77 एक विषम संख्या है।

2. 50 पृष्ठ = 25 पत्रक (शीट)।

प्रत्येक पत्रक पर दो क्रमागत पृष्ठ संख्याएँ होती हैं, जिनका योग = विषम।

25 विषम संख्याओं का योग = विषम (क्योंकि 25 विषम है)।

6000 = सम संख्या।

अत: नहीं। कुल योग विषम होना चाहिए, परंतु 6000 सम है इसलिए ऐसा होना असंभव है।

3. दी गई शर्तें पंक्ति 1 योग = विषम (o), पंक्ति 2 योग = सम (e)

स्तंभ 1 = सम (e), स्तंभ 2 = सम (e), स्तंभ 3 = विषम (o)

समाधान:

पंक्ति	स्तंभ 1	स्तंभ 2	स्तंभ 3	पंक्ति योग
पंक्ति 1	विषम	सम	सम	विषम ✓
पंक्ति 2	विषम	सम	विषम	सम ✓
स्तंभ योग	सम	सम ✓	विषम ✓	

अतः उपरोक्त व्यवस्था सभी शर्तें पूरी करती है।

4. 1-9 वाले जादुई वर्ग में प्रत्येक संख्या में से 5 घटाएँ (मध्य $5 \rightarrow 0$):

–3	2	1
4	0	–4
–1	–2	3

जाँचः पंक्ति 1: $-3 + 2 + 1 = 0$ ✓, पंक्ति 2: $4 + 0 - 4 = 0$ ✓, पंक्ति 3: $-1 - 2 + 3 = 0$ ✓

स्तंभ 1: $-3 + 4 - 1 = 0$ ✓, स्तंभ 2: $2 + 0 - 2 = 0$ ✓, स्तंभ 3: $1 - 4 + 3 = 0$ ✓

विकर्णः $-3 + 0 + 3 = 0, 1 + 0 - 1 = 0$ ✓

अतः जादुई योग = 0 वर्ग उपरोक्त है।

5. (a) सम (b) सम (c) सम (d) विषम

6. 1 से 100 में 50 सम संख्याएँ और 50 विषम संख्याएँ। 50 सम का योग = सम; 50 विषम का योग = सम (50 सम संख्या है) कुल = सम + सम = सम

7. नियमः प्रत्येक संख्या = पिछली दो संख्याओं का योग अगली दो संख्याएँः

$987 + 1597 = 2584$ तथा $1597 + 2584 = 4181$

पिछली दो संख्याएँः

$1597 - 987 = 610$ तथा $987 - 610 = 377$

अतः अगली दो–2584, 4181। पिछली दो– 610, 377

8. विरहांक अनुक्रमः 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,.....

विभिन्न तरीके	तरीकों की संख्या
1+1+1+1+1+1+1+1	1
2+1+1+1+1+1+1 1+2+1+1+1+1+1 1+1+2+1+1+1+1 1+1+1+2+1+1+1 1+1+1+1+2+1+1 1+1+1+1+1+2+1 1+1+1+1+1+1+2	7
2+2+1+1+1+1 2+1+2+1+1+1 1+2+2+1+1+1 2+1+1+2+1+1 1+2+1+2+1+1 1+1+2+2+1+1 2+1+1+1+2+1 1+2+1+1+2+1 1+1+2+1+2+1 1+1+1+2+2+1 2+1+1+1+1+2 1+2+1+1+1+2 1+1+2+1+1+2 1+1+1+2+1+2 1+1+1+1+2+2	15
1+1+2+2+2 1+2+2+2+1 2+2+2+1+1 1+2+1+2+2 2+1+1+2+2 2+1+2+2+1 1+2+2+1+2 2+1+2+1+2 2+2+1+1+2 2+1+1+2+2	10
2+2+2+2	1

8 पगों के लिए अनुक्रम का 8वाँ पद = 34

अतः 34 भिन्न विधियाँ हैं।

9. विरहांक अनुक्रम की समानता का पैटर्न

पद 1: विषम, 2: सम, 3: विषम, 4: विषम, 5: सम, 6: विषम, 7: विषम, 8: सम, ...

पैटर्न (पद 1 के बाद): विषम, सम, विषम, विषम पद–यह 3 के क्रम में दोहराता है।

पद 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 → सम (प्रत्येक तीसरा पद सम, 2 से आरंभ)

अतः 20वें पद की समानता–सम

10. (a) (सत्य) व्यंजक $4m - 1$ से सदैव विषम संख्याएँ प्राप्त होती हैं।

$4m$ = सदैव सम ($4 \times$ कोई भी पूर्णांक)

$4m - 1$ = सम $- 1$ = विषम, सभी m के लिए।

(b) (असत्य) सभी सम संख्याओं को $6j - 4$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

$j = 1: 2, j = 2: 8, j = 3: 14....$ (केवल कुछ सम संख्याएँ–4, 6, 10, 12 आदि छूट जाती हैं)

(c) (सत्य) दोनों व्यंजक $2p + 1$ और $2q - 1$ सभी विषम संख्याओं का वर्णन करते हैं।

$2p + 1: p = 0 \rightarrow 1, p = 1 \rightarrow 3, p = 2 \rightarrow 5, ...$ (सभी विषम संख्याएँ)

$2q - 1: q = 1 \rightarrow 1, q = 2 \rightarrow 3, q = 3 \rightarrow 5, ...$ (सभी विषम संख्याएँ)

(d) (असत्य) व्यंजक $2f + 3$ सम और विषम दोनों संख्याओं को व्यक्त करता है।

2f = सम; 2f + 3 = सम + विषम = सदैव विषम। यह सम संख्या नहीं देता।

11. $UT = 10U + T$

$TA = 10T + A$

$TAT = 100T + 10A + T = 101T + 10A$

समीकरण: $(10U + T) + (10T + A) = 101T + 10A$

$10U + 11T + A = 101T + 10A$

$10U = 90T + 9A$

$10U = 9(10T + A)$

चूँकि 9 का गुणनखंड है: $U = 9$ रखने पर $\rightarrow 90 = 9(10T + A) \rightarrow 10T + A = 10$

अत: $T = 1, A = 0$

जाँच: $UT = 91, TA = 10, TAT = 101$

$91 + 10 = 101$

अत: $U = 9, T = 1, A = 0$

5. हाँ, केवल नौ विषम संख्याओं का उपयोग करके एक जादुई वर्ग बनाया जा सकता है।

तर्क: जादुई वर्ग की शर्त यह है कि प्रत्येक पंद्रि स्तंभ और विकर्ण का योग समान होना चाहिए।

तीन विषम संख्याओं का योग हमेशा एक विषम संख्या ही होता है (विषम + विषम + विषम = विषम)।

यदि हम 9 क्रमागत विषम संख्याएँ (जैसे 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17) लें और उन्हें मानक जादुई वर्ग के पैटर्न में व्यवस्थित करें, तो प्रत्येक दिशा में योग समान (जैसे यहाँ 27) प्राप्त होगा।

उदाहरण–(1 से 17 विषम संख्याएँ):

15	1	11
5	9	13
7	17	3

अभ्यास–6.6

1. नहीं, बल्ब बंद (OFF) होगा।

तर्क: प्रारंभिक स्थिति: चालू (ON)

नियम: स्विच को एक बार दबाने पर स्थिति बदल जाती है। सम संख्या (Eiven) में दबाने पर स्थिति वही रहती है, और विषम संख्या (Odd) में दबाने पर स्थिति विपरीत हो जाती है।

चूंकि 63 एक विषम संख्या है, इसलिए बल्ब की प्रारंभिक स्थिति (चालू) बदल जाएगी।

अत: अंत में बल्ब बंद होगा।

2. नहीं, यह संभव नहीं है।

तर्क: प्रत्येक पन्ने (sheet) पर दो क्रमागत संख्याएँ होती हैं (जैसे 1 और 2 या 3 और 4)। इनमें एक संख्या हमेशा विषम और दूसरी सम होती है।

एक विषम और एक सम संख्या का योग हमेशा विषम होता है (जैसे $1 + 2 = 3$)।

रुचि के पास 42 पन्ने हैं। यदि हम 42 विषम संख्याओं (पन्नों के योग) को जोड़ते हैं, तो परिणाम हमेशा एक सम संख्या होनी चाहिए। यद्यपि 5000 एक सम संख्या है, लेकिन क्रमागत पृष्ठों के गणितीय योग के नियम के अनुसार, 84 पृष्ठों (42 पन्ने × 2) का योग 5000 के बराबर सटीक रूप से नहीं बैठता। मुख्य तर्क यह है कि प्रत्येक शीट का अपना योग विषम है, और 42 ऐसी शीट्स का कुल योग विशिष्ट गणितीय श्रृंखला का पालन करेगा जो 5000 नहीं होगा।

3. 9 सीढ़ियों तक पहुँचने के कुल 55 तरीके हैं।

तर्क: यह समस्या फाइबोनैचि अनुक्रम (Fibonacci sequence) का पालन करती है, जहाँ n सीढ़ियों के तरीके = (n–1) के तरीके + (*n*–2) के तरीके।

1 सीढ़ी: 1 तरीका

2 सीढ़ियाँ: 2 तरीके

3 सीढ़ियाँ: 3 तरीके (1 + 1 + 1, 1 + 2, 2 + 1)

4 सीढ़ियाँ: 5 तरीके

5 सीढ़ियों: 8 तरीके

6 सीढ़ियाँ: 13 तरीके

7 सीढ़ियाँ: 21 तरीके

8 सीढ़ियों: 34 तरीके

9 सीढ़ियाँ: 55 तरीके

4. क्रिप्टारिथम (Cryptarithm)

यदि हम मान लें कि: Y = 1 और A = 0

	×	1
+	1	0
1	0	1

इसके उत्तर को देखते हुए यहाँ × का मान 9 रखते हैं। तब,

	9	1
+	1	0
1	0	1

1. विविध प्रश्नावली

1. 'टॉलर काउंट' गतिविधि में 8 लोगों के समूह में सबसे बड़ी संख्या 8 होगी। यह तब संभव है जब सभी 8 लोग बढ़ते हुए ऊँचाई के क्रम में खड़े हों।

2. 1 से 100 तक की संख्याओं के योग की समता सम (Even) है।

गणन: सूत्र $\frac{n(n+1)}{2}$ का उपयोग करने पर $\frac{100 \times 101}{2} = 50 \times 101 = 5050$ जो एक सम संख्या है।

3. विरहांका-फिबोनाची अनुक्रम का 10वाँ पद 55 है।

(अनुक्रम: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55....)

4. 2 से 10 तक की संख्याओं का उपयोग करके बने 3 × 3 जादू वर्ग का जादुई योग 18 है।

(सूत्र: 3 × मध्य संख्या। यहाँ मध्य संख्या 6 है, इसलिए 3 × 6 = 18)

5. व्यंजक 2n हमेशा एक सम संख्या देता है, जहाँ n कोई भी पूर्णांक है।

6. अनुक्रम 0, 0, 1, 0, 3, 1 के लिए संभावित ऊँचाई व्यवस्था (छोटे से बड़े क्रम में):

यहाँ 0 का अर्थ है कि व्यक्ति के सामने उससे लंबा कोई नहीं है। 3 का अर्थ है कि उसके सामने 3 लोग उससे लंबे हैं।

संभावित क्रम (इंच में): 70, 65, 60, 68, 55, 62

(नोट: पहली सबसे लंबी इमारत/व्यक्ति हमेशा 0 बोलेगा क्योंकि उसके आगे कोई उससे लंबा नहीं है।)

7. यह कथन कभी सत्य नहीं है।

तर्क: दो विषम संख्याओं का योग हमेशा एक सम संख्या होती है (जैसे: 3 + 5 = 8)।

8. (विषम + सम + विषम + सम + विषम) की समता:

विषम + सम = विषम

विषम + विषम = सम

सम + सम = सम

सम + विषम = विषम

अत:, अंतिम परिणाम विषम होगा।

9. सभी संख्याओं (3 से 11) का कुल योग = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 63

प्रत्येक पंक्ति/स्तंभ का योग $= \frac{63}{3} = 21$

केन्द्रीय संख्या : मध्य का पद = 7

जादू वर्ग :

10	3	8
5	7	9
6	11	4

10. फिवोनाची अनुक्रम में पदों की समता (सम या विषम) का पैटर्न विषम, विषम, सम के रूप में चलता है।

गणना : 15वाँ पद = 610 (सम)

16वाँ पद = 14वाँ पद (विषम) + 15वाँ पद (सम)

= विषम

17वाँ पद = 15वाँ पद (सम)
+ 16वाँ (विषम)
= विषम

अतः, 17वें पद की समता विषम है।

11. सूत्र: nवीं संख्या = $2n$

200वीं सम संख्या,

$n = 200$ रखने पर

200वीं संख्या = 2×200
= 400

12. दिया है:

	P	3
+	P	3
1	K	6

दहाई स्थान का योग

= P + P = 1K
= 2P = 10 + K

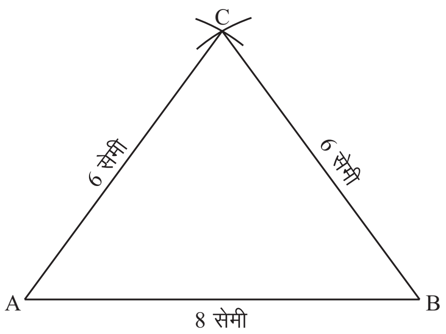
यदि P = 7 लेते हैं

= $2 \times 7 = 10 + K$
= $14 - 10 = K$
K = 4

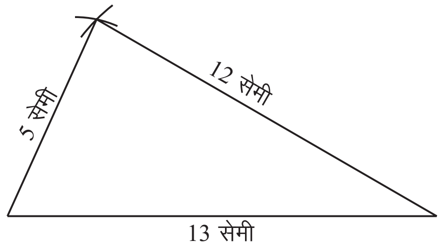
	7	3
+	7	3
1	4	6

7. तीन प्रतिच्छेदी रेखाओं की एक कथा

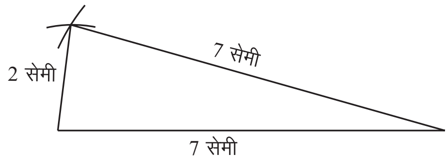
(a) दिया है: त्रिभुज की भुजाएं = (6, 6, 8) सेमी



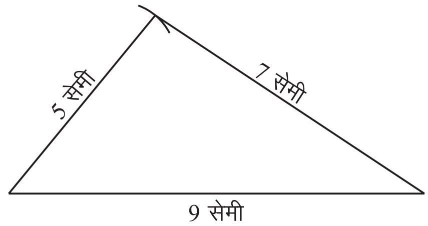
(b) दिया है: त्रिभुज की भुजााएँ = (5, 12, 13) सेमी



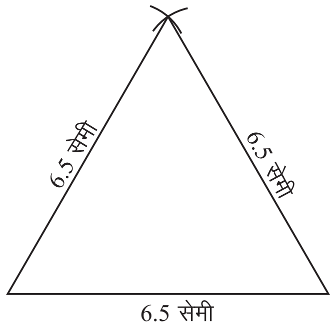
(c) दिया है: त्रिभुज की भुजाएँ = 2 सेमी, 7 सेमी, 7 सेमी



(d) दिया है: त्रिभुज की भुजाएँ = 5 सेमी, 7 सेमी, 9 सेमी



(e) दिया है: त्रिभुज की भुजाएँ = 6.5 सेमी, 6.5 सेमी, 6.5 सेमी



अभ्यास-7.2

1. नहीं, हम इन दोनों में से किसी भी माप के साथ त्रिभुज नहीं बना पाएंगे।

दोनों ही स्थितियों में, दो छोटी भुजाएं इतनी छोटी हैं कि वे आपस में मिल ही नहीं पायेगी। यदि आप उन्हें आधार की ओर बिल्कुल सपाट भी कर दें, तब भी वे एक-दूसरे को नहीं छुएँगी। उदाहरण के लिए, 4 सेमी और 5 सेमी की भुजाएँ मिलकर केवल 9 सेमी की दूरी तय

करती हैं, जिससे 10 सेमी के आधार पर उनके बीच 1 सेमी का अंतर रह जाता है।

एक त्रिभुज तभी बन सकता है जब उसकी दो छोटी भुजाओं का योग तीसरी (सबसे लंबी) भुजा से अधिक हो।

2. (a) 12 किमी, 12 किमी, 28 किमी : 12 + 12 = 24, चूंकि 24, 28 से कम है, इसलिए त्रिभुज नहीं बन सकता।

(b) 6 मिमी, 11 मिमी, 21 मिमी : 6 + 11 = 17 चूंकि 17, 21 से कम है, इसलिए त्रिभुज नहीं बन सकता।

(c) 12 सेमी, 25 सेमी, 45 सेमी: 12 + 25 = 37 चूंकि 37, 45 से कम है, इसलिए त्रिभुज नहीं बन सकता।

3. 10, 15, 30 : 10 + 15 = 25 (25, 30 से कम है)। संभव नहीं।

5, 7, 12 : 5 + 7 = 12 (12, 12 के बराबर है) । संभव नहीं।

नोट: जब दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा के बराबर होता है, तो रेखाएँ एक-दूसरे के ऊपर सटीक बैठती हैं, जिससे त्रिभुज के बजाय एक सीधी रेखा बनती है।

4. संभावना का अनुमान लगाना

4 सेमी, 5 सेमी, 8 सेमी : 4 + 5 = 9 (9.8 से अधिक है)। त्रिभुज संभव है।

3 सेमी, 6 सेमी, 10 सेमी : 3 + 6 = 9। (9.10 से कम है)। त्रिभुज संभव नहीं है।

6 सेमी, 8 सेमी, 14 सेमी : 6 + 8 = 14। (14, 14 के बराबर है)। त्रिभुज संभव नहीं है।

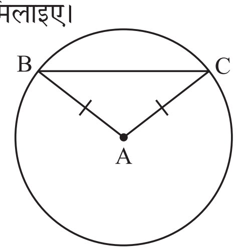
प्रश्नावली-7.1

1. नियम: समद्विबाहु त्रिभुज में दो भुजाएँ बराबर होती हैं। यदि C और B एक ही वृत्त पर दो बिन्दु हों तो C और B की केन्द्र बिन्दु A से दूरी = त्रिज्या (समान)।

चरण 1: एक वृत्त खींचिए। इसके केंद्र को A मानिए।

चरण 2: वृत्त पर दो बिंदु B और C अंकित कीजिए।

चरण 3: AB = AC = त्रिज्या (बराबर), अत: BC को मिलाइए।



अत: त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है क्योंकि AB = AC (दोनों त्रिज्याएँ बराबर हैं)।

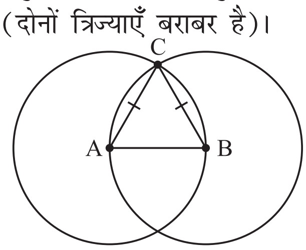
2. भाग (i) समद्विबाहु त्रिभुज (A और B केंद्र, समान मापों के वृत्त):

चरण 1: A और B दोनों समान त्रिज्या के वृत्तों के केंद्र हैं।

चरण 2: वृत्त B पर कोई बिंदु C लीजिए जो वृत्त A पर भी हो (प्रतिच्छेद बिंदु)।

चरण 3: AB एक भुजा है, AC = BC = त्रिज्या।

अत: त्रिभुज ABC समद्विबाहु है क्योंकि AC = BC (दोनों त्रिज्याएँ बराबर है)।

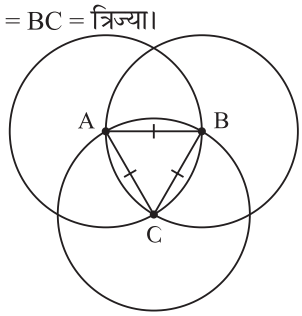


भाग (ii) समबाहु त्रिभुज (A, B और C केंद्र, समान मापों के वृत्त):

चरण 1: A, B और C तीनों समान त्रिज्या के वृत्तों के केंद्र हैं।

चरण 2: A और B केंद्रित वृत्त C पर मिलते हैं—AC = BC = त्रिज्या।

चरण 3: B और C केंद्रित वृत्त A पर मिलते हैं—AB = BC = त्रिज्या।



अतः सभी भुजाएँ AB = BC = CA = त्रिज्या–अतः त्रिभुज ABC समबाहु है।

3. समूह (i): 3 सेमी., 4 सेमी., 8 सेमी.

चरण 1: तीनों लंबाइयों को बढ़ते क्रम में लिखिए: 3, 4, 8

चरण 2: दो छोटी लंबाइयों का योग = 3 + 4 = 7

चरण 3: सबसे बड़ी लंबाई = 8

चरण 4: क्या 7 > 8? नहीं, 7 < 8

अतः त्रिभुज असमिका संतुष्ट नहीं होती–3, 4, 8 से त्रिभुज नहीं बन सकता।

समूह (ii): 2 सेमी., 3 सेमी., 6 सेमी.

चरण 1: बढ़ते क्रम में: 2, 3, 6

चरण 2: दो छोटी लंबाइयों का योग = 2 + 3 = 5

चरण 3: सबसे बड़ी लंबाई = 6

चरण 4: क्या 5 > 6? नहीं, 5 < 6

अतः हाँ, बिना रचना किए त्रिभुज असमिका से पता चल सकता था कि ये त्रिभुज नहीं बन सकते।

4.

समूह	लंबाइयाँ	दो छोटी का योग	सबसे बड़ी	जाँच	निष्कर्ष
(a)	10, 10, 25 किमी.	10 + 10 = 20	25	20 < 25	त्रिभुज नहीं बनेगा
(b)	5, 10, 20 मिमी.	5 + 10 = 15	20	15 < 20	त्रिभुज नहीं बनेगा
(c)	12, 20, 40 सेमी.	12 + 20 = 32	40	32 < 40	त्रिभुज नहीं बनेगा

अतः तीनों समूहों में दो छोटी लंबाइयों का योग, सबसे बड़ी लंबाई से कम है–अतः कोई भी त्रिभुज संभव नहीं।

5. दिए गए हैं: 10 सेमी., 15 सेमी. और 30 सेमी.

जाँच करते हैं–10 < 15 + 30 ✓, 15 < 10 + 30 ✓, 30 < 10 + 15 ✗

यहाँ तीसरी असमानता सत्य नहीं है, क्योंकि 30 > 10 + 15

अत तीनों लंबाइयाँ त्रिभुज नहीं बना सकतीं, क्योंकि त्रिभुज बनने के लिए प्रत्येक भुजा का मान बाकी दो भुजाओं के योग से कम होना चाहिए।

6.

भाग	लंबाइयाँ	दो छोटी का योग	सबसे बड़ी	जाँच	निष्कर्ष
(a)	2, 2, 5	2 + 2 = 4	5	4 < 5	त्रिभुज नहीं बनेगा
(b)	3, 4, 6	3 + 4 = 7	6	7 > 6	त्रिभुज बनेगा
(c)	2, 4, 8	2 + 4 = 6	8	6 < 8	त्रिभुज नहीं बनेगा
(d)	5, 5, 8	5 + 5 = 10	8	10 > 8	त्रिभुज बनेगा
(e)	10, 20, 25	10 + 20 = 30	25	30 > 25	त्रिभुज बनेगा
(f)	10, 20, 35	10 + 20 = 30	35	30 < 35	त्रिभुज नहीं बनेगा
(g)	24, 26, 28	24 + 26 = 50	28	50 > 28	त्रिभुज बनेगा

अतः त्रिभुज की भुजाएँ बन सकती हैं: (b) 3, 4, 6 (d) 5, 5, 8 (e) 10, 20, 25 (g) 24, 26, 28

अभ्यास–7.3

1. (a) 5 सेमी, 5 सेमी, 9 सेमी

जाँच: 5 + 5 = 10, चूंकि 10, 9 से अधिक है, हाँ, त्रिभुज बन सकता है।

(b) 2 सेमी, 7 सेमी, 10 सेमी

जाँच: 2 + 7 = 9, चूंकि 9, 10 से कम है, नहीं, त्रिभुज नहीं बन सकता।

(c) 6 सेमी, 8 सेमी, 14 सेमी

जाँच: 6 + 8 = 14, चूंकि 14, 14 के बराबर है, नहीं, त्रिभुज नहीं बन सकता। यह एक सीधी रेखा होगी।

(d) 12 सेमी, 15 सेमी, 20 सेमी

जाँच: 12 + 15 = 27, चूंकि 27, 20 से अधिक है, हाँ, त्रिभुज बन सकता है।

2. हाँ, 45 सेमी, 12.5 सेमी या 99 सेमी भुजाओं वाले समबाहु त्रिभुज निश्चित रूप से बन सकते हैं।

तर्क: समबाहु त्रिभुज में सभी भुजाएँ बराबर (s) होती हैं। यदि हम नियम देखें, तो s + s हमेशा 2s होगा। चूंकि 2s किसी भी धनात्मक संख्या के लिए हमेशा s से बड़ा होता है, इसलिए किसी भी धनात्मक भुजा की लंबाई के लिए समबाहु त्रिभुज हमेशा संभव है।

3. तीसरी भुजा की सम्भावित लम्बाइयाँ

शर्त: $|a - b| < x < a + b$; जहाँ x तीसरी भुजा है।

(a) 3 सेमी, 160 सेमी

$|160 - 3| = 157$

अत: तीसरी भुजा 157 से बड़ी और 163 से छोटी होगी।

सम्भावित लम्बाइयाँ = 158 सेमी, 160 सेमी

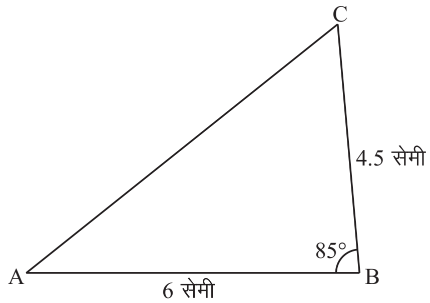
(b) 6 सेमी, 9 सेमी

$|9 - 6| = 3$

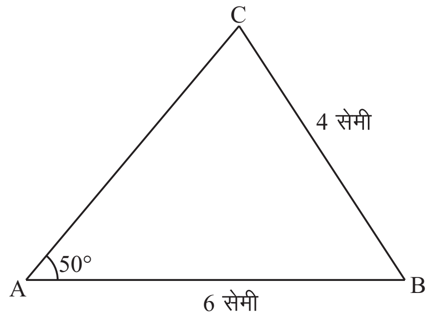
अत: तीसरी भुजा 3 से बड़ी और 15 से छोटी होगी।

सम्भावित लम्बाइयाँ = 5 सेमी, 10 सेमी

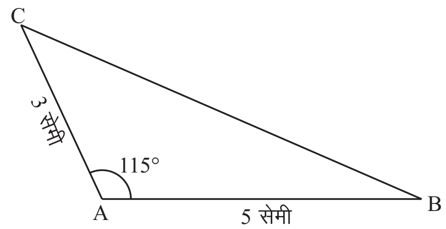
4. (a) दी गई त्रिभुज की भुजाएँ = 4.5 सेमी, 6 सेमी और कोण = 85°



(b) दी गई त्रिभुज की भुजाएँ = 6 सेमी, 4 सेमी, कोण = 50°



(c) दी गई त्रिभुज की भुजाएँ = 3 सेमी, 5 सेमी, कोण = 115°



प्रश्नावली–7.2

1.

भाग	लंबाइयाँ	छोटी दो का योग	सबसे बड़ी	जाँच	निष्कर्ष
(a)	1, 100, 100	1 + 100 = 101	100	101 > 100	त्रिभुज बनेगा
(b)	3, 6, 9	3 + 6 = 9	9	9 = 9 (बराबर)	त्रिभुज नहीं बनेगा
(c)	1, 1, 5	1 + 1 = 2	5	2 < 5	त्रिभुज नहीं बनेगा
(d)	5, 10, 12	5 + 10 = 15	12	15 > 12	त्रिभुज बनेगा

अत: त्रिभुज का अस्तित्व है : (a) और (d) में। नहीं है: (b) और (c) में।

2. चरण 1: समूह 50, 50, 50 के लिए जाँच:

50 + 50 = 100 > 50 ✓

अत: किसी भी लम्बाई वाले एक समबाहु त्रिभुज का अस्तित्व है।

चरण 2: व्यापक रूप में किसी भी $a > 0$ के लिए:

$a + a = 2a > a$

चरण 3: यह सदैव संतुष्ट होगा क्योंकि दो बराबर भुजाओं का योग सदैव तीसरी (समान) भुजा से अधिक होगा।

अत: हाँ, 50, 50, 50 का त्रिभुज संभव है।

व्यापक रूप में: किसी भी धनात्मक लंबाई का समबाहु त्रिभुज सदैव संभव है।

3. (a) दी गई भुजाएं : 1 और 100

नियम: तीसरी भुजा c के लिए: |100 – 1| $< c < 100 + 1 \rightarrow 99 < c < 101$

संभावित मान का क्रम	c का मान	जाँच: c < 1+100=101	जाँच: 1+c > 100	वैध?
1	99.1	101 > 99.1	1+99.1=100.1 > 100	✓ हाँ
2	99.5	101 > 99.5	100.5 > 100	✓ हाँ
3	100	100 < 101	1+100=101 > 100	✓ हाँ
4	100.5	100.5 < 101	101.5 > 100	✓ हाँ
5	100.9	100.9 < 101	101.9 > 100	✓ हाँ

अत: (a) के लिए: c = 99.1, 99.5, 100, 100.5,100.9–सभी संभावित हैं $(99 < c < 101)$

(b) दी गई भुजाएँ: 5 और 5 नियम: $|5 - 5| < c < 5 + 5 \rightarrow 0 < c < 10$

संभावित मान का क्रम	c का मान	जाँच: c < 10	जाँच: 5+c > 5	वैध?
1	1	0 < 1 < 10	6 > 5	✓ हाँ
2	3	0 < 3 < 10	8 > 5	✓ हाँ
3	5	0 < 5 > 10	10 > 5	✓ हाँ
4	7	0 < 7 < 110	12 > 5	✓ हाँ
5	9.5	9.5 < 10	14.575	✓ हाँ

अत: (b) के लिए: c = 1, 3, 5, 7, 9.5–सभी संभावित हैं $(0 < c < 10)$

(c) दी गई भुजाएँ : 3 और 7

नियम: $|7 - 3| < c < 7 + 3 \rightarrow 4 < c < 10$

संभावित मान का क्रम	c का मान	जाँच: c < 10	जाँच: 3+c > 7	वैध?
1	4.5	424.5 × 10	7.5 > 7	✓ हाँ
2	5	4 < 5 < 10	8 > 7	✓ हाँ
3	6	4 < 6 < 10	9 > 7	✓ हाँ
4	8	4 < 8 < 10	11 > 7	✓ हाँ
5	9	4 < 9 < 10	12 > 7	✓ हाँ

अत: (c) के लिए: c = 4.5, 5, 6, 8, 9–सभी संभावित हैं $(4 < c < 10)$

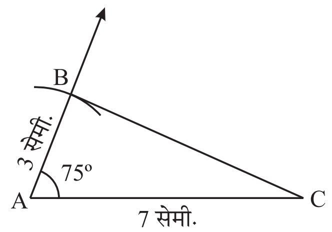
4. (a) भुजाएँ 3 सेमी., 7 सेमी. और अंतर्गत कोण 75°

चरण 1: AC = 7 सेमी. का रेखाखंड खींचिए।

चरण 2: बिंदु A पर 75° का कोण बनाइए।

चरण 3: AB = 3 सेमी. का चाप लगाइए।

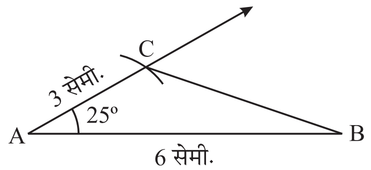
चरण 4: BC को मिलाइए–त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।



अत: त्रिभुज ABC की रचना (AB = 3 सेमी., AC = 7 सेमी., ∠A = 75°) संभव है।

(b) भुजाएँ 6 सेमी., 3 सेमी. और अंतर्गत कोण 25°

चरण 1: AB = 6 सेमी. का रेखाखंड खींचिए।
चरण 2: बिंदु A पर 25° का कोण बनाइए।
चरण 3: कोण की दूसरी भुजा पर AC = 3 सेमी. लेकर चाप लगाइए।

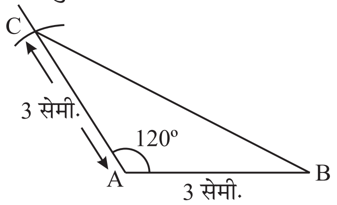


चरण 4: BC को मिलाइए–त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।

अत: त्रिभुज ABC की रचना (AB = 6 सेमी., AC = 3 सेमी., ∠A = 25°) संभव है।

(c) भुजाएँ 3 सेमी. 8 सेमी. और अंतर्गत कोण 120°

चरण 1: AB = 3 सेमी. का रेखाखंड खींचिए।
चरण 2: बिंदु A पर 120° का कोण बनाइए।
चरण 3: कोण की दूसरी भुजा पर AC = 8 सेमी. लेकर चाप लगाइए।
चरण 4: BC को मिलाइए–त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।

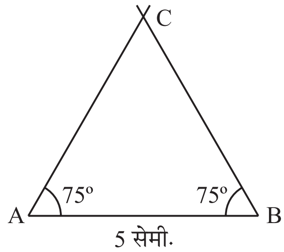


अत: त्रिभुज (AB = 3 सेमी., AC = 8 सेमी., ∠A = 120°) की रचना संभव है। यह अधिककोण त्रिभुज है।

5. (a) 75°, 5 सेमी., 75°

चरण 1: AB = 5 सेमी. का आधार खींचिए।
चरण 2: A पर 75° का कोण बनाइए।
चरण 3: B पर 75° का कोण बनाइए।
चरण 4: दोनों भुजाओं का प्रतिच्छेद बिंदु C है।

जाँच: 75° + 75° = 150° < 180° ✓ → तीसरा कोण = 180° – 150° = 30°

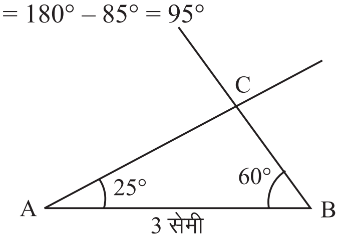


अत: त्रिभुज ABC (A = 75°, B = 75°, C = 30°, AB = 5 सेमी.) की रचना संभव है। यह समद्विबाहु त्रिभुज है।

(b) 25°, 3 सेमी., 60°

चरण 1: AB = 3 सेमी. का आधार खींचिए।
चरण 2: A पर 25° का कोण बनाइए।
चरण 3: B पर 60° का कोण बनाइए।
चरण 4: दोनों भुजाओं का प्रतिच्छेद बिंदु C है।

जाँच: 25° + 60° = 85° < 180° ✓ → तीसरा कोण = 180° – 85° = 95°

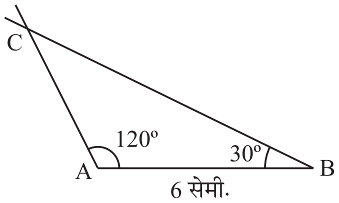


अत: त्रिभुज ABC (A = 25°, B = 60°, C = 95°, AB = 3 सेमी.) की रचना संभव है। यह अधिककोण त्रिभुज है।

(c) 120°, 6 सेमी., 30°

चरण 1: AB = 6 सेमी. का आधार खींचिए।
चरण 2: A पर 120° का कोण बनाइए।
चरण 3: B पर 30° का कोण बनाइए।
चरण 4: दोनों भुजाओं का प्रतिच्छेद बिंदु C है।

जाँच: 120° + 30° = 150° < 180° ✓→ तीसरा कोण = 180° – 150° = 30°



अत: त्रिभुज ABC (A = 120°, B = 30°, C = 30°, AB = 6 सेमी.) की रचना संभव है। यह अधिककोण त्रिभुज है।

6. प्रत्येक दिए कोण के लिए एक अन्य कोण ज्ञात कीजिए जिसके लिए त्रिभुज (i) संभव हो (ii) असंभव हो–

दिया कोण	दूसरा कोण (संभव – योग – 180°)	दूसरा कोण (असंभव – योग ≥ 180°)
(a) 30°	50° (30° + 50° = 80° < 180°) अथवा 100° (30° + 100° = 130° < 180)	155° (30° + 155° = 185° > 180°) अथवा 160° (190° ≥ 180°)
(b) 70°	60° (70° + 60° = 130° <180°) अथवा 90° (70° + 90° = 160° < 180°)	115° (70° + 115° = 185° ≥ 180°) अथवा 120° (190° ≥ 180°)
(c) 54°	80° (54° + 80° = 134° < 180°) अथवा 100° (54° + 100° = 154° <180°)	130° (54° + 130° = 184° ≥ 180°) अथवा 140° (194° ≥ 180°)
(d) 144°	30° (144° + 30° = 174° < 180°) अथवा 35° (144° + 35° = 179° < 180°)	40° (144° + 40° = 184° ≥ 180°) अथवा 50° (194° ≥ 180°)

7.

युग्म	योग	क्या योग < 180°?	तीसरा कोण = 180° – योग	निष्कर्ष
(a) 35°, 150°	185°	नहीं (185 ≥ 180)	–5° (अर्थहीन)	त्रिभुज संभव नहीं
(b) 70°, 30°	100°	हाँ ✓	80°	त्रिभुज संभव है
(c) 90°, 85°	175°	हाँ ✓	5°	त्रिभुज संभव है
(d) 50°, 150°	200°	नहीं (200 ≥ 180)	– 20 अर्थहीन	त्रिभुज संभव नहीं

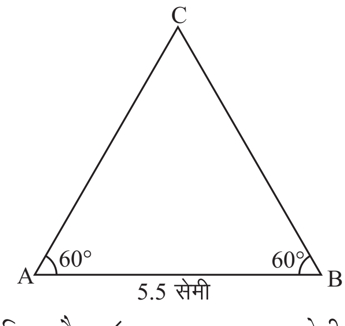
अत: त्रिभुज संभव है: (b) 70°, 30° और (c) 90°, 85°। त्रिभुज असंभव है: (a) 35°, 150° और (d) 50°, 150°

अभ्यास–7.4

1. दिया है: ∠A = 60°, AB = 5.5 सेमी, ∠B = 60°

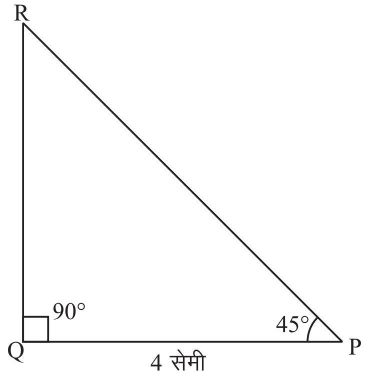
5.5 सेमी का आधार लीजिए जिसके दोनों अक्ष बिन्दु को A और B नाम दीजिए।

अब चाँदे की सहायता से बिन्दु A से 60° का कोण बनाइए और इसी तरह बिन्दु B से 60° का कोण बनाइए जो एक दूसरे को C पर प्रतिच्छेद करेंगे। त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।



2. दिया है: ∠P = 45°, PQ = 4 सेमी, ∠Q = 90°

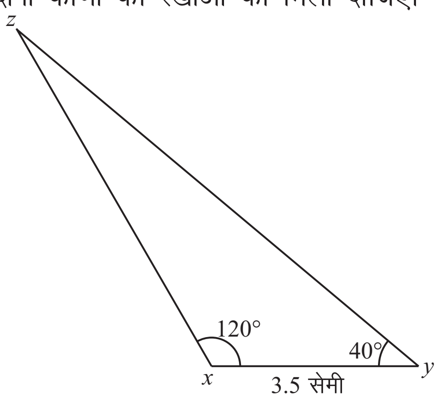
एक रेखा PQ 4 सेमी लीजिए जिसे आधार मान लीजिए। अब चाँदे की सहायता से बिन्दु P पर कोण 45º और Q पर 90º कोण बनाइए और इन्हें मिला दीजिए।



(c) दिया है: $\angle x = 120°$, $xy = 3.5$ सेमी, $y = 40°$

एक रेखा xy 3.5 सेमी लीजिए जिसे आधार मान लीजिए। चाँदे की सहायता से बिन्दु x पर 120º का कोण बनाइए। बिन्दु y पर 40º का कोण बनाइए।

दोनों कोणों की रेखाओं को मिला दीजिए।



2. त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है। अत: दूसरे कोण का मान ऐसा होना चाहिए कि तीसरा कोण धनात्मक रहे।

(a) 28°

दूसरा कोण 151° तक हो सकता है।

सम्भव = 100°, असंभव = 160°

(b) 75°

दूसरा कोण 104° तक हो सकता है।

संभव = 80°, असंभव = 120°

(c) 63°

एक कोण 116° तक हो सकता है।

संभव = 90°, असंभव = 130°

(d) 138°

दूसरा कोण 41° तक हो सकता है।

संभव = 30°, असंभव = 50°

3. दो कोणों का योग 180° से कम होना चाहिए।

(a) 35°, 140°

$35° + 140° = 175° < 180°$

अत: त्रिभुज बन सकता है।

(b) 70°, 85°

$70° + 85° = 155° < 180°$

अत: त्रिभुज बन सकता है।

(c) 90°, 100°

$90° + 100° = 190° > 180°$

अत: त्रिभुज नहीं बन सकता।

(d) 50°, 70°

$50° + 70° = 120° < 180°$

अत: त्रिभुज बन सकता है।

अभ्यास-7.5

1. (a) दिया है: 50°, 70°

माना तीसरा कोण $= x$

$x + 50° + 70° = 180°$ [$\because$ त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।]

$x = 180° - 120°$

$x = 60°$

अत: त्रिभुज का तीसरा कोण 60° है।

(b) माना तीसरा कोण $= x$

$x + 100° + 25° = 180°$

$x = 180° - 125° = 55°$

अत: तीसरा कोण 55° है।

(c) माना तीसरा कोण $= x$

$x + 90° + 45° = 180°$

$x = 180° - 135° = 45°$

अत: तीसरा कोण 45° है।

(d) माना तीसरा कोण $= x$

$x + 35° + 65° = 180°$

$x = 180° - 100° = 80°$

अत: तीसरा कोण 80° है।

2. हम जानते हैं कि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।

यदि त्रिभुज के सभी कोण 60° के हैं तो त्रिभुज बनाना सम्भव है यदि त्रिभुज के सभी कोण 65° के हैं तो त्रिभुज बनाना सम्भव नहीं है।

3. दिया है: $\angle A = 80°$

$\angle B = \angle C$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ ($\because$ त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।)

$80° + \angle B + \angle B = 180°$ $(\angle B = \angle C)$

$80° + 2\angle B = 180°$

$2\angle B = 180° - 80°$

$2\angle B = 100°$

$\angle B = \frac{100°}{2} = 50°$

और, $\angle C = 50°$

अत: $\angle B = 50°$ और $\angle C = 50°$ है।

प्रश्नावली-7.3

1.

भाग	दिए कोण	दोनों का योग	तीसरा कोण = 180° – योग	क्या त्रिभुज बनेगा?
(a)	36°, 72°	108°	180° – 108° = 72°	हाँ ✓ (योग < 180°)
(b)	150°, 15°	165°	180° – 165° = 15°	हाँ ✓ (योग < 180°)
(c)	90°, 30°	120°	180° – 120° = 60°	हाँ ✓ (योग < 180°)
(d)	75°, 45°	120°	180° – 120° = 60°	हाँ ✓ (योग < 180°)

अत: (a) तीसरा कोण = 72°, (b) तीसरा कोण = 15°, (c) तीसरा कोण = 60°, (d) तीसरा कोण = 60°

2. चरण 1: यदि दोनों आधार कोण 70° हों तो उनका योग = 70° + 70° = 140°

चरण 2: तीसरा कोण = 180° – 140° = 40°

चरण 3: लेकिन यदि सभी तीनों कोण 70° हों तो योग = 70° + 70° + 70° = 210° ≠ 180°

अत: नहीं, सभी कोण 70° के बराबर नहीं हो सकते। यदि दो कोण 70° हों तो तीसरा कोण 40° होगा। समबाहु त्रिभुज में प्रत्येक कोण 60° होता है।

3. एक त्रिभुज में $\angle B = \angle C$ और $\angle A = 50°$ है। $\angle B$ और $\angle C$ ज्ञात करना है।

$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\Rightarrow 50° + \angle B + \angle C = 180°$

$\Rightarrow \angle B + \angle C = 180° - 50° = 130°$

$\Rightarrow \angle B = \angle C$ (दिया है)

$2 \times \angle B = 130°$

$\angle B = 130° \div 2 = 65°$

अत: $\angle B = \angle C = 65°$। जाँच: 50° + 65° + 65° = 180° ✓

4. चरण 1: BC = 5 सेमी. का आधार खींचिए।

चरण 2: त्रिभुज असमिका जाँच: 5 + 5 = 10 > 6 ✓; 5 + 6 = 11 > 5 ✓ रचना संभव है।

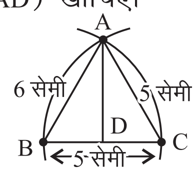
चरण 3: केंद्र B से त्रिज्या 6 सेमी. का चाप खींचिए (AB = 6 सेमी.)।

चरण 4: केंद्र C से त्रिज्या 5 सेमी. का चाप खींचिए (CA = 5 सेमी.)।

चरण 5: दोनों चापों का प्रतिच्छेद बिंदु A है। AB और AC को मिलाइए।

चरण 6: मापक को BC के अनुदिश रखिए। समकोणक को सरकाते हुए शीर्ष A तक लाइए।

चरण 7: A से BC पर लम्ब रेखाखंड (शीर्षलम्ब AD) खींचिए।

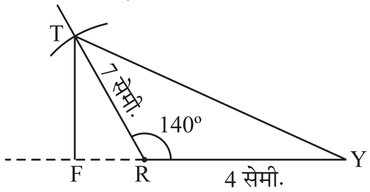


अत: ΔABC (BC=CA=5 सेमी., AB=6 सेमी.) एक समद्विबाहु त्रिभुज है। शीर्षलम्ब AD, BC के मध्यबिंदु D पर मिलता है।

5. चरण 1: RY = 4 सेमी. का आधार खींचिए।

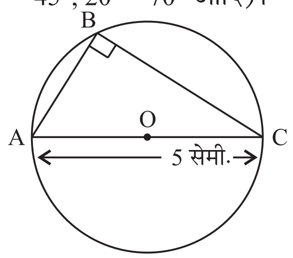
चरण 2: बिंदु R पर 140° का कोण बनाइए (अधिककोण)।

चरण 3: कोण की दूसरी भुजा पर TR = 7 सेमी. अंकित कीजिए–बिंदु T प्राप्त होता है।
चरण 4: TY को मिलाइए–त्रिभुज TRY तैयार है।
चरण 5: R = 140° (अधिककोण) है, अत: शीर्षलम्ब T से RY (बढ़ाई गई) पर होगा।
चरण 6: RY को Y से आगे बढ़ाइए। मापक और समकोणक की सहायता से T से इस रेखा पर लम्ब खींचिए।



अत: शीर्षलम्ब TF (जहाँ F रेखा RY की बढ़ाई गई रेखा पर है) त्रिभुज के बाहर पड़ता है क्योंकि ∠R अधिककोण है।

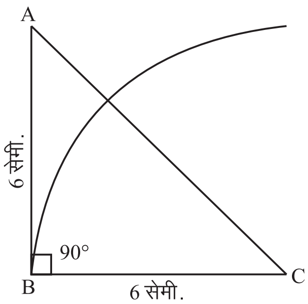
6. चरण 1: AC = 5 सेमी. को कर्ण के रूप में लीजिए।
चरण 2: AC का मध्यबिंदु O ज्ञात कीजिए।
चरण 3: O को केंद्र और OA = OC = 2.5 सेमी. को त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचिए।
चरण 4: इस वृत्त पर कोई भी बिंदु B लें–∠ABC सदैव 90° होगा (अर्धवृत्त में कोण)।
चरण 5: ∠A और ∠C के कोई भी मान लिए जा सकते हैं जिनका योग 90° हो (जैसे 30° – 60°, 45° – 45°, 20° – 70° आदि)।



अत: अनंत भिन्न-भिन्न त्रिभुज संभव हैं–B वृत्त पर कहीं भी हो सकता है (A और C को छोड़कर)। सभी में ∠B = 90° और AC = 5 सेमी. होगा।

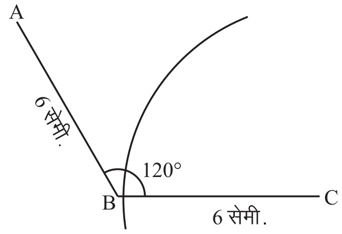
7. (a) समबाहु त्रिभुज (i) एक समकोण हो

रचना के चरण:
चरण 1: 6 सेमी. लंबाई की रेखा BC आधार के रूप में खींचिए।
चरण 2: बिन्दु B पर 90° का कोण बनाइए।
चरण-3: इस कोण की दूसरी भुजा पर बिन्दु A इस प्रकार निर्धारित कीजिए कि BA = 6 सेमी. हो।
चरण 4: बिन्दु C को केन्द्र मानकर 6 सेमी. त्रिज्या का एक चाप खींचिए। देखने पर पता चलता है कि यह चाप BA को नहीं काटता है।



इसलिए, समकोण समबाहु त्रिभुज बनाना संभव नहीं है।

हल : (ii) एक अधिक कोण हो
रचना के चरण:
चरण 1: 6 सेमी. लंबाई की रेखा BC आधार के रूप में खींचिए।
चरण 2: बिन्दु B पर 120° का कोण बनाइए।
चरण-3: इस कोण की दूसरी भुजा पर बिन्दु A इस प्रकार चिह्नित कीजिए कि BA = 6 सेमी. हो।
चरण 4: बिन्दु C को केन्द्र मानकर 6 सेमी. त्रिज्या का एक चाप खींचिए। देखा जाता है कि यह चाप BA को नहीं काटता है।



अत: अधिक कोण वाला समबाहु त्रिभुज बनाना संभव नहीं है।

(b) समद्विबाहु त्रिभुज

(i) एक समकोण हो

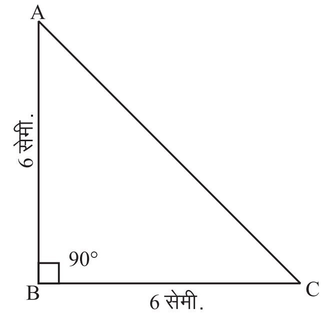
रचना के चरण:

चरण 1: 6 सेमी. लंबाई की रेखा BC आधार के रूप में खींचिए।

चरण 2: बिन्दु B पर 90° का कोण बनाइए।

चरण-3: इस कोण की दूसरी भुजा पर बिन्दु A इस प्रकार निर्धारित कीजिए कि AB = 6 सेमी. हो।

चरण-4: अब AC को मिलाइए, जिससे अपेक्षित समद्विबाहु त्रिभुज ABC प्राप्त हो जाता है, जो समकोणीय है।



(b) समद्विबाहु त्रिभुज (ii) एक अधिक कोण हो

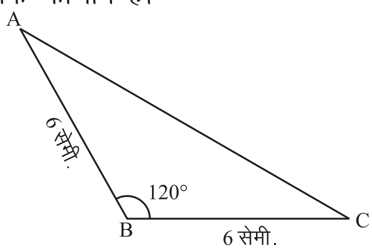
रचना के चरण:

चरण 1: 6 सेमी. लंबाई की रेखा BC आधार के रूप में खींचिए।

चरण 2: बिन्दु B पर 120° का कोण बनाइए।

चरण 3: इस कोण की दूसरी भुजा पर बिन्दु। इस प्रकार निर्धारित कीजिए कि BA = 6 सेमी. हो।

चरण 4: अब AC को मिलाइए, जिससे अपेक्षित समद्विबाहु त्रिभुज ABC प्राप्त होता है, जो अधिक-कोणीय है।



(b) समद्विबाहु त्रिभुज–समकोण के साथ:

चरण 1: माना समकोण $\angle B = 90°$ है।

चरण 2: $\angle A + \angle B + \angle C = 180° \rightarrow \angle A + \angle C = 90°$

चरण 3: समद्विबाहु के लिए $\angle A = \angle C \rightarrow 2\angle A = 90° \rightarrow \angle A = \angle C = 45°$

चरण 4: ऐसा त्रिभुज संभव है (45° – 90° – 45°)

अत: (i) समकोण समद्विबाहु त्रिभुज: संभव है– $\angle A = \angle C = 45°$, $\angle B = 90°$

(c) समद्विबाहु त्रिभुज–अधिककोण के साथ:

चरण 1: माना अधिककोण $\angle A > 90°$ है।

चरण 2: $\angle B + \angle C = 180° - \angle A < 90°$

चरण 3: यदि $\angle B = \angle C$ (समद्विबाहु)–$\angle B = \angle C = 45°$ (न्यून कोण)।

चरण 4: ऐसा त्रिभुज संभव है। उदाहरण: $\angle A = 100°$, $\angle B = \angle C = 40°$

अत: (ii) अधिककोण समद्विबाहु त्रिभुज: संभव है। उदाहरण–$\angle A = 100°$, $\angle B = \angle C = 40°$

अभ्यास-7.6

1. दिया है: PQ = 7 सेमी

QR = 6 सेमी

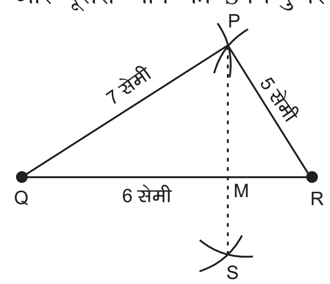
RP = 5 सेमी

रचना के चरण:

सबसे पहले QR = 6 सेमी की एक रेखाखंड खींचिए।

अब Q केंद्र तथा 7 सेमी त्रिज्या लेकर ऊपर और नीचे एक चाप खींचिए।

फिर R केंद्र तथा 5 सेमी त्रिज्या लेकर ऊपर से नीचे दूसरी चाप खींचिए, जो पहली चाप को P बिंदु और दूसरी चाप को S बिन्दु पर काटे।



अब P को Q तथा R से मिलाइए। इस प्रकार त्रिभुज PQR प्राप्त होगा।

अब P से QR पर लम्ब खींचने के लिए:

बिन्दु P और बिन्दु S को मिलाए।

P रेखा PS, QR को जिस बिन्दु पर काटे उसे M मान लें।

2. दिया है: LN = 5 सेमी

LM = 8 सेमी

$\angle N = 120°$

सबसे पहले MN नाम की एक रेखा खींचिए।

बिन्दु N पर 120º का कोण बनाइए।

इस कोण की दूसरी भुजा पर NL = 5 सेमी काटिए। इस प्रकार बिन्दु L प्राप्त होगा।

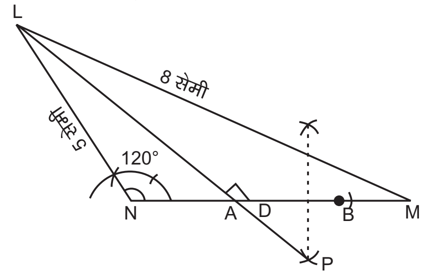
अब L केन्द्र तथा 8 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए, जो रेखा MN को M पर काटे।

L और M को मिलाइए।

L केन्द्र से एक चाप खींचिए जो MN को A और B पर काटे। अब A तथा B केन्द्रों से समान त्रिज्या लेकर ऊपर की ओर चाप खींचिए जो P पर मिलें।

L और P को मिलाइए।

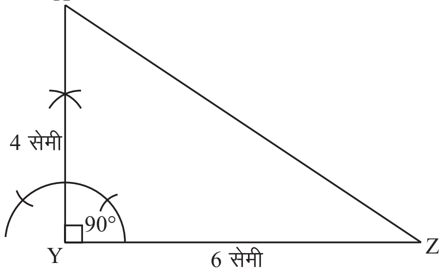
अब रेखा MN, D पर काटे, तो $LD \perp MN$.



3. दिया है: $\angle Y = 90°$

XY = 4 सेमी

YZ = 6 सेमी

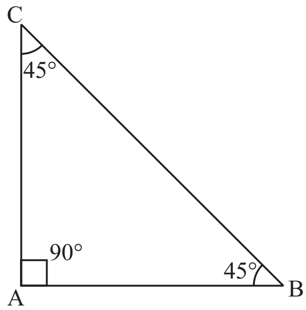


इस प्रकार केवल एक त्रिभुज बनाया जा सकता है।

4. (a) समबाहु त्रिभुज जो समकोण त्रिभुज हो ऐसा त्रिभुज बनाना असंभव है क्योंकि समबाहु त्रिभुज के सभी कोण 60° होते हैं, समकोण के लिए 90° चाहिए।

(b) ऐसा त्रिभुज बनाना असंभव है क्योंकि समबाहु त्रिभुज के सभी कोण 60° होते हैं, अधिककोण 90° से बड़ा होता है।

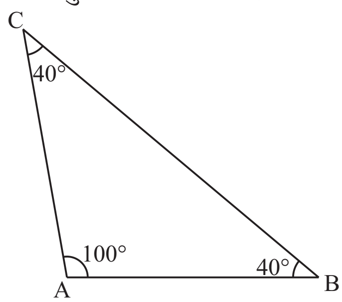
(c) समद्विभाजक त्रिभुज जो समकोण त्रिभुज बनाना संभव है।



उदाहरण: 45°, 45°, 90°

यह समद्विबाहु और समकोण त्रिभुज है।

(d) ऐसा त्रिभुज बनाना संभव है।



उदारहण: 40°, 40°, 100°

यह समद्विबाहु और अधिककोण त्रिभुज है।

विविध प्रश्नावली

1. समद्विबाहु त्रिभुज : वह त्रिभुज जिसकी कोई भी दो भुजाएँ लंबाई में समान (बराबर) होती हैं, उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं।

त्रिभुज के कोण योग का गुण : यह ज्यामितीय गुण यह स्पष्ट करता है कि किसी भी त्रिभुज के तीनों आंतरिक कोणों का गुल योग हमेशा 180° होता है।

2. किसी त्रिभुज के शीर्ष से उसकी विपरीत भुजा पर डाली गई सबसे छोटी (लंबवत) दूरी को शीर्षलंब (Altitude) या ऊँचाई (Height) कहा जाता है।

3. वह त्रिभुज जिसमें कोई एक कोण 90° से अधिक (अर्थात अधिक कोण) होता है, उसे अधिककोण त्रिभुज कहते हैं। किसी भी त्रिभुज में केवल एक ही कोण अधिक कोण हो सकता है।

4. यूक्लिड।

5. नहीं, इन भुजाओं से त्रिभुज बनाना असंभव है।

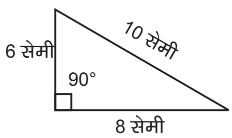
कारण: त्रिभुज की असमानता के नियम के अनुसार, किन्हीं भी दो छोटी भुजाओं का योग हमेशा तीसरी भुजा से अधिक होना चाहिए।

$7 + 12 = 19$ सेमी, जो कि तीसरी भुजा (20 सेमी) से कम है $(19 < 20)$।

6. यह एक समकोण त्रिभुज है।

गणितीय जाँच (पाइथागोरस प्रमेय की सबसे बड़ी भुजा का वर्ग, शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होना चाहिए।

यहाँ: $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$



तथा सबसे बड़ी भुजा का वर्ग: $10^2 = 100$

चूँकि 36 + 64 = 100, इसलिए पाइथागोरस त्रिक है जो समकोण त्रिभुज को दर्शाता है।

7. नहीं, इन भुजाओं से भी त्रिभुज बनाया जा सकता।

कारण: यहाँ दो छोटी भुजाओं का भोग करने पर,

$4 + 9 = 13$ सेमी, जो कि तीसरी भुजा (14 सेमी) से कम है $(13 < 14)$। अत: त्रिभुज बनना संभव नहीं है।

8. तीसरा कोण ज्ञात करना:

माना तीसरा कोण $= x$

$65° + 85° + x = 180°$

$150° + x = 180°$

$x = 180° - 150° = 30°$

अत: तीसरा कोण 30° है।

त्रिभुज का प्रकार:

1. चूँकि इस त्रिभुज के तीनों कोण (65°, 85°, 30°) 90° से कम हैं, इसलिए यह एक न्यूनकोण त्रिभुज (Acuteangled Triangle) है।

2. साथ ही, इसकी तीनों भुजाएँ/कोण असमान है इसलिए इसे विषमबाहु त्रिभुज (Scalene Triangle) भी कहा जाएगा।

8. भिन्नों के साथ कार्य

अभ्यास-8.1

1. नेहा हर रोज $\frac{2}{5}$ गिलास जूस पीती है।

एक सप्ताह (7 दिन) में पिया गया जूस =

$7 \times \frac{2}{5} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$ गिलास

मार्च के महीने में 31 दिन होते हैं।

मार्च में पिया गया जूस =

$31 \times \frac{2}{5} = \frac{62}{5} = 12\frac{2}{5}$ गिलास

2. किसानों का एक समूह 10 दिनों में 2 किमी लंबी नहर खोदता है।

1 दिन में किया गया कार्य =

$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ किमी

7 दिनों में किया गया कार्य =

$7 \times \frac{1}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$ किमी

3. अर्जुन और उसके तीन चचेरे भाई हर हफ्ते 8 लीटर दूध खरीदते हैं और उसे 4 परिवारों में बराबर बांटते हैं।

एक परिवार के लिए एक सप्ताह का दूध =

$8 \div 4 = 2$ लीटर

एक परिवार के लिए 6 सप्ताह का दूध =

$6 \times 2 = 12$ लीटर

4. गुणा करें और मिश्रित भिन्न के रूप में लिखें:

(a) $2 \times \frac{8}{7} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$

(b) $3 \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

(c) $\frac{15}{8} \times 7 = \frac{105}{8} = 13\frac{1}{8}$

प्रश्नावली–8.1

1. प्रतिदिन पीए गए दूध के गिलासों की संख्या $= \frac{1}{2}$

एक सप्ताह में 7 दिन होते हैं।

अत: A सप्ताह में पीए गए दूध के गिलासों की संख्या $= 7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ गिलास

साथ ही, जनवरी माह में 31 दिन होते हैं।

अत: जनवरी माह में पीए गए दूध के गिलासों की संख्या $= 31 \times \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2} = 15\frac{1}{2}$

2. श्रमिकों की टीम द्वारा 8 दिनों में बनाई गई पानी की नहर = 1 किमी

अत: श्रमिकों की टीम द्वारा 1 दिन में बनाई गई पानी की नहर = $\frac{1}{8}$ किमी

5 दिनों में श्रमिकों की टीम द्वारा बनाई गई पानी की नहर की लंबाई = $5 \times \frac{1}{8}$ किमी = $\frac{5}{8}$ किमी

3. एक सप्ताह में प्रत्येक परिवार को मिलने वाले तेल की मात्रा = $\frac{5}{3}$ लीटर

4 सप्ताह में एक परिवार को मिलने वाले तेल की मात्रा $= 4 \times \frac{5}{3}$ लीटर = $\frac{20}{3}$ लीटर = $6\frac{2}{3}$ लीटर

4. सोमवार से बृहस्पतिवार तक 3 दिन होते हैं।

चूँकि चंद्रमा प्रतिदिन पिछले दिन की तुलना में $\frac{5}{6}$ घंटे देर से अस्त होता है, अत: बृहस्पतिवार को चंद्रमा सोमवार की तुलना में जितने घंटे बाद अस्त होगा = $3 \times \frac{5}{6}$ घंटे = $\frac{15}{6}$ घंटे = $\frac{5}{2}$ घंटे

हम जानते हैं कि 1 घंटा = 60 मिनट

$\frac{5}{2}$ घंटे = $\frac{5}{2} \times 60$ मिनट = $\frac{300}{2}$ मिनट = 150 मिनट

अब 150 मिनट = 120 मिनट + 30 मिनट

= 2 घंटे 30 मिनट

अत: बृहस्पतिवार को चंद्रमा रात 10 बजे के 2 घंटे 30 मिनट बाद अस्त होगा।

5. (a) $7 \times \frac{3}{5} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$.

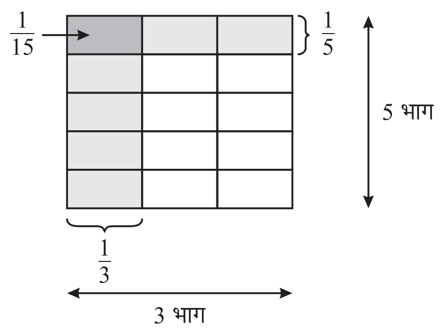
(b) $4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

(c) $\frac{9}{7} \times 6 = \frac{54}{7} = 7\frac{5}{7}$.

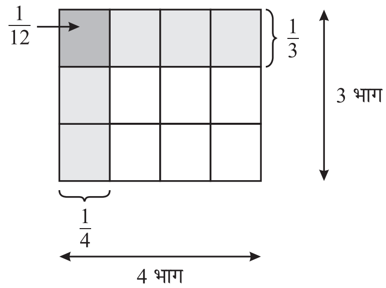
(d) $\frac{13}{11} \times 6 = \frac{78}{11} = 7\frac{1}{11}$.

6.

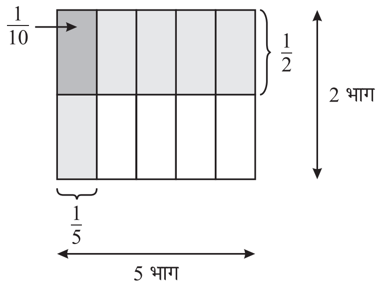
(a) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{(3 \times 5)} = \frac{1}{15}$



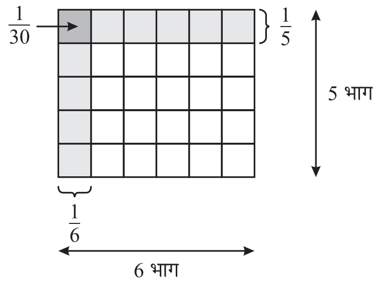
(b) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{(4 \times 3)} = \frac{1}{12}$

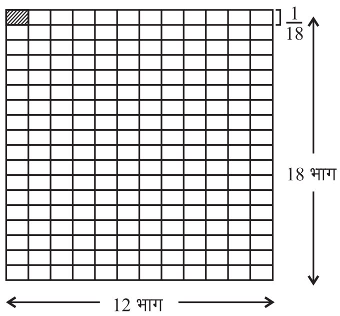


(c) $\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{(5\times2)}=\frac{1}{10}$.



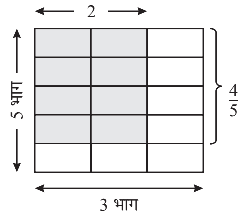
(d) $\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{(6\times5)}=\frac{1}{30}$.



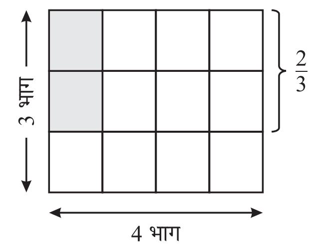


$\therefore \frac{1}{12}\times\frac{1}{18}=\frac{1}{216}$

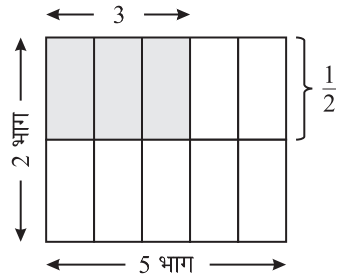
7. (a) $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{(2\times4)}{(3\times5)}=\frac{8}{15}$.



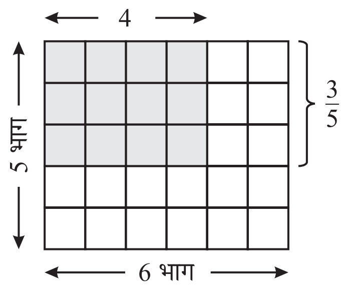
(b) $\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{12}$ या $\frac{1}{6}$



(c) $\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$



(d) $\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{30}$ या $\frac{4}{10}$ या $\frac{2}{5}$



अभ्यास-8.2

1. हल करें:

(a) $\frac{1}{18}$, (b) $\frac{1}{10}$, (c) $\frac{3}{14}$, (d) $\frac{5}{16}$

2. इकाई वर्ग विधि:

(a) $\frac{1}{108}$, (b) $\frac{3}{10}$, (c) $\frac{2}{5}$

3. स्वयं के लिए दो भिन्न चुनकर एक उदाहरण बनाइए और उसे निम्न दोनों प्रकार से हल कीजिए:

प्रत्यक्ष गुणन नियम

क्षेत्रफल/आरेख विधि

उदाहरण: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

विधि 1 : प्रत्यक्ष गुणन नियम

इस नियम में हम अंश को अंश से और हर को हर से गुणा करते हैं:

$2 \times 4 = 8$

$3 \times 5 = 15$

अतः, उत्तर $= \frac{8}{15}$

विधि 2 : क्षेत्रफल/आरेख विधि

प्रश्नावली-8.2

1. (a) $\frac{1}{3}$ घंटे में टंकी का भरा हुआ भाग

$\frac{1}{3} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{30}$

अतः $\frac{1}{3}$ घंटे में टंकी का $\frac{7}{10}$ भाग भर जाता है।

(b) $\frac{2}{3}$ घंटे में टंकी का भरा हुआ भाग $=$ $\frac{2}{3} \times \frac{7}{10} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$ अतः $\frac{2}{3}$ घंटे में टंकी का $\frac{7}{15}$ भाग भर जाता है।

(c) $\frac{3}{4}$ घंटे में टंकी का भरा हुआ भाग $=$ $\frac{3}{4} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{40}$ अतः $\frac{3}{4}$ घंटे में टंकी का $\frac{21}{40}$ भाग भर जाता है।

(d) $\frac{7}{10}$ घंटे में टंकी का भरा हुआ भाग $=$ $\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$ अतः $\frac{7}{10}$ घंटे में टंकी का $\frac{49}{100}$ भाग भर जाता है।

(e) 1 घंटे में टंकी का $\frac{7}{10}$ या 10 में से 7 भाग भर जाता है।

अतः $\frac{1}{7} \times 1$ घंटे में टंकी का $\frac{1}{10}$ भाग भर जाता है।

$\frac{1}{7} \times 10$ घंटों में टंकी का $\frac{10}{10}$ भाग भर जाता है।

अतः यदि नल $\frac{10}{7}$ घंटे तक चलता रहे, तो टंकी पूरी भर जाएगी।

2. सरकार द्वारा भूमि का $\frac{1}{6}$ भाग ले लेने के बाद सोमू के पास शेष भूमि $= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ भाग

(a) कृष्णा को शेष भूमि का आधा भाग मिला।

चूँकि शेष भूमि मूल भूमि का $\frac{5}{6}$ भाग है।

अतः कृष्णा को मूल भूमि का भाग $=$ $\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$

इस प्रकार, कृष्णा को मूल भूमि का $\frac{5}{12}$ भाग प्राप्त हुआ।

(b) बोरा को शेष भूमि का $\frac{1}{3}$ भाग मिला।

अर्थात $\frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$

इस प्रकार, बोरा को मूल भूमि का $\frac{5}{18}$ भाग प्राप्त हुआ।

(c) बोरा, कृष्णा और सरकार का कुल भाग मूल भूमि से $= \frac{1}{6} + \frac{5}{12} + \frac{5}{18} = \frac{6}{36} + \frac{15}{36} + \frac{10}{36}$

$= \frac{(6+15+10)}{36} = \frac{31}{36}$

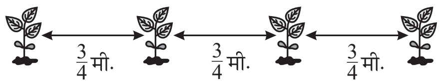
अब सोमू के पास बची भूमि का भाग $=$ $1 - \frac{31}{36}$

$= \frac{(36-31)}{36} = \frac{5}{36}$

अत: सोमू ने मूल भूमि का $\frac{5}{36}$ भाग अपने लिए रखा।

3. आयत का क्षेत्रफल $= 3\frac{3}{4}$ फीट $\times 9\frac{3}{5}$ फीट $= \frac{15}{4}$ फीट $\times \frac{48}{5}$ फीट $= 3 \times 12 =$ 36 वर्ग फुट

4.



पहले और अंतिम पौधे के बीच की दूरी $= \frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ मीटर

5. 500 ग्राम का $\frac{12}{15} = \frac{12}{15} \times 500$ ग्राम

$= \frac{4}{1} \times 100 = 4 \times 100 = 400$ ग्राम

4 किग्रा का $\frac{3}{20} = \frac{3}{20} \times 4000$ ग्राम

$= \frac{3}{1} \times 200 = 3 \times 200 = 600$ ग्राम

अत:, 4 किग्रा का $\frac{3}{20}$, 500 ग्राम के $\frac{12}{15}$ से अधिक भारी है।

अभ्यास-8.3

1. नल और टैंक की समस्या:

(a) $\frac{1}{2}$ घंटे में $= \frac{7}{20}$ भाग

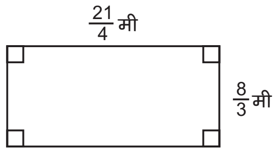
(b) $\frac{4}{7}$ घंटे में $= \frac{2}{5}$ भाग

(c) $\frac{1}{5}$ घंटे में $= \frac{7}{50}$ भाग

(d) $\frac{7}{10}$ घंटे में $= \frac{49}{100}$ भाग

(e) पूरा टैंक भरने में समय $= \frac{10}{7}$ घंटे $= 1\frac{3}{7}$ घंटे

2. आयत का क्षेत्रफल:



भुजाएं : $2\frac{2}{3}$ और $5\frac{1}{4}$

$= \frac{8}{3}$ और $\frac{21}{4}$

$= \frac{8}{3} \times \frac{21}{4} = 14$ वर्ग मीटर

3. गुलाब के पौधों के बीच की दूरी

$= 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ मीटर $= 3\frac{1}{3}$

4. 750 ग्राम का $\frac{4}{5} = 750 \times \frac{4}{5} = 600$ ग्राम

5 किलो का $\frac{2}{7} = 5000 \times \frac{2}{7} = 1428\frac{4}{7}$ ग्राम

अत: 5 किलो का $\frac{2}{7}$ हिस्सा भारी है।

प्रश्नावली-8.3

1. (i) $3 \div \frac{7}{9} = 3 \times \frac{9}{7} = \frac{27}{7} = 3\frac{6}{7}$.

(ii) $\frac{4}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$.

(iii) $\frac{1}{5} \div \frac{1}{9} = \frac{1}{5} \times \frac{9}{1} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$.

(iv) $\frac{14}{4} \div 2 = \frac{14}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$.

(v) $\frac{7}{4} \div \frac{1}{7} = \frac{7}{4} \times \frac{7}{1} = \frac{49}{4} = 12\frac{1}{4}$.

(vi) $\frac{1}{6} \div \frac{11}{12} = \frac{1}{6} \times \frac{12}{11} = \frac{2}{11}$.

(vii) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$.

(viii) $\frac{8}{2} \div \frac{4}{15} = \frac{8}{2} \times \frac{15}{4} = 15$.

(ix) $3\frac{2}{3} \div 1\frac{3}{8} = \frac{11}{3} \div \frac{11}{8} = \frac{11}{3} \times \frac{8}{11} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$.

(x) $\frac{14}{6} \div \frac{7}{3} = \frac{14}{6} \times \frac{3}{7} = \frac{42}{42} = 1$.

2. (a) मारिया द्वारा सजाए गए कुल बैगों की संख्या ज्ञात करने के लिए, हमें फीते की

कुल लंबाई को एक बैग को सजाने के लिए आवश्यक फीते की लंबाई से भाग देना होगा, अर्थात $8 \div \frac{1}{4}$

अत: समाधान को दर्शाने वाला सही व्यंजक है (iii) $8 \div \frac{1}{4}$, अब $8 \div \frac{1}{4} = 8 \times 4 = 32$

(b) एक बैज के लिए आवश्यक रिबन की लंबाई ज्ञात करने के लिए, हमें रिबन की कुल लंबाई को बनाए गए कुल बैजों की संख्या से भाग देना होगा, अर्थात $\frac{1}{2} \div 8$

अत: समाधान को दर्शाने वाला सही व्यंजक है (iv) $\frac{1}{2} \div 8$, अब $\frac{1}{2} \div 8 = \frac{1}{2} \div \frac{8}{1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

(c) बनाई जा सकने वाली ब्रेड की कुल लोफों की संख्या ज्ञात करने के लिए, हमें आटे के कुल भार को एक लोफ बनाने के लिए आवश्यक आटे के भार से भाग देना होगा, अर्थात $5 \div \frac{1}{6}$

अत: समाधान को दर्शाने वाला सही व्यंजक है (iii) $5 \div \frac{1}{6}$, अब $5 \div \frac{1}{6} = 5 \times 6 = 30$

3. यदि 12 रोटियाँ बनाने के लिए $\frac{1}{4}$ किग्रा आटे की आवश्यकता होती है, तो 6 रोटियाँ बनाने के लिए आवश्यक आटा $\frac{1}{4}$ किग्रा का आधा होगा,अर्थात $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

अत: 6 रोटियाँ बनाने के लिए $\frac{1}{8}$ किग्रा आटे की आवश्यकता होगी।

4. हमें निम्नलिखित पदों को जोड़ना है:

$1 \div \frac{1}{6}, 1 \div \frac{1}{10}, 1 \div \frac{1}{13}, 1 \div \frac{1}{9}$ और $1 \div \frac{1}{2}$

जब हम 1 को किसी भिन्न से विभाजित करते हैं, तो वह भिन्न पलट जाती है:

$1 \div \frac{1}{6} = 6$, $1 \div \frac{1}{10} = 10$, $1 \div \frac{1}{13} = 13$,

$1 \div \frac{1}{9} = 9$, $1 \div \frac{1}{2} = 2$

अब इनका योग: $6 + 10 + 13 + 9 + 2 = 40$

अत: मित्र का उत्तर 40 होगा।

5. मीरा द्वारा पढ़े गए उपन्यास के पृष्ठ

उपन्यास के कुल पृष्ठ $= 400$

कुल पढ़े गए पृष्ठ $= 400$ का $\frac{1}{5}$ भाग

$= 400 \times \frac{1}{5} = 80$ पृष्ठ

आज पढ़े गए पृष्ठ $= 400$ का $\frac{3}{10}$ भाग

$= 400 \times \frac{3}{10} = 120$ पृष्ठ

अब तक पढ़े गए कुल पृष्ठ $= 80 + 120 = 200$ पृष्ठ

शेष बचे पृष्ठ = कुल पृष्ठ – अब तक पढ़े गए पृष्ठ

$= 400 - 200 = 200$ पृष्ठ

अत: उपन्यास पूरा पढ़ने के लिए मीरा को अभी 200 पृष्ठ और पढ़ने की आवश्यकता है।

6. कार द्वारा तय की गई दूरी

1 लीटर पेट्रोल में कार चलती है = 16 कि.मी.

अत:, $2\frac{3}{4}$ लीटर (या $\frac{11}{4}$ लीटर) पेट्रोल में कार चलेगी: $= 16 \times 2\frac{3}{4} = 16 \times \frac{11}{4}$

$= 4 \times 11 = 44$ किमी.

7. अमृतपाल द्वारा समय की बचत

रेलगाड़ी से लगने वाला समय $= 5\frac{1}{6}$ घंटे (या $\frac{31}{6}$ घंटे)

हवाई जहाज से लगने वाला समय $= \frac{1}{2}$ घंटा

समय की बचत = रेलगाड़ी का समय हवाई – जहाज का समय

$= 5\frac{1}{6}-\frac{1}{2} = \frac{31}{6}-\frac{1}{2}$

दोनों का हर समान करने पर (ल.स.प. = 6):

$= \frac{31}{6}-\frac{3}{6} = \frac{28}{6}$ घंटे $= \frac{14}{3}$ घंटे

अत: हवाई जहाज से जाने पर $\frac{14}{3}$ घंटे (या 4 घंटे 40 मिनट) की बचत होगी।

8. शेष बचा केक $= 1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$ भाग

यह शेष $\frac{1}{5}$ भाग 3 सहेलियों में बराबर बाँटा जाना है।

प्रत्येक सहेली को मिला भाग $= \left(\frac{1}{5}\right)\div 3$

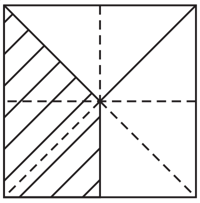
$= \frac{1}{5}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{15}$

9. विकल्प (a), (c) और (e) सही है।

10. एक बड़े वर्ग को 4 बराबर छोटे वर्गों में बाँटा गया है।

अत:, एक छोटा वर्ग पूरे बड़े वर्ग का $\frac{1}{4}$ भाग है।

अब इस छोटे वर्ग को 8 एक समान त्रिभुजों में बाँटा गया है, जिनमें से 3 भाग छायांकित हैं।

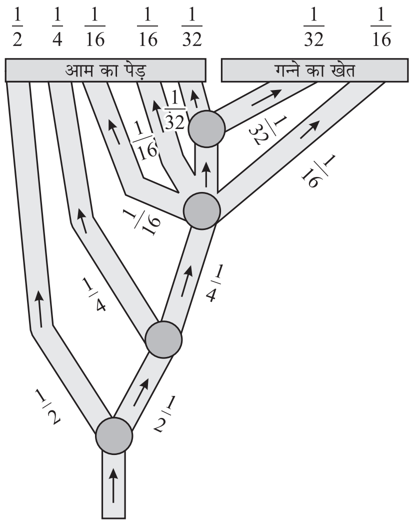


अत:, छायांकित भाग छोटे वर्ग का $\frac{3}{8}$ हिस्सा है।

चूँकि छोटा वर्ग बड़े वर्ग का $\frac{1}{4}$ है, इसलिए

छायांकित भाग पूरे बड़े वर्ग का: $\frac{1}{4}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{32}$ भाग होगा।

11.



पहले बिंदु पर चींटियाँ दो रास्तों में बँट जाती हैं।

इसलिए, प्रत्येक रास्ते पर चींटियों का भाग $= 1 \div 2 = \frac{1}{2}$

दूसरे बिंदु पर चींटियाँ आगे दो और रास्तों में बँट जाती हैं। इसलिए, प्रत्येक रास्ते पर चींटियों का भाग

$= \frac{1}{2}\div 2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

तीसरे बिंदु पर चींटियाँ आगे चार और रास्तों में बँट जाती हैं। इसलिए प्रत्येक रास्ते पर चींटियों का भाग

$= \frac{1}{4}\div 4 = \frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

चौथे बिंदु पर चींटियाँ आगे दो और रास्तों में बँट जाती हैं। इसलिए, प्रत्येक रास्ते पर चींटियों का भाग

$= \frac{1}{16}\div 2 = \frac{1}{16}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$

आम के पेड़ तक पहुँचने वाली चींटियों का भाग

$= \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32} = \frac{(16+8+2+1)}{32}=\frac{27}{32}$

गन्ने के खेत तक पहुँचने वाली चींटियों का भाग

$= \frac{1}{16}+\frac{1}{32}=\frac{(2+1)}{32}=\frac{3}{32}$

12. (i) $\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{2-1}{2}=\frac{1}{2}$

(ii) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{2-1}{2}\right)\times\left(\frac{3-1}{3}\right)$

$= \frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(iii) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$

$= \left(\frac{2-1}{2}\right)\times\left(\frac{3-1}{3}\right)\times\left(\frac{4-1}{4}\right)\times\left(\frac{5-1}{5}\right)$

$= \frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

(iv) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}\right)$

$\left(1-\frac{1}{7}\right)\times\left(1-\frac{1}{8}\right)\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$

$= \left(\frac{2-1}{2}\right)\times\left(\frac{3-1}{3}\right)\times\left(\frac{4-1}{4}\right)\times\left(\frac{5-1}{5}\right)\times\left(\frac{6-1}{6}\right)$

$\left(\frac{7-1}{7}\right)\times\left(\frac{8-1}{8}\right)\times\left(\frac{9-1}{9}\right)\times\left(\frac{10-1}{10}\right)$

$= \frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{6}{7}\times\frac{7}{8}\times\frac{8}{9}\times\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$

सामान्य कथन

$\left(1-\frac{1}{n}\right)\times\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\times\left(1-\frac{1}{n+2}\right)\times\left(1-\frac{1}{n+3}\right)$ ......

$\left(1-\frac{1}{n+k}\right)=\frac{n-1}{n+k}$

अभ्यास-8.4

1. मान ज्ञात करें:

(a) $4 \div \frac{3}{11}=\frac{44}{3}=14\frac{2}{3}$

(b) $\frac{15}{7}\div 3=\frac{5}{7}$

2. 5 वर्ग मीटर के लिए आवश्यक पेंट $= \frac{1}{3}$ लीटर

1 वर्ग मीटर के लिए आवश्यक पेंट $= (\frac{1}{3}) + 5 = \frac{1}{15}$ लीटर

12 वर्ग मीटर के लिए आवश्यक पेंट $= 12 \times \frac{1}{15}$

इसे हल करने पर : $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ लीटर

12 वर्ग मीटर दीवार को रंगने के लिए 45 लीटर पेंट लगेगा।

3. कुल स्तर = 500

शनिवार को पूरे किए गए स्तर = 500 का $\frac{1}{5}$ भाग

$500 \times \frac{1}{5} = 100$ स्तर

शेष स्तर (शनिवार के बाद) = 500 – 100 = 400 स्तर रविवार को पूरे किए गए स्तर = शेष (400) का $\frac{3}{10}$ भाग

$400 \times \frac{3}{10} = 120$ स्तर

कुल पूरे हो चुके स्तर = 100 + 120 = 220 स्तर

अभी भी शेष स्तर = 500 – 220 = 280 स्तर

प्रिया के अभी 280 स्तर शेष हैं जिन्हें पूरा करना बाकी है।

4. घर के वाई-फाई पर लगने वाला समयः $2\frac{1}{4}$ घंटे

(इसे साधारण भिन्न में समझने के लिए: $\frac{9}{4}$ घंटे)

फाइबर ऑप्टिक कनेक्शन पर लगने वाला समयः घर के समय का $\frac{1}{4}$ भाग

समय $= 2\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

समय $= \frac{9}{4} \times \frac{1}{4}$

समय $= \frac{9}{16}$ घंटे

फाइबर ऑप्टिक कनेक्शन पर फाइल डाउनलोड करने में $\frac{9}{16}$ घंटे लगेंगे।

विविध प्रश्नावली

1. $\frac{12}{17}$ का प्रतिलोम $\frac{17}{12}$ (या $1\frac{5}{12}$) है।

2. 18 और 27 दोनों 9 के पहाड़े में आते हैं:

$18 \div 9 = 2$

$27 \div 9 = 3$

अतः, सरलतम रूप $\frac{2}{3}$ है।

3. भिन्नों के गुणन और भाग के नियम पहली बार भारतीय गणितज्ञ ब्रह्मगुप्त ने दिए थे।

4. $2 \times 3 = 6$

$3 \times 4 = 12$

$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

5. $\frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$

6. एक थैले में सेब $= 1\frac{1}{2}$ किलो

8 थैलों में सेब $= 8 \times 1\frac{1}{2} = 8 \times \frac{3}{2} = 12$ किलो

उत्तर: कुल 12 किलोग्राम सेब पैक किए जाएंगे।

7. (नोट: यहाँ 1 मिनट की दूरी $\frac{1}{4}$ मानकर हल किया गया है)

12 मिनट में दूरी $= 12 \times \frac{1}{4} = 3$ किमी

उत्तर: वह 3 किलोमीटर की दूरी तय करेगा।

8. 5 केक के लिए चीनी $= 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ किलो

उत्तर: कुल $3\frac{3}{4}$ किलोग्राम चीनी का उपयोग किया गया।

9. लंबाई $= 2\frac{1}{2}$ मी ($\frac{5}{2}$ मी)

चौड़ाई $= 1\frac{3}{4}$ मी ($\frac{7}{4}$ मी)

क्षेत्रफल $= \frac{5}{6} \times \frac{7}{4} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$ वर्ग मीटर

उत्तर: पार्क का क्षेत्रफल $4\frac{3}{8}$ वर्ग मीटर है।

10. पूरा टैंक भरने में समय $= 1 \div \frac{2}{9} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ घंटे

उत्तर: पंप को $4\frac{1}{2}$ घंटे लगेंगे।

11. प्रत्येक टुकड़े की लंबाई $= \frac{7}{8} \div 7 = \frac{7}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{8}$ मीटर

उत्तर: प्रत्येक टुकड़े की लंबाई 18 मीटर होगी।

12. 15 बोतलों में जूस $= 15 \times \frac{2}{3} = 10$ लीटर

उत्तर: कुल 10 लीटर जूस होगा।

❑❑