गणित

उत्तर पुस्तिका

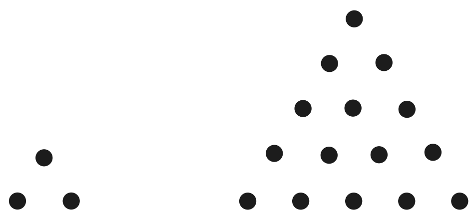
कक्षा

6

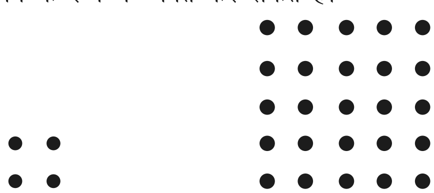
1 गणित में पैटर्न

प्रश्नावली 1.1

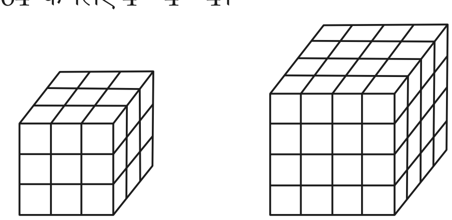
1. संख्याएँ 1, 3, 6, 10, 15, ... त्रिभुजाकार संख्याएँ कहलाती हैं क्योंकि इन्हें बिन्दुओं के द्वारा समबाहु त्रिभुज के रूप में दर्शाया जा सकता है। जैसे—3 को बिन्दुओं के द्वारा एक ऊपर तथा दो नीचे रख कर त्रिभुज बनाया जा सकता है। 15 को नीचे पाँच बिन्दु, फिर उसके ऊपर क्रम से चार, तीन, दो तथा एक बिन्दु से त्रिभुज बना सकते हैं। चित्र देखिए



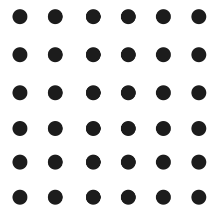
संख्याओं 1, 4, 9, 16, 25 .... को वर्ग या वर्ग संख्याएँ कहा जाता है क्योंकि इन्हें वर्ग के रूप में व्यवस्थित किया जा सकता है। जैसे—4 बिन्दुओं को 2 2 के वर्ग के रूप में तथा 25 बिन्दुओं को 5 5 के वर्ग के रूप में व्यक्त कर सकते हैं।



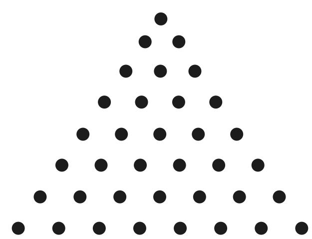
संख्याओं 1, 8, 27, 64, 125, ... को घन या घन संख्याएँ कहा जाता है क्योंकि इनमें एक छोटा घन बड़े घन में सामंजस्य बैठा सकता है। घन की संख्या पूर्णांक होती है। जैसे—27 के लिए 3 3 3। तथा 64 के लिए 4 4 4।



2.

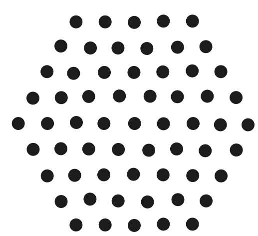


वर्ग (36)



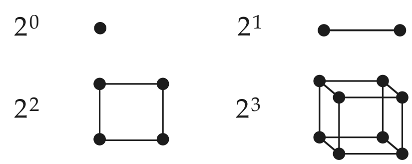
समबाहु त्रिभुज (36)

3.

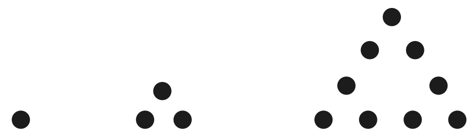


61 (37+6×4)

4. (i) हाँ, '2 की घात के' अनुक्रम के चित्रीय निरूपण के निम्न तरीके हैं :

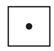


(ii) हाँ, 3 की घातों के अनुक्रम को देखा जा सकता है। त्रिकोणीय संख्याएँ 3 की घात $(3^0, 3^1, 3^2, ...)$ को बिन्दुओं या ब्लॉकों की त्रिभुजीय सारणी के प्रयोग से दर्शाती है। इसमें प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल तेजी से बढ़ता है।

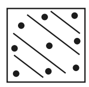


3^0 3^1 3^2

5. दिया हुआ क्रम

1  $1 = 1^2$

1+2+1 $4 = 2^2$

1+2+3+2+1  $9 = 3^2$

स्पष्ट है कि यहाँ दिया हुआ प्रत्येक पद सममित है।

6. 1 2 3 …… 99 100 99 ……

3 2 1 $(100)^2$ 100 100 10000

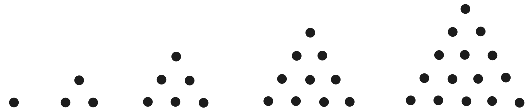
7. दोनो स्थितियों में समान मान प्राप्त होता है—

ऊपर को जोड़ने पर: 1 1 1 1 1 5

नीचे को जोड़ने पर: 1 1 1 1 1 5

8. जब हम गणन संख्याओं का योग करना प्रारम्भ करते हैं, तब हमें त्रिभुजाकार संख्याओं का अनुक्रम प्राप्त होता है। त्रिभुजाकार संख्या, पहली में प्राकृतिक संख्याओं का योग है। त्रिभुजाकार संख्याओं का अनुक्रम 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55 .... से प्रारम्भ होता है।

त्रिभुजाकार संख्या सूत्र T_n $\frac{n(n \quad 1)}{2}$ से ज्ञात की जा सकती है। यह सूत्र एक अंकगणितीय श्रृंखला के योग के विचार से आता है जहाँ प्रत्येक पद में 1 की वृद्धि होती है। त्रिभुजाकार संख्याओं को एक समबाहु त्रिभुज में समान रूप से भरे बिन्दुओं की संख्या के रूप में देखा जा सकता है। चित्रात्मक रूप से यह संख्याएँ क्रमशः बड़े होते समबाहु त्रिभुज में बिन्दुओं को दर्शाती हैं।



1 3 6 10 15

9. जब हम लगातार त्रिभुजाकार संख्याओं के युग्म को जोड़ते हैं, तो हमें पूर्ण वर्ग संख्याओं का अनुक्रम प्राप्त होता है $(2^2, 3^2, 4^2, \ldots\ldots)$।

व्याख्या (स्पष्टीकरण) : क्रमबद्ध त्रिभुजाकार संख्या युग्मों की पहचान करें।

1 1, 1 3 4

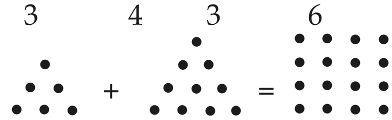
3 6 9, 6 10 16

10 15 25, 15 21 36

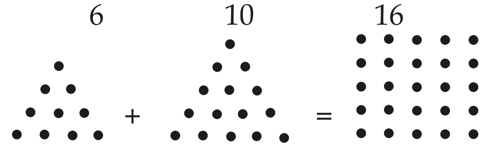
प्राप्त परिणाम 1, 4, 9, 16, 25, 36 क्रमशः $(1)^2, (2)^2, (3)^2, (4)^2, (5)^2, (6)^2$ के पूर्ण वर्ग हैं। इससे निष्कर्ष निकलता है कि क्रमानुसार त्रिभुजाकार संख्याओं के युग्मों का जोड़ पूर्ण वर्ग होता है।

इसे चित्रों की सहायता से समझाया जा सकता है कि त्रिभुजाकार संख्याएँ 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, ... होती है। अब,

1 3 4 3 6 9



6 10 16



10 15 25

10. आइए 2 की घात को 1 से जोड़ना प्रारम्भ करते हैं।

1 1, 1 2 3

1 2 4 7, 1 2 4 8 15

1 2 4 8 16 31,

1 2 4 8 16 32 63

अब उपरोक्त अनुक्रम के प्रत्येक पद में 1 जोड़ने पर,

1 1 2 2^1, 3 1 4 2^2

7 1 8 2^3, 15 1 16 2^4

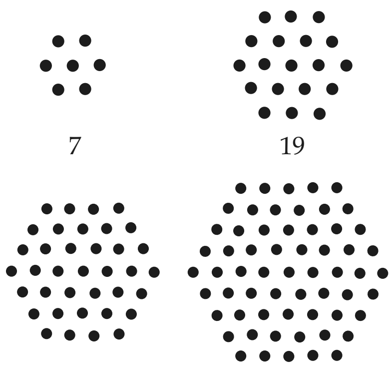
31 1 32 2^5, 63 1 64 2^6

यह ऐसा इसलिए हुआ क्योंकि हमने अनुक्रम के प्रत्येक पद में 1 जोड़ा है। इसलिए अनुक्रम में 1 जोड़ने पर 2 की घात में वृद्धि होती है।

11. त्रिभुजाकार संख्याएँ हैं: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...

अब, अनुक्रम के प्रत्येक पद को 6 से गुणा करके उसमें 1 जोड़ने पर, हमें 7, 19, 37, 61, 91, 127, 169, ... प्राप्त होता है।

निष्कर्ष : हमें क्रमश: 6 के गुणक में वृद्धि प्राप्त होती है, जैसा कि ऊपर देखा जा सकता है। इसके साथ ही प्राप्त संख्याएँ 7, 19, 37, 61, 91, 127, ... षट्भुजाकार संख्याएँ हैं, जिन्हें समषट्भुज के रूप में दर्शाया जा सकता है।



7 19 37 61

12. षड्भुजाकार संख्याएँ हैं: 1, 7, 19, 37, 61, 91, ...

1 $(1)^3$

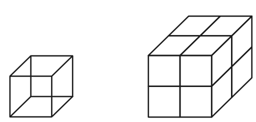
1 7 8 $(2)^3$

1 7 19 27 $(3)^3$

1 7 19 37 64 $(4)^3$

1 7 19 37 61 125 $(5)^3$

1 7 19 37 61 91 216 $(6)^3$



$1^3 = 1$ $2^3 = 8$

13. संख्याओं के निम्नलिखित पैटर्न इस प्रकार हैं :

(i) 2, 2, 2, 2, 2, ……… सभी 2

(ii) 3, 6, 9, 12, ……… 3 के गुणक

(iii) 2, 4, 6, 8, 10, ……… सम संख्याओं का अनुक्रम

(iv) 5, 10, 15, 20, 25, ………… 5 के गुणक

(v) 0, 1, 8, 21, 40, 65, ... {(n^2 1) का पैटर्न}

(vi) 1, 5, 25, 125, 625, ………… 5 की घात (अर्थात् $5^0, 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, \ldots\ldots$)

अभ्यास 1.1

1. वर्ग संख्या **2.** सही

3. (b) 1, 3, 6, 10 15 (यह त्रिभुजाकार संख्याओं का एक क्रम है।)

4.

प्रश्नावली 1.2

1. **(a) समबहुभुज :** त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज, षटभुज, सप्तभुज, अष्टभुज, नवभुज तथा दशभुज (भुजाओं की संख्या के आधार पर)।

(b) त्रिभुजाकार ग्राफ : दी गई आकृतियों में भुजाओं की संख्या, त्रिभुजाकार संख्या अनुक्रम के रूप में है: 1, 3, 6, 10, 15, ...

(c) ढेरित वर्ग : दिया गया अनुक्रम, वर्गों की संख्या के आधार पर वर्गाकार संख्याओं का अनुक्रम बनाता है: 1, 4, 9, 16, 25, ...

(d) ढेरित त्रिभुज : दिया गया अनुक्रम, त्रिभुजों की संख्या के आधार पर संख्याओं का अनुक्रम को त्रिभुजों के रूप में दर्शाता है: 1, 4, 9, 16, 25, ...

(e) कोच हिमकरण : यह पैटर्न दर्शाता है कि प्रत्येक अगली आकृति की भुजाओं की संख्या उससे पिछली आकृति की भुजाओं की संख्या की 4 गुना हो जाती है: 3, 12, 48, 192, 768, ...

2.

बहुभुज	भुजाओं की संख्या	शीर्ष या कोनों की संख्या
समबाहु त्रिभुज	3	3
वर्ग	4	4
पंचभुज	5	5
षटभुज	6	6
सप्तभुज	7	7

अष्टभुज	8	8
नवभुज	9	9

भुजाओं का अनुक्रम : 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...

रेखाओं की संख्या : 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ....

उपरोक्त से यह स्पष्ट है कि दोनों अनुक्रम समान हैं क्योंकि किसी भी समबहुभुज में भुजाओं तथा शीर्षों की संख्या समान होती है।

3.

आलेख	K_2	K_3	K_4	K_5	K_0
रेखाओं की संख्या	1	3	6	10	15

अत: हमें 1, 3, 6, 10, 15, ... अनुक्रम प्राप्त होता है। यह एक त्रिभुजाकार संख्या अनुक्रम है। इस अनुक्रम के पदों को समबाहु त्रिभुज के रूप में व्यवस्थित किया जा सकता है।

4.

छोटे वर्गों की पंक्तियों की संख्या	1	2	3	4	5
छोटे वर्गों की कुल संख्या	1	4	9	16	25

हमें 1, 4, 9, 16, 25, ... संख्या अनुक्रम प्राप्त होता है। इस अनुक्रम का प्रत्येक पद क्रमश: 1, 2, 3, 4, 5, ... का पूर्ण वर्ग है तथा यह वर्ग संख्याओं का अनुक्रम है।

5.

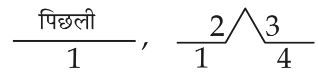
छोटे त्रिभुजों की पंक्तियों की संख्या	1	2	3	4	5	6
छोटे त्रिभुजों की कुल संख्या	1	4	9	16	25	36

हमें 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... अनुक्रम प्राप्त होता है। यह एक वर्ग संख्याओं का अनुक्रम है। इस वर्ग संख्या अनुक्रम की अगली संख्या 49 है।

6.

कोच हिमकण	1	2	3	4	5
रेखाओं की संख्या	3	12	48	192	768

इस प्रकार हमें 3, 12, 48, 192, 768, 3072, ... का अनुक्रम प्राप्त होता है। इसका पहला पद 3 है। इसके बाद प्रत्येक अगला पद, उससे पिछले पद को 4 से गुणा करके प्राप्त किया गया है। यहाँ, यह भी ध्यान देने योग्य है कि अगले कोच हिमकण में, पिछली आकृति में 4 रेखाएँ जुड़ जाती हैं।



अभ्यास 1.2

1. दोहरा **2.** सही

विविध प्रश्नवाली

1. 1 1 $(1)^2$

1 3 4 $(2)^2$

1 3 5 9 $(3)^2$

1 3 5 7 16 $(4)^2$

1 3 5 7 9 25 $(5)^2$

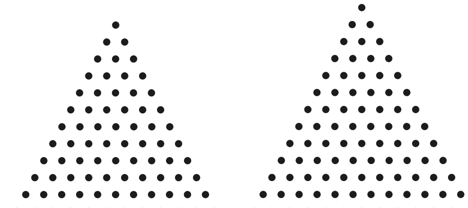
1 3 5 7 9 11 36 $(6)^2$

1 3 5 7 9 11 13 49 $(7)^2$

यह स्पष्ट रूप से देखा जा सकता है कि जब हम 1 से प्रारंभ करके विषम संख्याओं का योग करते हैं, तो हमें क्रमश: पूर्ण वर्ग संख्याएँ प्राप्त होती हैं।

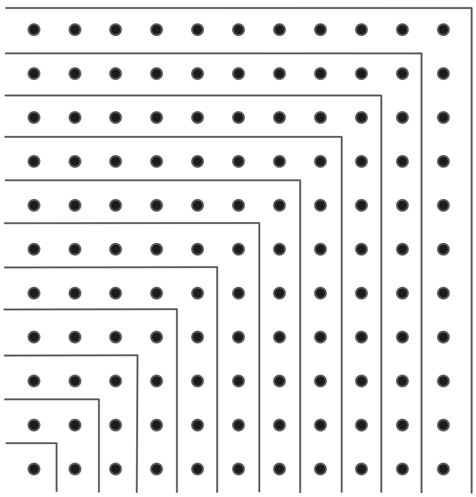
2. 0 तथा 100 के बीच 13 त्रिभुजाकार संख्याएँ हैं। यह संख्याएँ है—1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78 तथा 91

3. त्रिभुजीय संख्या 78 तथा 91 का चित्रिय निरूपण निम्न है



78 91

4. हम नीचे दिए अनुसार एक वर्गाकार ग्रिड में बिन्दुओं को विषम संख्या 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... में विभाजित कर सकते हैं



5. (a) अनुक्रम 1, 5, 9, 13, ... के दो सतत पदों का अन्तर 4 है। अत: अनुक्रम के अगले पद, 13 + 4 17, 17 4 21 तथा 21 4 25 है अर्थात् 17, 21, 25 है।

(b) दिया गया अनुक्रम सम संख्या की श्रेणी है।

अत: अगले तीन पद 10, 12, 14 है।

(c) अनुक्रम 5, 15, 25, 35, ... का प्रत्येक पद, सतत विषम संख्या 1, 3, 5, 7 ..... का 5 का गुणक है।

अत: अनुक्रम के अगले तीन पद 9 5,11 5, 13 5

अर्थात् 45, 55 तथा 65 है।

(d) अनुक्रम 96, 84, 72, 60, ... का प्रत्येक पद, अवरोही क्रम में गणन संख्याओं का 12 गुणक है।

96 12 8

84 12 7

72 12 6

60 12 5

अत: अनुक्रम के अगले तीन पद 12 4, 12 3, 12 2 है अर्थात् 48, 36, 24 है।

(e) अनुक्रम 14, 28, 42, 56, ... का प्रत्येक पद सतत गणन संख्याओं का 14 का गुणक है।

14 1 14

28 2 14

42 3 14

56 4 14

अत: अनुक्रम के अगले तीन पद 5 14, 6 14, 7 14 है अर्थात् 70, 84, 98 है।

6. अनुक्रम को (3n 1) के रूप में दर्शाया जा सकता है। पाँच पद ज्ञात करने के लिए n के स्थान पर क्रम से 1, 2, 3, 4, 5 रखते हैं।

3 1 1 3 1 4

3 2 1 6 1 7

3 3 1 9 1 10

3 4 1 12 1 13

3 5 1 15 1 16

अत: अनुक्रम के पहले पाँच पद 4, 7, 10, 13, 16 है।

7. अनुक्रम को ध्यानपूर्वक देखने से ज्ञात होता है कि

13 6 2 1, 27 13 2 1,

55 27 2 1

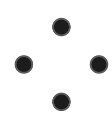
अनुक्रम का प्रत्येक पद, उससे पहले पद के दोगुने से एक अधिक है। अत: अगला पद,

55 2 1 110 1 111.

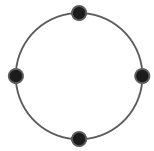
8. त्रिभुजीय संख्याओं 1, 36, 1225 को वर्ग के रूप में भी व्यवस्थित किया जा सकता है। इसलिए, यह त्रिभुजीय संख्याएँ, वर्ग संख्याएँ भी है।

9. प्रत्येक षट्भुजीय संख्या, एक त्रिभुजीय संख्या है लेकिन सभी त्रिभुजीय संख्याएँ, षटभुजीय संख्याएँ नहीं है। केवल वैकल्पिक अर्थात् प्रत्येक अन्य त्रिकोणीय संख्या (पहली, तीसरी, पाँचवीं, सातवीं, ... आदि) एक षट्भुजीय संख्या है।

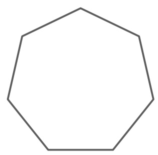
10. (a) यहाँ, वर्ग की एक भुजा के स्थान पर क्रमश: एक छोटा वृत्त बढ़ रहा है। अत: अगली आकृति है



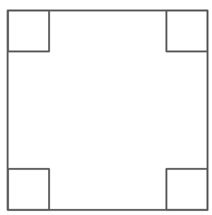
(b) यहाँ वृत्त की परिधि पर क्रमश: एक छोटा वृत्त बढ़ रहा है। अत: अगली आकृति है



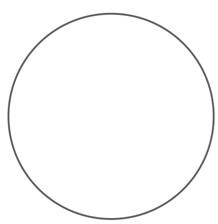
(c) यहाँ समबहुभुज की एक भुजा क्रमशः बढ़ रही है। अतः अगली आकृति समसप्तभुज है।



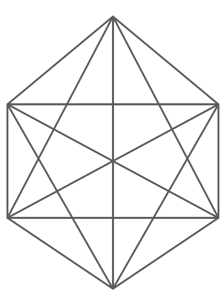
(d) यहाँ वर्ग के कोने पर क्रमशः एक वर्गाकार आकृति बढ़ती जा रही है। अतः अगली आकृति है।



(e) यहाँ, वृत्त की एक चौथाई त्रिज्या क्रमशः घट रही है। अतः अगली आकृति है।

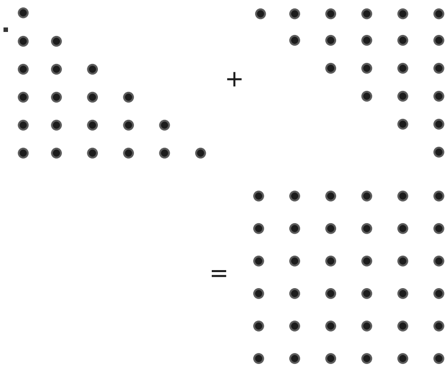


11.



यदि हम एक समषटभुज के सभी विकर्ण खीचें तो यह 2 समबाहु त्रिभुज 6 समद्विबाहु त्रिभुज तथा 12 त्रिभुज 90 कोण वाले अर्थात् कुल 20 त्रिभुज देता है।

12.



13. (i) (c), (ii) (c)

14. यह त्रिभुज संख्याओं का एक क्रमिक पैटर्न है:

चरण 1. 1 1, **चरण 2.** 1 2 3,

चरण 3. 1 2 3 6,

चरण 4. 1 2 3 4 10

(a) 1 2 3 2 4 5 15 ब्लॉक

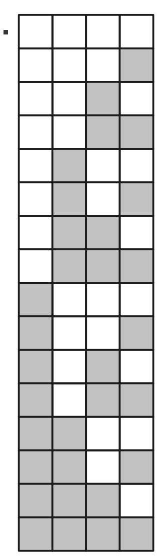
(b) ब्लॉकों की संख्या $\frac{n(n \quad 1)}{2}$

जहाँ चरण संख्या है।

(c) ब्लॉक की संख्या

$\frac{7(7 \quad 1)}{2}$ $\frac{7 \quad 8}{2}$ 28 ब्लॉक

15.

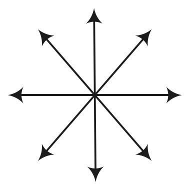


❑❑

2 रेखाएँ और कोण

प्रश्नावली 2.1

1. एक निश्चित बिन्दु से अनंत रेखाएँ बनाई जा सकती हैं क्योंकि एक बिन्दु की कोई विमा नहीं होती जब कि एक रेखा की केवल लम्बाई होती है, चौड़ाई नहीं।

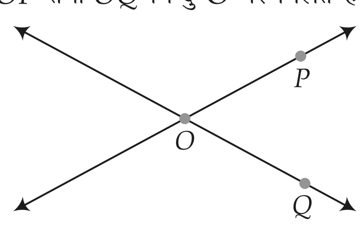


शीतल ने एक कागज पर दो बिन्दु अंकित किए। वह उन दोनों बिन्दुओं से गुजरती हुई केवल एक रेखा बना सकती है

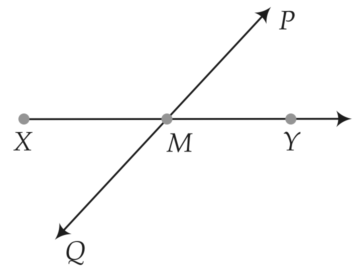
2. रेखाखण्डों के नाम क्रमशः $\overline{LM}, \overline{MP}, \overline{PQ}$ तथा $\overline{QR}$ हैं। केवल एक रेखाखण्ड पर स्थित बिन्दु, बिन्दु L, बिन्दु M, बिन्दु P, बिन्दु Q तथा बिन्दु R हैं।
दो रेखाखण्डों $\overline{LM}, \overline{MP}, \overline{PQ}$ तथा $\overline{QR}$ पर स्थित बिन्दु, बिन्दु M, बिन्दु P तथा बिन्दु Q हैं।

3. चूँकि T, प्रत्येक किरण का आरंभिक बिन्दु है, इसलिए इस बिन्दु से निकलने वाली दो किरणें TA तथा TB हैं। इसके साथ ही एक अन्य किरण TN है। यदि हम N को आरंभिक बिन्दु मानें तो हमें NB किरण प्राप्त होती है।

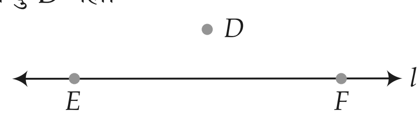
4. (a) OP तथा OQ बिन्दु O पर मिलते हैं



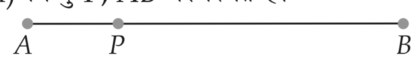
(b) XY तथा PQ, बिन्दु M पर प्रतिच्छेद करते हैं।



(c) बिन्दु E और F, रेखा l पर स्थित हैं लेकिन बिन्दु D नहीं।



(d) बिन्दु P, AB पर स्थित है।



5. (a) पाँच बिन्दु B, C, D, E तथा O हैं।

(b) DB एक रेखा है।

(c) चार किरणें OB, OC, OD, OE हैं।

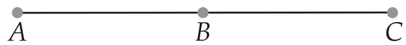
(d) पाँच रेखाखण्ड DE, EO, OB, OC तथा DO हैं।

6. (a) हाँ, हम इसे OB नाम भी दे सकते हैं क्योंकि इसका आरम्भिक बिन्दु तथा दिशा समान हैं।

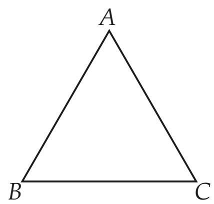
(b) हम OA को AO नहीं लिख सकते क्योंकि किरण का आरंभिक बिन्दु O है, A नहीं। यदि हम ऐसा करते हैं तो किरण की दिशा भी परिवर्तित हो जायेगी।

अभ्यास 2.1

1. (a) यदि दिए गए तीन बिन्दु संरेखीय हैं, तब उन्हें एक सरल रेखाखंड के द्वारा जोड़ा जा सकता है।

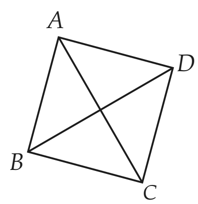


यदि दिए गए तीन बिन्दु असंरेखीय हैं, तब उन्हें तीन रेखाखण्ड के द्वारा जोड़ा जा सकता है। तीन असंरेखीय बिन्दुओं के प्रयोग से त्रिभुज बनाया जा सकता है।



यहाँ AB, BC तथा CA है।

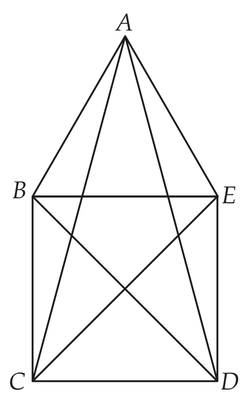
(b) चार बिन्दु जिनमें से तीन असंरेखीय है, को जोड़कर 6 रेखाखण्ड की आकृति बनाई जा सकती है।



यहाँ पर रेखाखण्ड AB, BC, CD, DA, AC तथा BD है।

(c) एक रेखाखण्ड में सदैव दो बिन्दु होते हैं। तब, पाँच बिन्दुओं को मिलाने से बनने वाले रेखाखण्डों की संख्या 10 है।

या n संरेखीय बिन्दुओं से होकर जाने वाली रेखाओं की संख्या ज्ञात करने का सूत्र। (यहाँ, n 5)



रेखाओं की संख्या

$$\frac{n(n \quad 1)}{2} \quad \frac{5(5 \quad 1)}{2} \quad 10 \text{ रेखाखण्ड।}$$

यहाँ पर रेखाखण्ड $AB, BC, CD, DE, EA, AC, AD, BD, BE$ तथा CE।

2. चूँकि आरंभिक बिन्दु O है। इसलिए, किरणें OA, OB, OC तथा OD है।

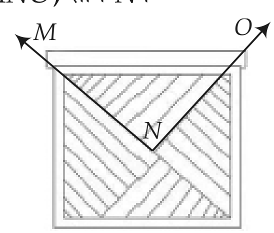
3. चूँकि बिन्दु A, B तथा संरेखीय है, तब AB, AC तथा BC रेखाखण्ड हैं। रेखा AC है। किरण आरंभिक बिन्दु के अनुसार है, इसलिए किरण AC होगी। (यदि A को आरंभिक बिन्दु माना जाए), किरण BC होगी (यदि B को आरंभिक बिन्दु माना जाए), किरण CA होगी (यदि C को आरंभिक बिन्दु माना जाए) तथा BA होगी (यदि B को आरंभिक बिन्दु माना जाए)।

4. चित्र में, यदि O आरंभिक बिन्दु है, तब किरण OA, OB, OC, OD, OE तथा OF है

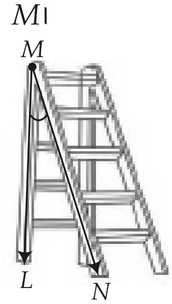
प्रश्नावली 2.2

1. (a) ADB, BDC तथा शीर्ष D।

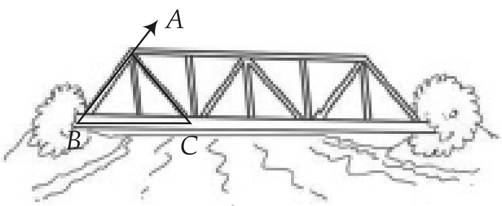
(b) MNO, शीर्ष N।



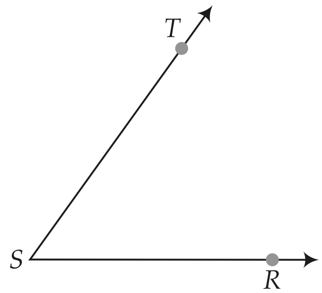
(c) LMN, शीर्ष M।



(d) ABC, शीर्ष B।



2.

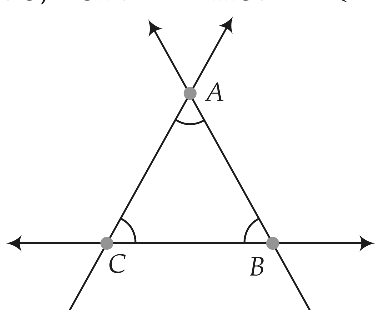


3. बिन्दु P पर तीन विभिन्न कोण हैं। P का अर्थ PAB या APC या BPC है। तीन विभिन्न कोणों की पहचान के लिए, हमें उनको APB या APC या BPC नाम देना है। यहाँ यह ध्यान रखने योग्य है कि केवल एक बिन्दु से कोण नहीं बन सकता है।

4. दी गई आकृति में कोण 1 RTP तथा कोण 2 RTQ है।

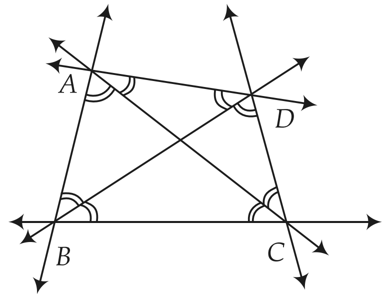
5. तीन बिन्दुओं A, B तथा C के द्वारा हमें तीन रेखाएँ AB, BC तथा AC प्राप्त होती हैं।

A, B तथा C के प्रयोग द्वारा, हमें तीन कोण ABC, CAB तथा ACB प्राप्त होते हैं।



आकृति

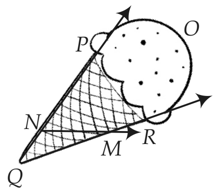
6. चार बिन्दु युग्मों से हमें छः संभव रेखाएँ प्राप्त होती हैं, जिनमें से कोई भी तीन संरेखीय नहीं है।



यह रेखाएँ AB, BC, CD, DA, AC तथा BD हैं। साथ ही हमें 12 कोण मिलते हैं। यह कोण हैं—
ABC, BCD, CDA, DAB, BAC, CAD, ADB, BDC, ACB, ACD, CBD, ABD.

अभ्यास 2.2

1. (a)

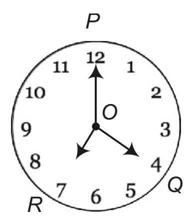


शीर्ष—Q तथा N

भुजाएँ—PQ, QR, QN, MN।

कोण— PQR, MNQ।

(b)

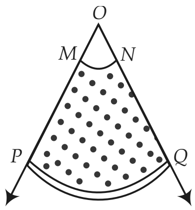


शीर्ष—O।

भुजाएँ—OP, OR, OQ।

कोण— ROQ, POR।

(c)

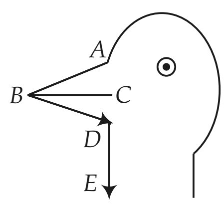


शीर्ष—O।

भुजाएँ—OM, ON, OP, OQ।

कोण— MON, POQ।

(d)

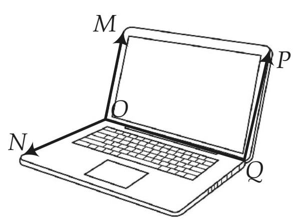


शीर्ष—B तथा D।

भुजाएँ—AB, BD, DE।

कोण— ABD, BDE।

(e)

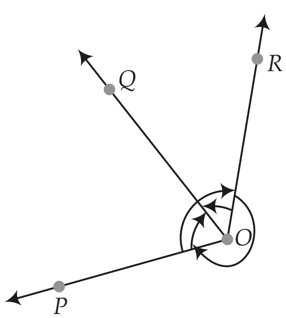


शीर्ष—O, Q।

भुजाएँ—OM, ON, OQ, PQ।

कोण— MON, PQO।

2.



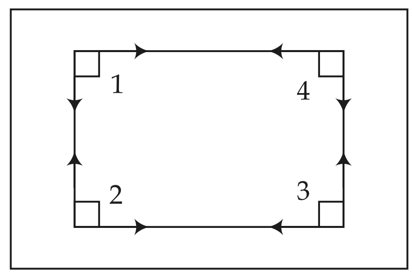
POQ, QOR, POR सापेक्ष ROP।

3. बिन्दु O पर, तीन अलग-अलग कोण हैं। O या तो MON या NOQ या MOQ हो सकता है। हम तीन अलग-अलग कोणों को एक ही शीर्ष पर लेबल नहीं कर सकते। इसलिए, इन कोणों की पहचान के लिए हमें उन्हें MON या NOQ या MOQ नाम देना हैं। यहाँ यह ध्यान रखने योग्य है कि केवल एक बिन्दु बन सकता है।

4. AOB, COB, COD, AOD।

प्रश्नावली 2.3

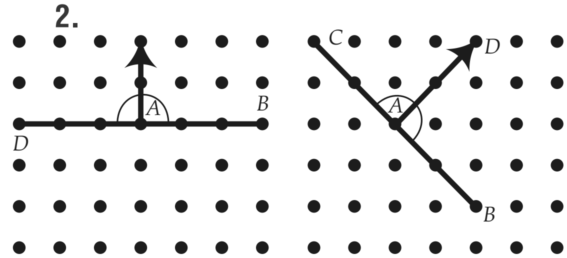
1.



एक खिड़की में चार समकोण होते हैं अर्थात् 1, 2, 3 तथा 4।

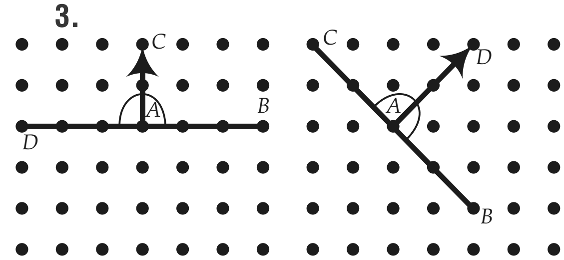
हाँ, हम अपनी कक्षा में दरवाजे के कोनों में ब्लैकबोर्ड के कोनों में तथा कक्षा (कमरे) के कोनों में समकोण को देख सकते हैं।

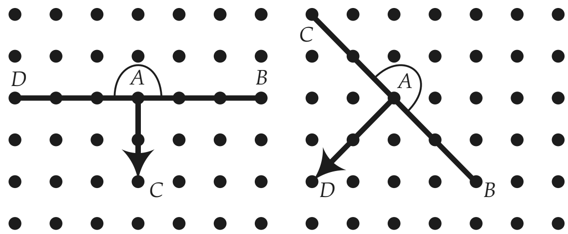
2.



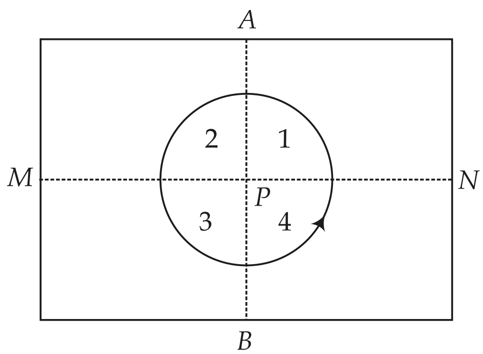
यह केवल एक ही प्रकार से किया जा सकता है।

3.





4. (a) माना कि कागज पर दी गई क्रीज AB है तथा अन्य क्रीज, जो दी गई क्रीज के लंबवत है, MN है। माना, दोनों क्रीज का प्रतिच्छेदन बिन्दु P है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



चूँकि दोनों क्रीज P पर मिलने वाली लंबवत रेखाएँ हैं।

इसलिए, चारों कोण समकोण (90) हैं।

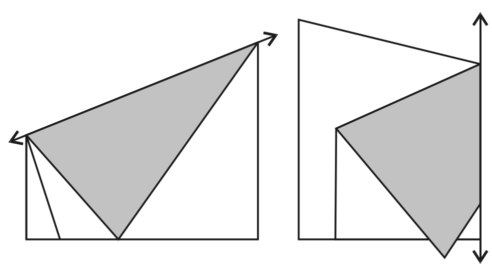
(b) **चरण I.** एक आयताकार कागज का टुकड़ा लीजिए तथा इसे मोड़िए।

चरण II. मोड़ को क्रीज करें।

चरण III. अब कागज को पुन: मोड़े जिससे कि क्रीज के दोनों भाग एक साथ आ जाए।

चरण IV. मोड़ को क्रीज करें।

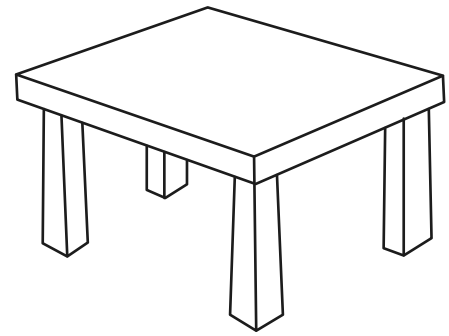
चरण V. अब, दोनों क्रीज को खोलें।



हमें उपरोक्त दर्शाये गए अनुसार, दो लंबवत रेखाएँ तथा चार समकोण प्राप्त होते हैं।

अभ्यास 2.3

1.

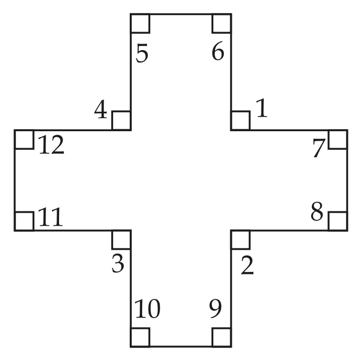


वर्ग या आयताकार आकार के शीर्ष बोर्ड पर चार समकोण तथा बोर्ड के साथ चार पैरो द्वारा, आठ समकोण बनाए जाते हैं।

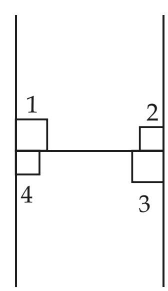
इसलिए, कुल समकोण 4 8 12

नहीं, इसमें समकोण से छोटा या बड़ा कोई कोण नहीं है।

2. दी गई आकृति में कुल 12 समकोण हैं, जिनमें से 4 समकोण आकृति के बाहर तथा 8 समकोण आकृति के अंदर हैं।

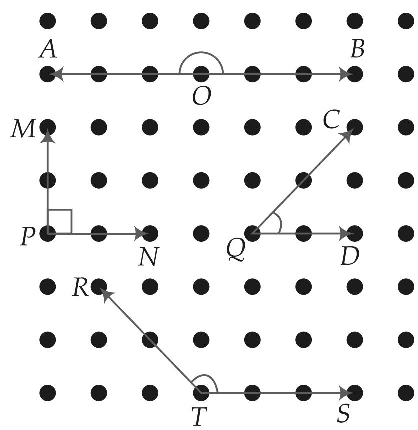


3. अक्षर H में कुल चार समकोण हैं।



4. जब दो रेखाएँ, एक-दूसरे के लंबवत होती है, तब समकोण बनता है। इसकी माप 90 होती है।

5.



सभी कोणों के नाम,

AOB, *MPN*, *CQD*, *RTS*.

प्रश्नावली 2.4

1. (a) *IHJ* 47 , (b) *IHJ* 24 ,

(c) *IHJ* 110 .

2. ब्लैकबोर्ड के प्रत्येक कोने का कोण 90

डेस्क के प्रत्येक कोने का कोण 90

कक्षा कक्ष के सभी कोनों का कोण 90

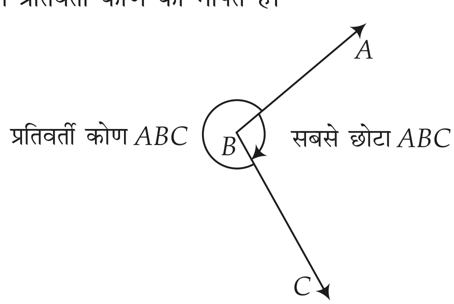
दरवाजे के प्रत्येक कोने का कोण 90

खिड़की के प्रत्येक कोने का कोण 90

3. (a) *IHJ* 42 , (b) *IHJ* 116 .

यहाँ, छात्रों द्वारा कागज के चाँद का प्रयोग नहीं किया जा सकता है।

4. हम प्रतिवर्ती कोण को मापते हैं।



इसके लिए छोटा कोण *ABC* 103 (माना) मापें। हम जानते हैं कि एक घुमाव 360 का कोण बनाता है।

अब, 360 से छोटे कोण को घटा कर प्रतिवर्ती *ABC* की मापें।

अर्थात् प्रतिवर्ती *ABC* 360 छोटा *ABC*

प्रतिवर्ती *ABC* 360 103 257 .

5. (a) 80 , (b) 120 , (c) 60 , (d) 130 ,

(e) 130 , (f) 60

6. (a) *BXE* 115 , (b) *CXE* 85 ,

(c) *AXB* 65 ,

(d) *BXC* *AXC* *AXB*

95 65 30 .

7. *PQR* 45 , *PQS* 100 ,

PQT 150 .

8. छात्र इसे अपने शिक्षकों या माता-पिता या सहपाठियों की मदद से स्वयं करें।

9. आकृति (a) में,

A 43 , *B* 65 , *C* 72

A *B* *C* 43 65 72

180 .

आकृति (b) के लिए,

A 54 , *B* 65 , *C* 61

A *B* *C*

54 65 61 180

आकृति (c) के लिए,

A 30 , *B* 50 , *C* 100

A *B* *C* 30 50 100

180

निष्कर्ष—त्रिभुज के तीनों आंतरिक कोणों का योग 180 होता है।

अभ्यास 2.4

1. *ABC* 10 , *DEF* 20 , *GHI* 30 ,

JKL 40 , *MNO* 50 , *PQR* 60 .

2. बिस्तर के चारों कोने और उसकी टाँगे 90 का कोण दर्शाते हैं।

अध्ययन मेज के चारों कोने और उसकी टाँगे 90 का कोण दर्शाते हैं।

पुस्तकों तथा नोटबुक के कोने 90 का कोण दर्शाते हैं।

दरवाजों तथा खिड़कियों के कोने 90 का कोण दर्शाते हैं।

दीवार पर टंगे कैलेण्डर के चारों कोने 90 का कोण बनाते हैं।

फर्श की टाइलों के कोने 90 का कोण बनाते हैं।

3. यहाँ,

ABC 43 , DEF 39 , GHI 111 , MNO 89 , JKL 34 .

4. BOD 45 , COB 45 , DOA 135 , AOC 135 .

प्रश्नावली 2.5

1. (a) घड़ी की परिधि पर 1 से 12 तक की संख्याएँ समान दूरी पर लिखी जाती हैं तथा वृत्त का कोण सदैव 360 का होता है। इसलिए, 360 12 30

अत: दो क्रमागत संख्याओं के बीच का कोण 30 है।

1 बजे घड़ी की दोनों सूईयाँ, दो क्रमागत संख्याओं 12 तथा 1 के बीच होती है। इसलिए, 1 बजे, इन दोनों सूईयों के बीच का कोण 30° है।

(b) हम जानते हैं कि घड़ी के अन्दर दो क्रमागत संख्याओं के बीच का कोण 30° होता है।

इसलिए, 2 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

2 30 60 .

4 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

4 30 120 .

तथा 6 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

6 30 180 .

(c) 3 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

3 30 90 .

5 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

5 30 150 .

7 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

7 30 210 .

8 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

8 30 240 .

9 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

9 30 270 .

10 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

10 30 300 .

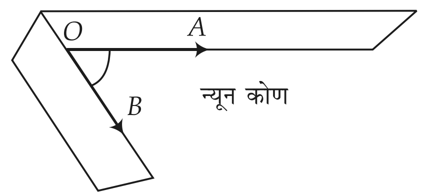
11 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

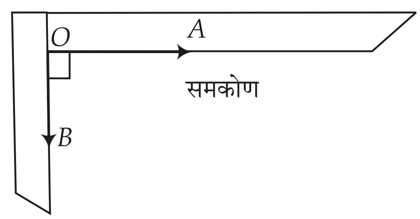
11 30 330 .

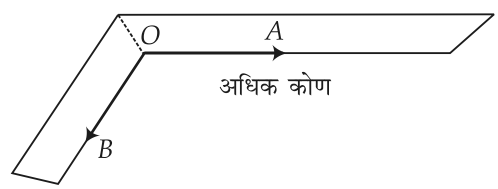
12 बजे दोनों सूईयों के बीच कोण

12 30 360 या 0°.

2. हाँ, यह संभव है।





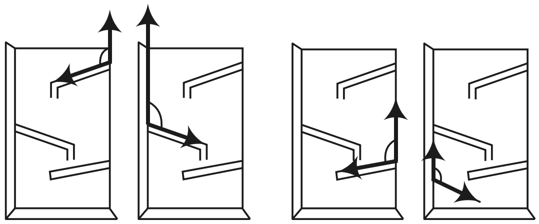


यहाँ, कोण का शीर्ष है तथा उसकी भुजाएँ OA तथा OB है।

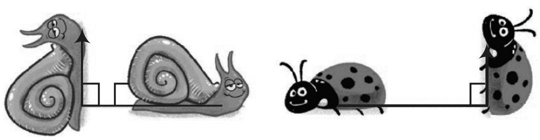
3. हाँ, यहाँ हम एक कोण को देख सकते हैं।

4. जितना झुकाव अधिक है, कोण भी उतना ही अधिक है। ज्यादा झुकाव, ज्यादा बड़ा कोण।

प्रत्येक कोण के लिए, एक भुजा ऊर्ध्वाधर भुजा है तथा दूसरी भुजा झुकाव है। चूँकि यहाँ पर चार झुकाव है, इसलिए इस भुजा से चार कोण बनाए जा सकते हैं।

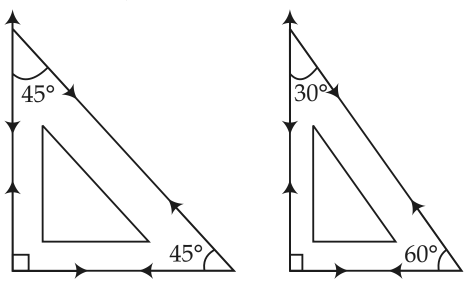


5. दोनों कीट 90 के कोण पर दक्षिणावर्त घूम रहे हैं।



अभ्यास 2.5

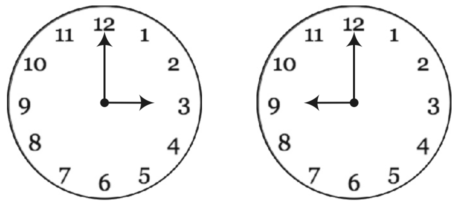
1. ज्यामिति बॉक्स में दो सेट स्क्वायर होते हैं। उनमें से एक की दोनों भुजाएँ समान होती हैं। इसलिए वह 90 ,45 ,45 का कोण बनाता है तथा दूसरा 90 ,30 ,60 को कोण बनाता है, क्योंकि इसकी एक भुजा, दूसरी भुजा से दोगुनी होती है।



दोनों आकृतियों में कुल छह कोण हैं।

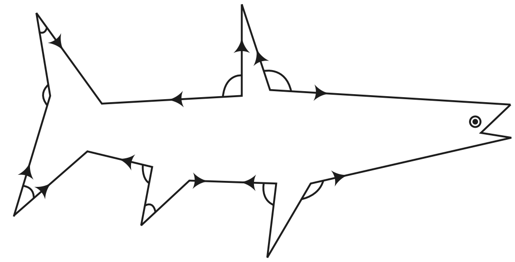
दोनों सेट स्क्वायर, समान आकार के कोणों के दो सेट बनाते हैं।

2. एक घड़ी में चौबीस घंटों के दौरान चार बार समकोण बनता है। दो बार दिन के समय तथा दो बार रात के समय। जब समय 3 बजे और 9 बजे होते हैं, तब घड़ी की दोनों सूईयाँ समकोण बनाती हैं।



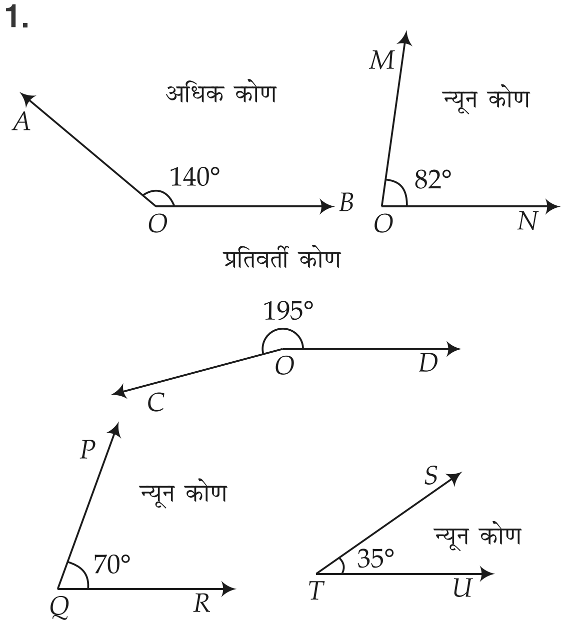
3. 0 बजे और 12 बजे, दोनों समय पर घड़ी की सूईयाँ 12 पर होती हैं। इस स्थिति में सूईयाँ 0 या 360 का कोण बना सकती हैं। आरंभ में कोण को 0 का कहा जायेगा और जब सूई 12 पर पहुँच जायेगी, तब यह कोण 360 का हो जायेगा।

4. चित्र में, मछली के शरीर में बने कोणों को तीरों और कोणों के चिन्हों द्वारा दर्शाया गया है।



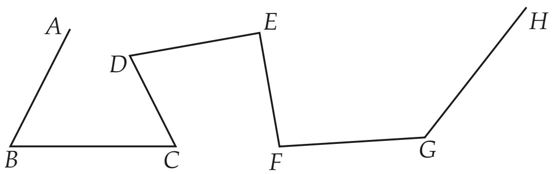
प्रश्नावली 2.6

1.



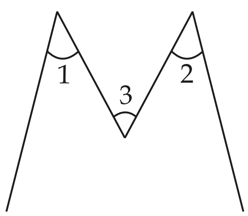
2. (a) 43° (न्यून कोण)
   (b) 159° (अधिक कोण)
   (c) 121° (अधिक कोण)
   (d) 33° (न्यून कोण)
   (e) 92° (अधिक कोण)
   (f) 355° (प्रतिवर्ती कोण)

3.



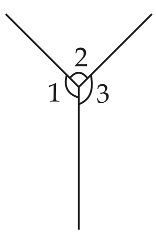
न्यून कोण ABC, DCB, EDC,
समकोण DEF,
अधिक कोण EFG, HGF.

4.



यहाँ, 1 40 , 2 40 तथा 3 60 .

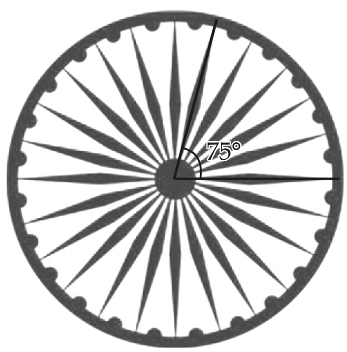
5.



यहाँ, 1 150 , 2 60 तथा 3 150 .

6. दो संलग्न तीलियों के बीच कोण $\frac{360}{24}$ 15

दो तीलियों के बीच बनने वाला सबसे बड़ा न्यून कोण 5 15 75 .



7. माना, कोण की डिग्री माप A है, तब $5A$ 90 किन्तु $4A$ 90 .

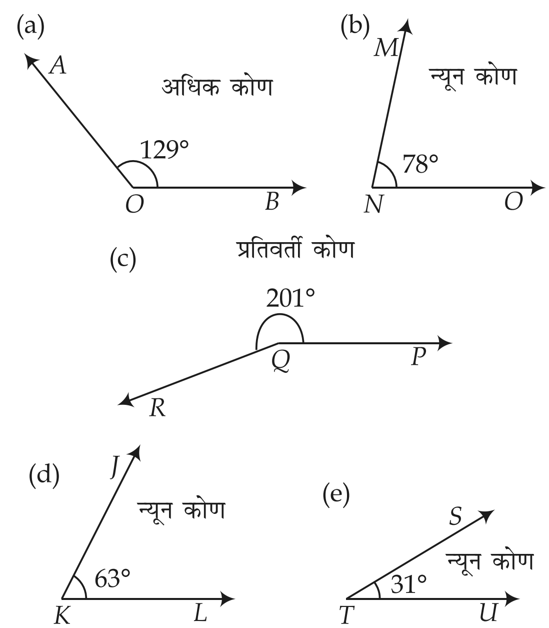
या $\frac{90}{5}$ A और $\frac{90}{4}$ A

इसलिए, A 18 लेकिन A $22\frac{1}{2}$.

अत: कोण की डिग्री माप या तो 19° या 20° या 21° या 22° है।

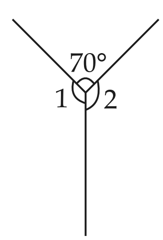
अभ्यास 2.6

1.



2. (a) a 50 (न्यून कोण)
(b) b 183 (प्रतिवर्ती कोण)
(c) c 215 (प्रतिवर्ती कोण)
(d) d 135 (अधिक कोण)
(e) e 20 (न्यून कोण)
(f) f 101 (अधिक कोण)

3.



एक पूर्ण घुमाव 360° का कोण बनाता है।

1 2 70 360

1 2 360 70 290

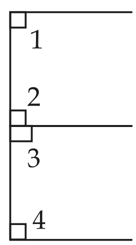
चूँकि तीसरी ऊर्ध्वाधर रेखा, 290° के कोण को समद्विभाजित करती है।

इसलिए, 1 2

$2 \quad 1 \quad \frac{290}{2} \quad 145$

हाँ, दोनों कोण समान हैं।

4. अक्षर E में चार समकोण हैं।



विविध प्रश्नवाली

1. AC और BD रेखाओं पर बने तीर यह दर्शाते हैं कि उनकी लंबाई अतंत है। इसलिए आकृति में AC और BD रेखाएँ हैं जबकि $\overline{AB}, \overline{CD}, \overline{AD}, \overline{BC}$ ये सभी रेखाखंड (लाइन सेगमेंट) हैं।

2. E, F, H, L, P और T अक्षरों में समकोण (90 के कोण) पाए जाते है।

3. (a) यहाँ A 90 , B 90 , C 90 और D 90 .

सभी चारों कोणो को योग

$A \quad B \quad C \quad D$

90 90 90 90 360

(b) यहाँ, A 90 , B 90 , C 90 और D 90 .

सभी चारों कोणो का योग

$A \quad B \quad C \quad D$

90 90 90 90 360

(c) यहाँ, A 75 , B 105 , C 75 और D 105 .

सभी चारों कोणो का योग

$A \quad B \quad C \quad D$

75 105 75 105

360

(d) यहाँ, A 80 , B 100 , C 100 और D 100 .

सभी चारों कोणो का योग

$A \quad B \quad C \quad D$

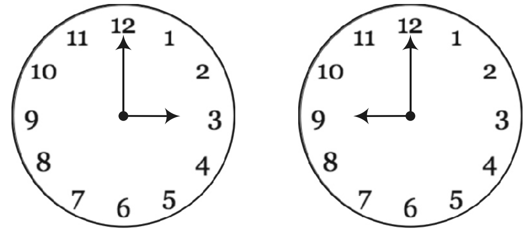
80 100 80 100

360

निष्कर्ष– किसी भी चतुभुर्त के चारों आंतरिक कोणो का योग 360 होता है।

4. घड़ी में मे एक दिन में चार बार समकोण बनता है— दो बार दिन में और दो बार रात में।

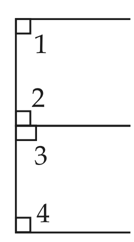
जब समय 3 बजे या 9 बजे होता है, तो घड़ी की दोनों सुइयाँ समकोण बनाती हैं।



5. जब समय 0 बजे (मध्यरात्रि) या 12 बजे (दोपहर) होता है, तो घड़ी की दोनों सुइयाँ 12 पर होती हैं। इस स्थिति में कोण 0 या 360 हो सकता है।

प्रारंभ में इसे 0 कहा जाता है, और जब पूरा घेरा बनाता है, तब इसे 360 कहा जाता है।

6. अक्षर E में चार समकोण होते हैं।



7. *BAG* एक समकोण है।

ABC, *DEF* और *GFE* सभी तीव्र कोण (90° से कम) हैं।

BCD एक मंद कोण (90 से अधिक लेकिन 180° से कम) है।

AGF और *CDE* दोनो परावर्त कोण (180 से अधिक लेकिन 360 से कम हैं।)

8. परावर्त कोण—वह कोण जो 180 से अधिक लेकिन 360 से कम होता हैं।

9. आवश्यक कोण = 180° – 110° = 70°.

10. (a) हाँ

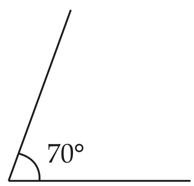
(b) 70° का पूरक कोण

90° – 70° = 20°

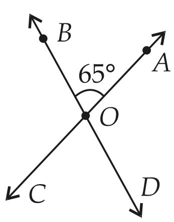
(c) 70° का अनुपूरक कोण

180° – 70° = 110 °

(d)



11.

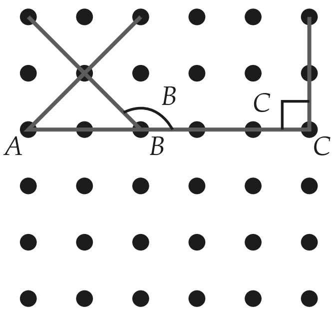


AOB   *COD*   65

AOD   *BOC* $\frac{1}{2}$(360   65   65)

$\frac{1}{2}$(230)   115

12.



13. (i) (c)

(ii) (c)

14. (a) वांछित कोण 180° – 50°   130 .

(b) न्यून कोण (50°).

(c) 100° (50° + 50°).

(d) नहीं, क्योकि   AOC   90°

(यह समकोण नहीं है)

15. कुल कोण   *A*, *B*, *C*, *E*, *D*

समान कोण   *A*   *E*   *D*

❑❑

3 संख्याओं का खेल

प्रश्नावली 3.1

1.

6828	670	9435	3780	7308	8000	5583	52

2.

5346	6348	1212	1258	1221	1008	6843	9635	9754

3.

987	473	649	632	699	589	743	717	888

4. उपरोक्त तालिका में 9 संख्याओं में से 5 महाकोष्ठ है जोकि 987, 649, 699, 743 और 888 है।

यदि तालिका में कोशिकाओं की संख्या विषम संख्या है, तो महाकोष्ठ की संख्या $\frac{n \quad 1}{2}$ और यदि यह सम संख्या है, तो महाकोष्ठ की संख्या $\frac{n}{2}$.

हाँ वह एक पैटर्न है। तालिका में वैकल्पिक महाकोष्ठ हो सकते हैं।

नीचे दी गई तालिका को भरने के लिए अधिकतम संख्या में महाकोष्ठ प्राप्त करने की विधि— (a) तालिका के पहले सेल को महाकोष्ठ बनाएँ। उसके बाद हर दूसरे कोष्ठ को महाकोष्ठ बनाना है। (b) 4 कोष्ठों के मामले को छोड़कर किसी भी लगातार कोष्ठों को महाकोष्ठ नहीं बनाया जा सकता है, क्योंकि उस स्थिति में पहली और चौथी कोष्ठ महाकोष्ठ हो सकती हैं।

5. नहीं, संख्याओं को दोहराए बिना महाकोष्ठ तालिका का भरना संभव नहीं है, क्योंकि इसमें कोई महाकोष्ठ नहीं है, क्योंकि दो केस हो सकते है—

केस I : यदि हम कोष्ठों को अवरोही क्रम में भरें तो पहली कोष्ठ महाकोष्ठ होगी।

केस II : यदि हम कोष्ठों को आरोही क्रम में भरे तो अन्तिम कोष्ठ महाकोष्ठ होगा।

यदि हम किसी क्रम का पालन नही करेंगे तो कम से कम एक महाकोष्ठ तो होगा ही।

6. हाँ, सारणी में सबसे बड़ी संख्या वाला कोष्ठ हमेशा महाकोष्ठ होता है। यदि यह कोने का कोष्ठ है तो इसके बगल वाला (या तो शुरुआत से दूसरा या दूसरा अन्तिम कोष्ठ) इससे छोटा होगा। यदि दो कोष्ठ के बीच में स्थित है, तो सबसे बड़ी संख्या होने के कारण यह दो आसन्न से बड़ा होगा। नहीं, किसी तालिका में सबसे छोटी संख्या वाला कोष्ठ महाकोष्ठ नहीं हो सकता क्योंकि उसके निकटवर्ती सेल की संख्या उससे अधिक होगी।

7.

989	980	941	901	895	873	807	799	743

यहाँ 980 सबसे छोटी संख्या है लेकिन यह महाकोष्ठ नहीं हैं क्योंकि इसके बाई ओर स्थित 989 इससे बड़ी संख्या है।

8.

2961	2900	2856	2777	2748	2565	2813	2562	2010	2111

यहाँ, 2900 तालिका में दूसरी सबसे बड़ी संख्या है, अत: यह महाकोष्ठ नहीं है क्योंकि संख्या इसके निकटवर्ती 2961 इससे बड़ी है।

2111 दूसरी सबसे छोटी संख्या है, लेकिन 2111 वाला कोष्ठ महाकोष्ठ है, क्योंकि इसके निकटवर्ती संख्या 2010 इससे छोटी है।

अभ्यास 3.1

1. हम सूत्र $\frac{n \quad 1}{2}$ का उपयोग करते हैं, जहाँ n विषम संख्या है। और तालिका में कुल सेलों की संख्या को व्यक्त करता है।

सुपरसेलों की संख्या $\frac{57 \quad 1}{2}$ $\frac{58}{2}$ 29

2. यहाँ n 66 एक सम संख्या है।

अत: तालिका में सुपरसेलों की संख्या

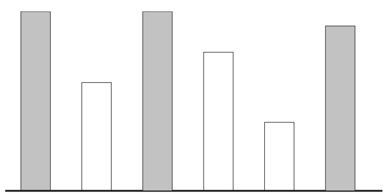
$$\frac{n}{2} \quad \frac{66}{2} \quad 33$$

3.

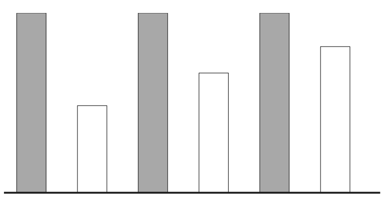
5681	4979	2455	7321	5642	8341	7101	6000

4. दोनों व्यवस्थाएँ इस प्रकार है।

(a)

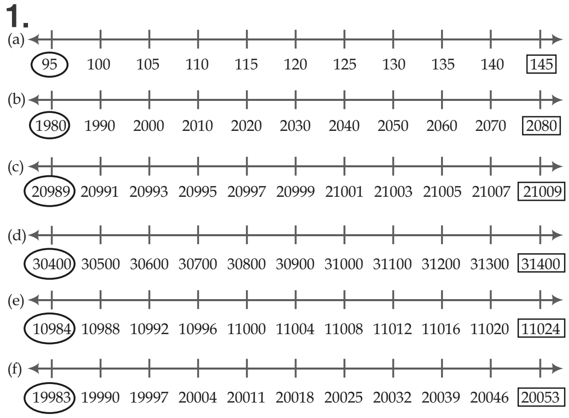


(b)



प्रश्नावली 3.2

1.



2. कुछ संख्याएँ जिनके अंकों का योग 14 है।

(a) 59, 68, 77, 86, 95, 149, 158, 167, 176, 185, 194, 239, 248, 257, 923, 2462, 5117, 6008

(b) सबसे छोटी संख्या 59 है जिसके अंकों का योग 14 है।

(c) सबसे बड़ी 5-अकींय संख्या जिसके अंकों का योग 14 = 95000 है।

(d) एक बहुत बड़ी संख्या जिसके अंकों का योग 14 हो, 9500000000 ...... बनाई जा सकती है।

3.

संख्या	अंको का योग	संख्या	अंको का योग
40	4	56	11
41	5	57	12
42	6	58	13
43	7	59	14
44	8	60	6
45	9	61	7
46	10	62	8
47	11	63	9
48	12	64	10
49	13	65	11
50	5	66	12
51	6	67	13
52	7	68	14
53	8	69	15
54	9	70	7
55	10		

4.

संख्या	123	234	345	456	567	678	789
अंकों का योग	6	9	12	15	18	21	24

यदि इन संख्याओं के अंकों को उलटकर बनाया जाए तो अंकों का योग वही रहेगा।

हाँ, एक पैर्टन है। यहाँ सार्वन्तर 3 है।

पहली संख्या 1 3 3

दूसरी संख्या 2 3 6

तीसरी संख्या 3 3 9

चौथा अंक 4 3 12

हाँ, यह पैर्टन जारी रहेगा।

अभ्यास 3.2

1. दो अंक, तीन अंक, चार अंक और पाँच अंक की संख्याएँ क्रमश: 90, 900, 9000 और 9,0000 है।

2.

संख्या	2568	3657	7545	8922	9741	7734
अंकों का योग	21	21	21	21	21	21

3.

संख्या	1234	2345	3456	4567	5678	6789
अंकों का योग	10	14	18	22	26	30

संख्या	9876	8765	7654	6543	5432	4321
अंकों का योग	30	26	22	18	14	10

यदि अकों को आरोही क्रम में लिया जाए तो छ: संख्याएँ बनाई जा सकती हैं।

जब अंकों को अवरोही क्रम में लिया जाए तो अन्य छ: संख्याएँ बनती हैं।

अत: कुल बनी संख्याएँ 6 6 12

हाँ, यह एक पैर्टन है, लगातार हो योगों के बीच का अन्तर 4 है।

प्रश्नावली 3.3

1. (a) अंक 7, 9, 2, 8 है।

सबसे बड़ी संख्या = 9872

सबसे छोटी संख्या = 2789

अंतर 9872 2789 7083

7083 5085

(b) अंक 6, 8, 5, 4 हैं

सबसे बड़ी संख्या 8654

सबसे छोटी संख्या 4568

अन्तर 8654 4568 4086

4086 5085

(c) अंक 4, 5, 6, 7 हैं

सबसे बड़ी संख्या 7654

सबसे छोटी संख्या 4567

योग 7654 4567 12221

12221 9779

(d) अंक 5, 1, 8, 9 हैं।

सबसे बड़ी संख्या 9851

सबसे छोटी संख्या 1589

अन्तर 9851 1589 8262

8262 9779

2. इसमें दो शर्तें हो सकती हैं।

स्थिति I यदि अंक भिन्न है तो

सबसे बड़ी 5 अंकीय पैलिंड्रोम संख्या 98789

सबसे छोटी 5 अंकीय पैलिंड्रोम संख्या 12321

योग 98789 12321 111110

अन्तर 98789 12321 86468

स्थिति II : यदि पाँच अंक समान हैं तो

सबसे बड़ा 5 अंकीय संख्या 99999

सबसे छोटा 5 अकीय संख्या 11111

योग 99999 11111 111110

अन्तर 99999 11111 88888

दोनों स्थितियों में सबसे बड़े और सबसे छोटे 5-अंकों का योग समान है।

3. सभी समय 10:01

इसलिए, 11:11 10:01 70 मिनट

यानि कि 1 घण्टा 10 मिनट

इससे अगला पैलिड्रोम 12:12

4. 5683 का उपयोग करके बनाई गई सबसे बड़ी संख्या 8653 है। और सबसे छोटी संख्या 3568 है।

चरण I	चरण II	चरण III	चरण IV	चरण V
8653	8550	9972	7731	6543
− 3568	− 0558	− 2799	− 1377	− 3456
5085	7992	7173	6354	3087

चरण VI		चरण VII
8730		8532
– 0378	→	– 2358
8352		6174

अभ्यास 3.3

1. अंक 1, 2, 3, 4, 7 का उपयोग करके बनाई गई सबसे बड़ी संख्या 74321 है। और सबसे छोटी संख्या 12347 है।

(अ) इन दोनों संख्याओं का योग

74321 12347

86668 99999

नहीं, संख्या 86668 एक विलोमपद है।

(ब) इन दोनों संख्याओं का उत्तर

74321 12347

61974 11111

हाँ, संख्या 61974 एक विलोम पद नहीं है।

(स) संख्याओं का योग 86668

अन्तर 61974

योग 148615

यह विलोमपद संख्या नहीं है।

(द) अन्तर = 86668

61947

24721

यह कोई विलोम पद संख्या नहीं है।

(ई) केवल (अ) विलोमपद है, अन्य नहीं।

2. यदि संख्याएँ एक ही अंक से बनी हैं, तो,

सबसे बड़ी संख्या 999999

और सबसे छोटी संख्या 111111

अन्तर 999999 111111 888888

यह विलोम पद है।

यदि अंक भिन्न हों तो

सबसे बड़ी संख्या 987789

अन्तर 987789 123321

864468 (एक विलोम पद)

3. अभी समय 01 : 10 है।

अगला विलोम पद स्तभ 02:20

तो, 02.20 1:10 70 मिनट

या 1 घण्टा 10 मिनट के बाद

4. सबसे बड़ी संख्या 9865

सबसे छोटी संख्या 5689

Round I		Round II	
9865		7641	
– 5689	→	– 1467	
4176		6174	कापरेकर स्थिरांक

अत: दो चक्रों में संख्या 8965 निश्चित बिन्दु पर पहुँच जाएगी।

प्रश्नावली 3.4

1. (a) 90,250 को 2 से भाग दें।

$$\frac{90,250}{2} \quad 45,125$$

90,250 से अधिक पाँच अंकों की संख्या प्राप्त करने के लिए, कम से कम एक संख्या या दोनों संख्या 45,125 से अधिक होनी चाहिए।

जैसे—	45,125	और	47,243
	53,325		46,398
	98,450		93,641

अत: 90,250 से अधिक योग प्राप्त करने के लिए कम से कम एक या दोनों संख्याएँ 45, 125 से अधिक होनी चाहिए।

(b) 5-अंकों की संख्या और 3-अकों की संख्या को जोड़कर 6 अकों का योग प्राप्त करने के लिए, पाँच अकों वाली संख्या 99001 या उससे अधिक होनी चाहिए।

99001	99002	99856
+ 999	+ 999	+ 583
100000	100001	100439

और इसी तरह

(c) आइए, न्यूनतम 4-अकों की संख्या 1000 लें और योग

1,000
+1,000
2,000 (एक चार अंकीय संख्या)

अब, अधिकतम चार अंकों की संख्या 9999 लेते है, योग

9999
+ 9999
19,998 (एक पाँच अकीय संख्या)

अत: दो चार अकों वाली संख्याओं को जोड़कर छ: अकों वाली संख्या प्राप्त करना सम्भव नहीं है।

(d) दो 5-अकींय संख्याएँ ले और उन्हें जोड़ें।

56873	99876
+ 62391	12341
119264	112217

यह स्पष्ट है कि यदि हम दो अलग-अगल पाँच अंकों की संख्याएँ जोड़कर 6-अकों की संख्या प्राप्त करना चाहते हैं तो दोनों संख्या 50,000 से बड़ी होनी चाहिए। यदि एक संख्या सबसे बड़ी पाँच अंकों की संख्या के आसपास है, तो दूसरी सबसे दोटी संख्या के आसपास हो सकती है।

(e) संख्या का आधा $\frac{18,500}{2}$ 9,250 जो कि 4-अकों की संख्या है। यदि हम 5-अकों की संख्या लेते हैं तब दूसरी 4-अकों की संख्या होगी।

अत: दो 5 अंकीय संख्याओं का योग 18500 प्राप्त करना असंभव है।

(f) 5-अंकीय संख्या – 5-अंकीय संख्या

86084 35,989

50095, से कम उत्तर देती है।

(g) 5-अंकीय संख्या – 3-अंकीय संख्या, 4-अंकीय संख्या देती है।

10385	(5-अंकों की संख्या)
968	(3-अंकों की संख्या)
9417	(4-अंकों की संख्या)

(h)

19346	(5-अंकों की संख्या)
9876	(4-अंकों की संख्या)
9470	(4-अंकों की संख्या)

(i)

72493	(5-अंकों की संख्या)
72143	(5-अंकों की संख्या)
350	(3-अंकों की संख्या)

(j) 91,500 का अंतर प्राप्त करने के लिए सबसे छोटी 5-अंकीय संख्या 10,000 है, सबसे बड़ी संख्या 91,500 10,000 101500 होनी चाहिए, जो एक 6-अकींय संख्या है।

अत: पॉच अंकीय दो संख्याओ का अन्तर 91,500 नही हो सकता।

2. (a) 5-अकीयं संख्या + 5 अंकीय संख्या कभी-कभी 5-अकींय संख्या देती है ओर कभी-कभी नहीं।

उदाहरण के लिए,

(i)

23,240	(5-अकींय संख्या)
30,000	(5-अकींय संख्या)
53,240	(5-अकींय संख्या)

लेकिन

52000	(पाँच अंकीय संख्या)
63243	(पाँच अकींय संख्या)
1,15,243	(6-अकींय संख्या)

(b) 4-अकींय संख्या +2-अकींय संख्या कभी-कभी 4-अंकीय संख्या नहीं देती है।

उदाहरण के लिए,

3568	(4-अकींय संख्या)
+ 99	(2-अकींय संख्या)
3667	(4-अकींय संख्या)
9999	(4-अकींय संख्या)
11	(2-अकींय संख्या)
10,000	(5-अंकीय संख्या)

(c) 4-अंकीय संख्या +2-अकीय संख्या कभी भी 6-अकींय संख्या नहीं देती है। उदाहरण के लिए,

8468	(4-अंकीय संख्या)
99	(2-अकींय संख्या)
8567	(4-अकींय संख्या)

9999 (4-अकींय संख्या)
99 (2-अंकीय संख्या)
10098 (5-अंकीय संख्या)

(d) 5-अंकीय संख्या—5-अंकीय संख्या 5-अंकीय संख्या कभी-कभी देती है, कभी-कभी नहीं।

उदाहरण के लिए,

(i) 98,546 (5-अंकीय संख्या)
32,638 (5-अंकीय संख्या)
65,908 (5-अंकीय संख्या)

(ii) 40,907 (5-अंकीय संख्या)
38562 (5-अंकीय संख्या)
2,345 (4-अंकीय संख्या)

(iii) 85,996 (5-अंकीय संख्या)
85684 (5-अंकीय संख्या)
312 (3-अंकीय संख्या)

(e) 5-अकींय संख्या—2-अकींय संख्या 3-अकींय संख्या नहीं देती है।

उदाहरण के लिए,

(i) 23456 (5-अंकीय संख्या)
99 (2-अंकीय संख्या)
23,366 (5-अंकीय संख्या)

(ii) 10000 (5-अंकीय संख्या)
86 (2-अंकीय संख्या)
9914 (4-अंकीय संख्या)

अभ्यास 3.4

1. (a) 23,000 800 800 24,600
(b) 26,000 1200 1200 28,400
(c) 50,000 800 1200 52,000
(d) 1200 800 800 2,800
(e) 50000 23000 1200 28,200
(f) 50000 26000 23000 53000
(g) 23,000 800 1200 25000
(h) 50,000 23,000 1200 800 75,000

2. (a) 85,231 का आधा $\frac{85,231}{2}$ 42615.5

अत: 42,615 (5-अंक)
43,616 (5-अंक)
86,231 (5-अंक)

(b) सबसे बड़ा अंक 9 है तथा
9 9 18 (2-अंक)
3-अंकीय संख्या प्राप्त करना असम्भव है।

(c) 8, 74,65 का आधा 4,37,32.5
अत: 51733 (5-अंक)
+ 35432 (5-अंक)
87,165 (5-अंक)

(d) 5-अंकीय सबसे छोटी संख्या 10,000 है।
अत: 10,000 (5-अंक)
10,000 (5-अंक)
20,000 (5-अंक)
योग 17,000 प्राप्त करना असम्भव है।

(e) 999 (3-अंक)
999 (3-अंक)
1998 (4-अंक)
5-अंकीय संख्या प्राप्त करना असम्भव है।

(f) 61308 (5-अंक)
21212 (5-अंक)
40096

(g) 109344 (6-अंक)
99346 (5-अंक)
9898 (4-अंक)

(h) यह संख्या 5-अंकों की सबसे बड़ी संख्या 99999 के करीब है। अत: दो 5-अंकों की संख्याओं का अन्तर 93,856 नहीं हो सकता।

(i) 35648 (5-अंक)
– 35616 (5-अंक)
32 (2-अंक)

(j)　　10369　(5-अंक)
　　– 4846　(4-अंक)
　　5523　(4-अंक)

3. (a) सबसे बड़ा अंक 9 है, इसलिए 9 + 9 = 19 (एक 2-अंकीय संख्या)।

(b) (i)　5685　(4-अंकीय संख्या)
　　7843　(4-अंकीय संख्या)
　　13528　(5-अंकीय संख्या)

(ii)　2564　(4-अंकीय संख्या)
　　3857　(4-अंकीय संख्या)
　　6421　(4-अंकीय संख्या)

इसलिए, 4-अंकीय संख्या + अंकीय संख्या कभी-कभी 5-अंकीय संख्या देती है। यदि दो संख्या सबसे बड़ी संख्या के करीब है तो योग एक ठीक अंकीयच संख्या है।

(c)　999　(सबसे बड़ी 3-अंकीय संख्या)
　　+ 9999　(सबसे बड़ी 4-अंकीय संख्या)
　　10998　(5-अंकीय संख्या)

अत: 3 अंकीय संख्या + 4 अंकीय संख्या कभी भी 6 अंकीय संख्या नहीं देती।

(d)　68680　(5-अंकीय संख्या)
　　68578　(5-अंकीय संख्या)
　　102　(3-अंकीय संख्या)

अत: 5 अंकीय संख्या 5-अंकीय संख्या कभी-कभी 3-अंकीय संख्या देती है।

(e)　246825　(6-अंकीय संख्या)
　　246825　(6-अंकीय संख्या) 0 इसलिए
　　0

अत: अंकों की संख्या-6 अंकों की संख्या हमेशा शून्य देती है, यदि दो संख्याएँ बराबर हों तो।

प्रश्नावली 3.5

1. 62871　26871

16,200	39,344	29,765
23,606	26871	45,306
19,381	50,319	38,408

4 महाकोष्ठ = 23606, 39344, 45306, 50319

2. स्वयं कीजिए।

3. ''35,000 और 75,000 के बीच की 5-अंकीय संख्याओं का एक समूह है, जिसमें सभी अंक विषम हैं।''

सभी अंक विषम होने का अर्थ : केवल 1, 3, 5, 7, और 9 ही संख्याओं हो सकते हैं।

सबसे बड़ी संख्या बनाने के लिए अधिकतम अंक (9) का उपयोग करना होगा।

संख्या 75,000 के नीचे की सबसे बड़ी विषम-अंकीय संख्या = 73,999

सबसे छोटी संख्या बनाने के लिए न्यूनतम विषम अंक (1) का उपयोग करना होगा।

संख्या = 35,135

50,000 के सबसे निकटतम विषम-अंकीय संख्या खोजने पर : संख्या = 51,135 (50,000 के सबसे नजदीक और विषम अंक वाली संख्या)

अत: सबसे बड़ी संख्या : 73,999

सबसे छोटी संख्या : 35, 135

50,000 के सबसे नजदीक संख्या : 51,135 होगी।

4. स्वयं कीजिए।

5. स्वयं कीजिए।

6. माना एक पाँच अंकों की संख्या　18000

दो तीन अंकों की संख्याएँ　x तथा x　2

तब प्रश्नानुसार,

$18,000 \quad x \quad (x \quad 2) \quad 18670$

$2x \quad 2 \quad 18670 \quad 18000$

$2x \quad 2 \quad 670$

$2x \quad 668$

$x \quad 334$

अत: दोनों संख्या 334 तथा 336 है।

7.

			5			
		10	10	10		
	15	15	15	15	15	
20	20	20	20	20	20	20

5 का योग 5 1 5

10 का योग 10 3 30

15 का योग 15 5 75

20 का योग 20 7 140

कुल 250

8. 2 की घातों का अनुक्रम इस प्रकार :

1, 2, 4, 8, 32, 64, 128, 256, ...

अब संख्या 256 को लें, जो एक सम संख्या है :

256 2 128 (सम संख्या)
128 2 64 (सम संख्या)
64 2 32 (सम संख्या)
32 2 16 (सम संख्या)
16 2 8 (सम संख्या)
8 2 4 (सम संख्या)
4 2 2 (सम संख्या)
2 2 1

इस प्रकार, कॉलात्ज़ अनुमान 2 की घातों में आने वाली सभी संख्याओं के लिए सिद्ध होता है, क्योंकि वे सभी अंततः 1 तक पहुँचती हैं।

9. प्रारंभिक संख्या 100 एक सम संख्या है।

तो 100 2 50 (सम संख्या)
50 2 25 (विषम संख्या)
25 3 1 76 (सम संख्या)
76 2 38 (सम संख्या)
38 2 19 (विषम संख्या)
19 3 1 58 (सम संख्या)
58 2 29 (विषम संख्या)
29 3 1 88 (सम संख्या)
88 2 44 (सम संख्या)
44 2 22 (सम संख्या)
22 2 11 (विषम संख्या)
11 3 1 34 (सम संख्या)
34 2 17 (विषम संख्या)
17 3 1 52 (सम संख्या)
52 2 26 (सम संख्या)
26 2 13 (विषम संख्या)
13 3 1 40 (सम संख्या)
40 2 20 (सम संख्या)
20 2 10 (सम संख्या)
10 2 5 (विषम संख्या)
5 3 1 16 (सम संख्या)
16 2 8 (सम संख्या)
8 2 4 (सम संख्या)
4 2 2 (सम संख्या)
2 2 1

हाँ, कॉलात्ज़ अनुमान प्रारंभिक संख्या 100 के लिए सत्य है।

10. दो खिलाड़ी 0 से शुरू करते हैं और बारी-बारी से 1, 2 या 3 में से कोई भी संख्या कुल योग में जोड़ते हैं। जो खिलाड़ी पहले 22 तक पहुँचता है, वहीं विजेता होता है।

विजयी रणनीति यह है कि खिलाड़ी ऐसे संख्याओं तक पहुँचे जिनके बीच का अंतर निश्चित और क्रमिक हो (जैसे 1, 2, 3), और खेल को नियंत्रित करे ताकि वह इस अनुक्रम की सभी संख्याओं पर कूदते हुए आगे बढ़े।

एक बार कोई खिलाड़ी 22 तक पहुँच जाता है, तो दूसरा खिलाड़ी कोई भी संख्या जोड़ने में असमर्थ हो जाता है जिससे वह 22 तक पहुँच सके। क्योंकि तब वह अधिकतम 3 ही जोड़ सकता है और 22 पार कर जाएगा।

इसलिए, अंतिम चाल तक पहुँचने के लिए खेल को इस प्रकार नियंत्रित करना होता है कि आप अपने प्रतिद्वंद्वी को ऐसी स्थिति में छोड़ें वह जीत की स्थिति में नहीं पहुँच सकता।

अभ्यास 3.5

1. यदि हम केंद्रीय संख्या 64,171 के पहले और अंतिम अंक को आपस में बदल दें, तो हमें अपेक्षित परिणाम प्राप्त होगा।

इस अदला-बदली के बाद ग्रिड इस प्रकार होगा—

17,500	40,644	31,065
24,909	14,176	45,606
20,681	51,619	39,708

सुपरसेल्स, 24,909, 40,644, 45,606 और 51,619

2. रेशमा की माँ का जन्म वर्ष 1989 है

इन अंकों से बनी सबसे बड़ी संख्या

इन अंकों से बनी सबसे छोटी संख्या

राउंड I **9981**

1899

8082

राउंड II 8820 (सबसे बड़ी संख्या)

0288 (सबसे छोटी संख्या)

8532

राउंड III 8532 (सबसे बड़ी संख्या)

2358 (सबसे छोटी संख्या)

6174

और वह काप्रेकर स्थिरांक है।

इसलिए, 1989 से काप्रेकर स्थिरांक तक पहुँचने में 3 चक्कर लगे।

3. सम अंक 0, 2, 4, 6, 8 हैं और विषम अंक 1, 3, 5, 7, 9 हैं।

(a) विषम अंकों से बनी सबसे बड़ी संख्या = 79531

सम अंकों से बनी सबसे बड़ी संख्या = 84620

यह स्पष्ट है कि; 84620 > 79531

(b) विषम अंकों से बनी सबसे छोटी संख्या = 31579

सम अंकों से बनी सबसे छोटी संख्या = 26840

यह स्पष्ट है कि; 31579 > 26840

(c) (i) 50000 के करीब विषम अंकों से बनी संख्या = 51379

और सम अंकों से बनी संख्या = 48620

50000 और 51379 के बीच का अंतर

= 51379 – 50000 = 1379

50000 और 48620 के बीच का अंतर

= 50000 – 48620 = 1380

अब, 1380 > 1379.

अतः, 50000 के करीब विषम संख्याओं से बना समूह।

(ii) यदि अंकों की पुनरावृत्ति हो सकती है।

तो पहली संख्या = 51111 और

दूसरी संख्या = 48888

पहले समूह के लिए 51111 और 50000 के बीच का अंतर = 51111 – 50000 = 1111

दूसरे समूह के लिए 50000 और 48888 के बीच का अंतर = 50000 – 48888 = 1112

1112 > 1111

अतः, इस स्थिति में विषम अंकों से बना समूह 50000 के करीब है।

4. यदि आप एक आम आदमी की तरह प्रतिदिन लगभग 20 लीटर पानी का उपयोग करते हैं, तो आपूर्ति की जाने वाली पानी की अनुमानित मात्रा

= 25 200 = 5000 लीटर होगी।

विविध प्रश्नावली

1. दो स्थितियों में चाहे वह आरोही क्रम हो या अवरोही क्रम, सबसे बड़ी संख्या कोने पर होगी। इसलिए तालिका में केवल एक महाकोष्ठ होगा।

2. मान लीजिए विभिन्न संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 हैं। यदि हम उन्हें निम्नलिखित तरीके से व्यवस्थित करें, तो केवल एक सुपरसेल होगा।

1	2	3	7	8	6	5	4

सुपरसेल्स गतिविधि कोशिकाओं की अधिक पंक्तियों के साथ की जा सकती है।

3.

संख्या	2568	3657	7545	8922	9741	7734
अंकों का योग	21	21	21	21	21	21

सभी संख्याओं का अंकों का योग 21 है।

4. यदि संख्याएँ एक ही अंक से बनी हैं, तो,

सबसे बड़ी संख्या 999999

और सबसे छोटी संख्या 111111

अन्तर 999999 111111

888888

यह पैलिड्रोमिक पद है।

यदि अंक भिन्न हों तो

सबसे बड़ी संख्या 987789

अन्तर 987789 123321

864468 (पैलिड्रोमिक)

5. सबसे बड़ी संख्या 8654

सबसे छोटी संख्या = 4568

चरण I	चरण II	चरण III	चरण IV
8654 − 4568 = 4086	8640 − 0468 = 8172	8721 − 1278 = 7443	7443 − 3447 = 3996

चरण V	चरण VI	चरण VII	चरण VIII
9963 − 3699 = 6274	7642 − 2467 = 5175	7551 − 1557 = 5994	9954 − 4599 = 5355

चरण IX	चरण X	चरण XI	चरण XII
5553 − 3555 = 1998	9981 − 1899 = 8082	8820 − 0288 = 8532	8532 − 2358 = 6174

अत: 12 वें चक्र के बाद कापरेकर स्थिरांक प्राप्त हो जाएगा।

6. 5-अंकीय संख्या 80824

4-अंकीय संख्या 5683

3-अंकीय संख्या 735

3-अंकीय संख्या 345

सभी संख्याओं का योग 87587

7.

5

10 10 10

15 15 15 15 15

20 20 20 20 20 20 20

25 25 25 25 25 25 25 25 25

30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30

5 का योग	1	5	5
10 का योग	3	10	30
15 का योग	5	15	75
20 का योग	7	20	140
25 का योग	9	25	225
30 का योग	11	30	330
योग			805

8. भारत का स्वतंत्रता 1947 में मिली।

इस संख्या (1947) के अंक हैं— 1, 4, 7, 9

अब काप्रेकर प्रक्रिया लागू करते हैं—

चरण 1

सबसे बड़ी संख्या = 9741

सबसे छोटी संख्या = 1479

अंतर 9741 – 1479 = 8262

चरण 2

सबसे बड़ी संख्या = 8622

सबसे छोटी संख्या = 2268

अंतर 8622 – 2268 = 6354

चरण 3

सबसे बड़ी संख्या = 6543

सबसे छोटी संख्या = 3456

अंतर 6543 – 3456 = 3087

चरण 4

सबसे बड़ी संख्या = 8730

सबसे छोटी संख्या = 0378

अंतर 8730 – 378 = 8352

चरण 5

सबसे बड़ी संख्या = 8532

सबसे छोटी संख्या = 2358

अंतर 8532 – 2358 = 6174

संख्या 1947 कप्रेकर स्थिरांक 6174 तक पहुँचने में 5 चरण लगते हैं।

9. (a) 30 12 43, 42 14 56

(b) लगातार पदों के बीच का अंतर सम संख्याओं के अनुक्रम का अनुसरण करता है: 4, 6, 8, 10

10. खुद का पैटर्न बनाइए।
(उदाहरण—2, 4, 8, 16, 32,... हर बार पिछली संख्या का गुणा)

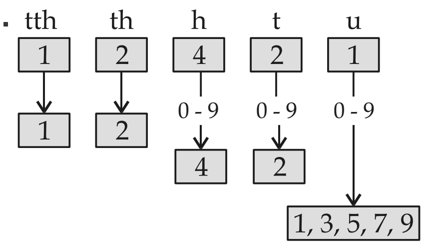
11. कप्रेकर स्थिरांक 6174

12. (i) (c), (ii) (c)

13. (a) 15 ब्लॉक

(b) पिछली संख्या में लगातार प्राकृतिक संख्याएँ जोड़ें

(c) 28 ब्लॉक।

14.


बारह हज़ार चार सौ इक्कीस

❑❑

4 आँकड़ों का प्रबंधन और प्रस्तुतिकरण

प्रश्नावली 4.1

1. (a) 7, (b) 3, (c) 10, (d) 15

2. 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7
हाँ, हम आँकड़ों को बारम्बारता सारणी या अवरोही क्रम में रखकर भी व्यवस्थित कर सकते हैं।

3. स्वयं कीजिए।

4. इस प्रश्न को छात्र स्वयं हल करें।

अभ्यास 4.1

1.

(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)
✗	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✗	✗

2. (a)

कक्षा का नाम	अनुपस्थित छात्रों की संख्या	मिलान चिन्ह
वर्ग I	15	卌 卌 卌
वर्ग II	13	卌 卌 III
वर्ग III	7	卌 II
वर्ग IV	8	卌 III
वर्ग V	12	卌 卌 II

3. (a) 9, 9, 9, 9, 9, 8, 8, 8, 8, 8, 7, 7, 7, 7, 7, 6, 6, 6, 6, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1.

(b)

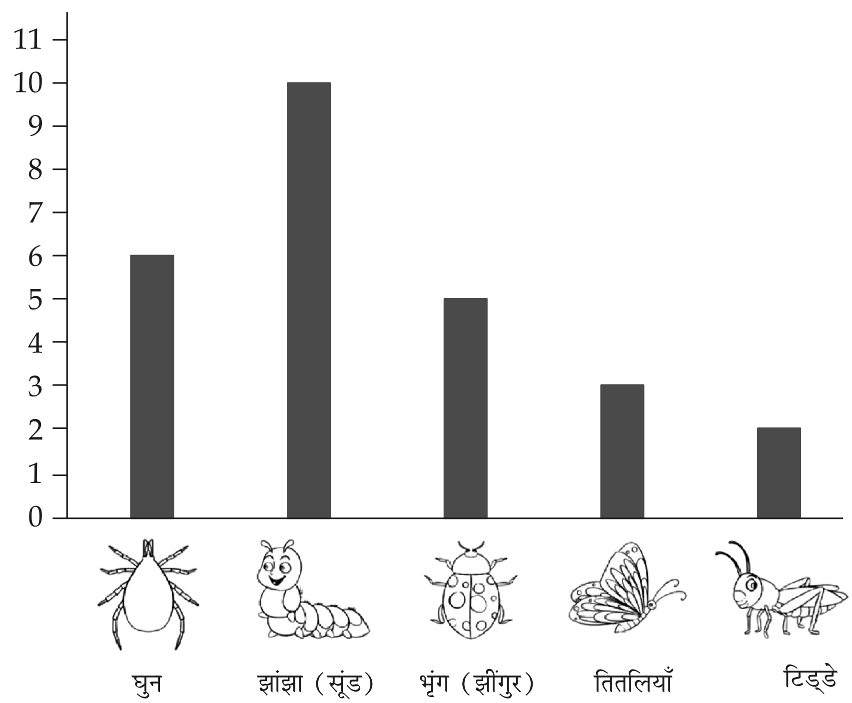
जन्मतिथि	छात्रों की संख्या	टैली चिह्न
1	5	卌
2	6	卌 I

3	6	𝍸 𝍷
4	7	𝍸 𝍷𝍷
5	7	𝍸 𝍷𝍷
6	4	𝍷𝍷𝍷𝍷
7	5	𝍸
8	5	𝍸
9	5	𝍸

(c) 7 (d) 5 5 0 (e) 7 4 5 5 21

प्रश्नावली 4.2

1. दंड आलेख नीचे दिया गया है—

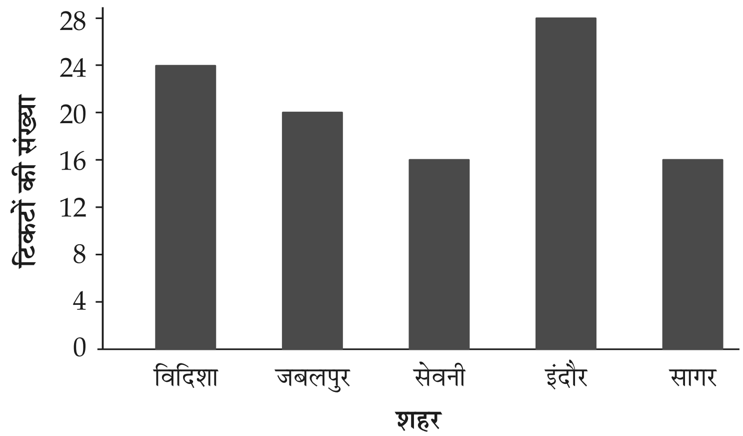


2. (a) विदिशा के लिए बेची गई टिकटों की संख्या 24

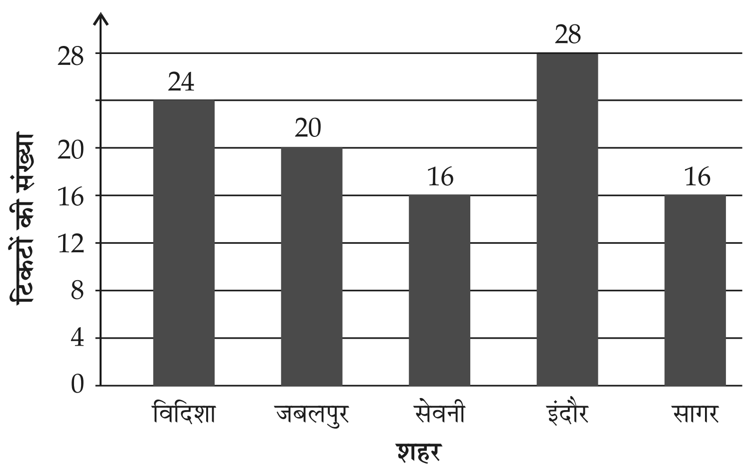
(b) जबलपुर के लिए बेची गई टिकटों की संख्या 20

(c) 1 इकाई लम्बाई 4 टिकट के समान होगा?

(d)



(e)



(f) नहीं, सही आलेख (d) तथा (e) के प्रदर्शित हैं।

3. (a) दिए गए डेटा के लिए आवृत्ति वितरण तालिका—

वाहनों का नाम	मिलान चिह्न	वाहनों की संख्या
बाइक	~~||||~~ ~~||||~~ |||	13
कार	~~||||~~		6
साइकिल	~~||||~~ |||	8
स्कूटर	~~||||~~ ||||	9
बस	||||	4
बैलगाड़ी	||	2
ऑटो	~~||||~~ |||	8

(b) बाइक।

(c) सामान्यत: (a) में बताए गए निर्देशानुसार ही कार्य करता है।

4. मान लीजिए कि पासे को 30 बार उछालने पर प्राप्त संख्याएँ हैं—

5, 2, 1, 2, 4, 2, 2, 5, 1, 2, 6, 3, 4, 1, 2, 1, 3, 2, 5, 1. 5, 3, 5, 4, 6, 3, 2, 1, 2, 1

इस डेटा की बारम्बारता सारणी नीचे दी गई है—

पांसे पर देखी गई संख्या	मिलान चिह्न	बारम्बारता
1	~~||||~~ ||	7
2	~~||||~~ ||||	9
3	||||	4
4	|||	3
5	~~||||~~	5
6	||	2

(a) यह 6 है। (b) यह 2 है।

(c) ऐसी कोई संख्या नहीं है जो बराबर बार आई हो।

5. (a) यह सारणी, यह जानकारी दे रही है कि जसप्रीत बुमराह ने पिछले 30 क्रिकेट मैचों में कितनी बार 0 से 7 विकेट लिए हैं।

(b) बारम्बारता बंटन सारणी जसप्रीत बुमराह के गेंदबाजी प्रदर्शन को दर्शाती है।

(c) जसप्रीत बुमराह ने 3 या उससे अधिक विकेट लिए हैं।

(d) 3 मैंचों में बुमराह ने 4 विकेट लिए।

(e) नहीं, यह गणना सही होती अगर इल्लुमरा ने एक से सात विकेट सिर्फ एक बार लिए होते, लेकिन उन्होंने कई मैचों में एक या उससे ज्यादा विकेट लिए हैं। उदाहरण के लिए, इसने पाँच अलग-अलग मैचों में 5 विकेट लिए हैं।

(f) जसप्रीत बुमराह द्वारा लिए गए कुल विकेटों की संख्या की गणना निम्नलिखित विधि का उपयोग करके की जाएगी—

2 0 4 1 6 2 8 3 3 4 5 5 1 6 1 7 0 4 12 24 12 25 6 7 90

6. (a) गाँव D में ट्रैक्टरों की संख्या सबसे कम है। (b) गाँव C में सबसे अधिक ट्रैक्टर हैं।

(c) गाँव C में गाँव B से 3 ट्रैक्टर अधिक हैं। (d) हाँ, वह सही है।

7. (a) कक्षा 8 (b) अभीष्ट अन्तर 4 4 2.5 4 16 10 6

(c) आलेख में कक्षा 2 में पूर्ण संकेतों की संख्या 5 होगी।

(d) 4 3 12 छात्राएँ

8. (a) विभिन्न गाँवों में कुत्तों की संख्या 6 का गुणज है। इसलिए, चित्रालेख बनाने के लिए, पैमाने 1 ⊠ 6 कुत्तों को चुनेंगे।

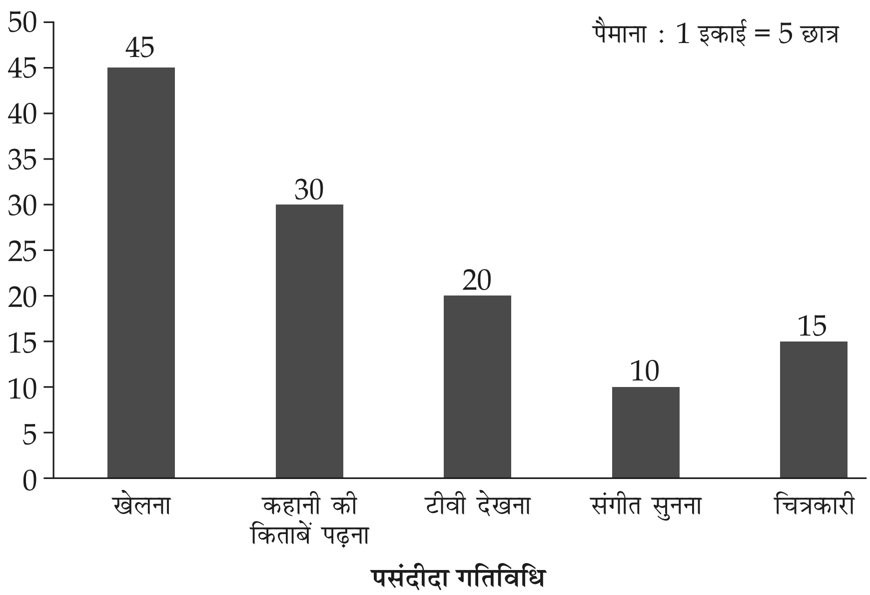
गाँव	कुत्तों की संख्या (⊠ 6 कुत्ते)
A	⊠ ⊠ ⊠
B	⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠
C	⊠ ⊠
D	⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠
E	⊠ ⊠ ⊠
F	⊠ ⊠ ⊠ ⊠

(b) 6 प्रतीक। (c) हाँ।

B और D गाँवों में कुत्तों की कुल संख्या 6 6 8 6 36 48 84

4 अन्य गाँवों में कुत्तों की कुल संख्या 3 6 2 6 3 6 4 6 18 12 18 24 72 और 84 72.

9.



अधिकांश छात्र खेलने के अलावा कहानी की किताबें पढ़ना पसंद करते हैं।

10. (a) बुधवार और गुरुवार को रोपे गए पौधों की कुल संख्या 30 40 70।

(b) पूरे सप्ताह में रोपे गए पौधों की कुल संख्या 52 40 30 40 50 60 40 312

(c) सबसे अधिक पौधे शनिवार को लगाए गये थे तथा सबसे कम पौधे बुधवार को रोपे गए थे।

11. हॉ, ग्राफ मे तीन गलतियॉ है—

(i) 2006 में बाघों की संख्या 1400 है, लेकिन ग्राफ में इसे 1000 से कम दर्शाया गया है।

(ii) 2014 में बाघों की संख्या 2200 है, लेकिन ग्राफ में इसे 3000 से अधिक दर्शाया गया है।

(iii) 2018 में बाघों की संख्या 3000 है, लेकिन ग्राफ में इसे 3000 से कम दर्शाया गया है।

अभ्यास 4.2

1. (a) यह हॉटडॉग है।

(b) बर्गर और पैटीज।

(c) रेस्तरां द्वारा बेचे गए पिज्जा प्लेटों की संख्या 5 2 10

(d) पैटीज द्वारा बेची गई प्लेटों की संख्या 10 2 20

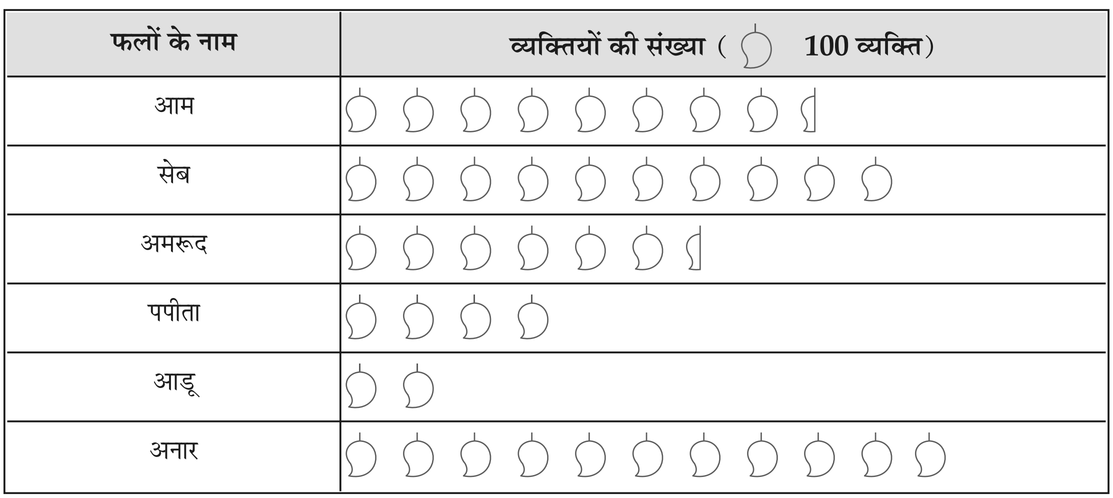
पेस्ट्री द्वारा बेची गई प्लेटों की संख्या 6 2 12

अंतर 20 12 8 प्लेटें।

(e) बेची गई प्लेटों की कुल संख्या 9 2 10 2 5 2 2 2 10 2 6 2

18 20 10 4 20 12 84 प्लेटें।

2. खींचा गया चित्रलेख नीचे दिया गया हो सकता है—



(a) यह अनार है।

(b) यह सेब है।

(c) 850 1000 650 400 200 1100 4200

(d) यह आडू होगा।

3. बारम्बारता बंटन सारणी

<table>
<tr><th>बिल (₹ में)</th><th>घरों की संख्या</th><th>मिलान चिह्न</th></tr>
<tr><td>108</td><td>4</td><td>||||</td></tr>
<tr><td>300</td><td>10</td><td>𝍸 𝍸</td></tr>
</table>

320	6	𝍸 |
450	10	𝍸 𝍸
540	4	||||
740	2	||
780	4	||||

(a) अधिकतम बिल ₹780

न्यूनतम बिल ₹108

अन्तर ₹672

(b) चार परिवार बिजली बिल ₹108 का भुगतान करते हैं।

(c) यह 10 6 10 4 30 है।

(d) यह 10 4 2 4 20 है।

4. सम्बन्धित आँकड़ों के लिए बारम्बारता सारणी

तापमान	मिलान चिह्न	दिनों की संख्या
29	𝍸 ||||	9
30	𝍸 ||	7
31	𝍸	5
32	|||	3
33	||||	4
34	|||	3

(a) यह 29 C था।

(b) यह 34°C था।

(c) 34 29 5 C

(d) 3 दिन।

(e) 9 दिन।

प्रश्नावली 4.3

1. ऊर्ध्वाधर पट्टियों वाला ग्राफ ऊर्ध्वाधर ग्राफ खंभों की तरह होते हैं और क्षैतिज ग्राफ की तुलना में व्यक्ति की ऊँचाई का बेहतर प्रस्तुतिकरण दिखाते हैं।

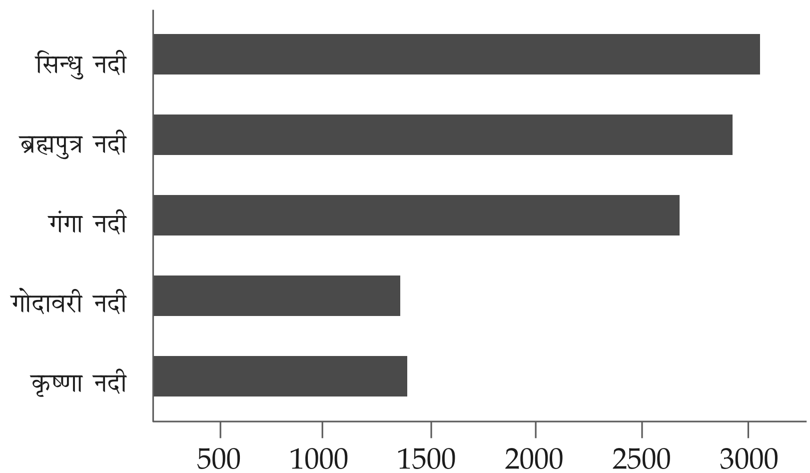
2. स्वयं कीजिए।

अभ्यास 4.3

1. मैं उन्हें क्षैतिज पट्टियों की मदद से दिखाऊँगा, क्योंकि नदियाँ जमीन पर क्षैतिज रूप से बहती हैं। एक नजर में उनकी तुलना करना भी आसान है।

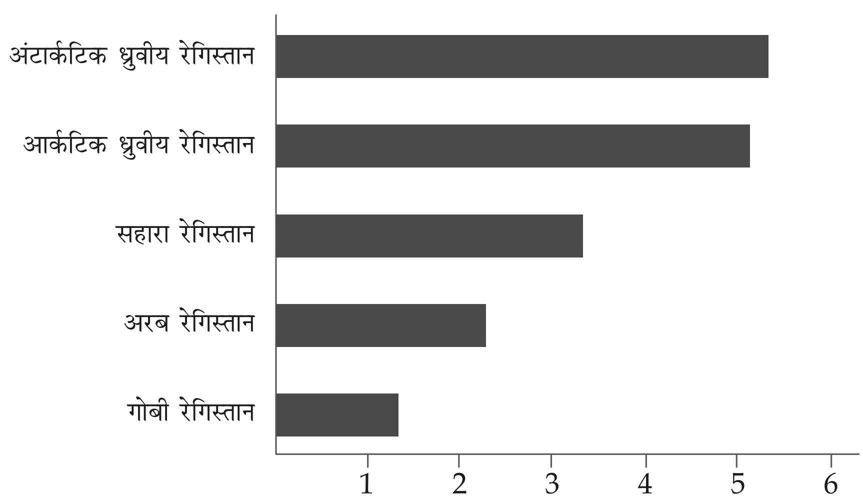
नदियाँ	सिन्धु नदी	ब्रह्मपुत्र नदी	गंगा नदी	गोदावरी नदी	कृष्णा नदी
लंबाई (किमी में)	3180	2900	2525	1450	1400

पैमाना 1 इकाई 500 किमी



2. हम क्षैतिज पट्टियों के साथ बार ग्राफ बनाना पसन्द करते हैं क्योंकि रेगिस्तान भूमि पर क्षैतिज रूप से स्थित होते हैं।

पैमाना : 1 इकाई = 1 मिलियन मील^2



विविध प्रश्नावली

1. 3 **2.** डेटा **3.** कच्चा डेटा **4.** (a)

5. (a) **6.** (c)

7. (i) चित्रलेख सहित आवृत्ति सारणी

प्राप्तांक	मिलान चिह्न	आवृत्तियाँ (छात्रों की संख्या)	चित्रलेख 2 छात्र
15	𝍷𝍷	2	⊠
20	𝍸 𝍷	6	⊠⊠⊠
24	𝍸 𝍷	6	⊠⊠⊠
25	𝍸 𝍸	10	⊠⊠⊠⊠⊠
35	𝍸 𝍸 𝍷	11	⊠⊠⊠⊠⊠◧
36	𝍸 𝍷𝍷	7	⊠⊠⊠◧
46	𝍸 𝍷𝍷𝍷	8	⊠⊠⊠⊠
योग		**50**	

(ii) 14 विद्यार्थियों को 25 से कम अंक मिले। (iii) 15 विद्यार्थियों को 35 से अधिक अंक मिले। (iv) 8 विद्यार्थियों को अधिकतम 16 अंक मिले। (v) 2 विद्यार्थियों को न्यूनतम 15 अंक मिले।

8. (i) आवृत्ति तालिका

खिलाडियों की आयु	मिलान चिह्न	आवृत्तियाँ (खिलाड़ियों की संख्या)
12	𝍷	1
14	𝍸 𝍷	6
15	𝍸 𝍷𝍷𝍷	8
16	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	9
18	𝍷𝍷𝍷	3
20	𝍷𝍷𝍷	3
योग		**30**

(ii) 20 वर्ष की आयु वाले खिलाड़ियों की संख्या 3 है।

(iii) सबसे कम उम्र के खिलाड़ियों की संख्या 1 है।

(iv) 16 वर्ष और 14 वर्ष की आयु वाले खिलाड़ियों की संख्या के बीच अनतर 9 6 3 है।

9. (i) बल्देव दास एवं सन्स, 70

(ii) जैनसा एंड जैना

(iii) 290 बाइक

(iv) कोई भी डीलर नहीं, जो बराबर संख्या में बाइक बेचता हो।

(v) 10

10. चित्रालेख तालिका

वर्ष	**बच्चों की संख्या**	**चित्रलेख** **☺ = 100 बच्चे**
1985	500	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
1990	400	☺ ☺ ☺ ☺
1995	600	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
2000	700	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
2005	800	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
योग	**3000**	

(i) 1990, (ii) 800, (iii) 1990.

11. (i) (a), (ii) (a), (iii) (c)

12. (i) (c), (ii) (a), (iii) (c), (iv) (a)

❑❑❑

5 अभाज्य समय

प्रश्नावली 5.1

1. 320, 360, 400

चूँकि 40 के गुणज 40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, 320, 360, 400, 440, …… हैं।

जिनमें से संख्याएँ 320, 360, 400 के बीच स्थित हैं।

2. (a) 7 के गुणज 7, 14, 21, 28, 35 हैं, जो 40 से कम है। यहाँ 35 के अंकों का योग 8 हैं। अत: अभीष्ठ संख्या 35 है।

(b) 3 और 5 के उभयनिष्ठ गुणनखंड 15, 30, 45, 60, 75, 90, हैं, जो 100 से कम हैं। केवल एक संख्या है जिसका एक अंक दूसरे से 1 अधिक है और वह 45 है। इसलिए, मैं 45 हूँ।

3. 1 और 10 के बीच पूर्ण संख्या 6 है। 6 के सभी गुणखंड या भाजक 1, 2, 3, 6 है। सभी भजकों का योग 1 2 3 6 12

यहाँ 6 एक पूर्ण संख्या है, क्योंकि 6 2 12 है।

4. (a) 20 के गुणनखंड = 1, 2, 4, 5, 10 और 20

28 के गुणनखंड = 1, 2, 4, 7, 14 और 28

उभयनिष्ठ सार्वगुणनखण्ड 1, 2, 4

(b) 35 के गुणनखण्ड = 1, 5, 7 और 35

50 के गुणखण्ड = 1, 2, 5, 10, 25 और 50

उभयनिष्ठ सार्वगुणनखण्ड = 1, 5

(c) 4 के गुणनखण्ड 4 1, 2, 4 हैं।

8 के गुणनखण्ड 1, 2, 4, 8

12 के गुणनखण्ड 1, 2, 3, 4, 6, 12

उभयनिष्ठ सार्वगुणनखण्ड 1, 2, 4

(d) 5 के गुणनखण्ड 1 और 5

15 के गुणनखण्ड 1, 5 और 15

25 के गुणनखण्ड 1, 5 और 25

उभयनिष्ठ सार्वगुणनखण्ड 1, 5

5. 25 के गुणज 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, …

50 के गुणज 50, 100, 150, 200, 250, …

अत: तीन संख्याएँ 75, 125, 175 जो कि 25 के गुणज है, परन्तु 50 के नहीं।

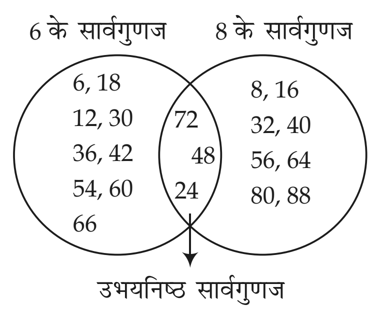
6. यदि इडली-वड़ा को संख्या 50 के बाद कहा जाता है, तो इसका मतलब है कि दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य 50 से अधिक होना चाहिए। यदि हम 8 और 9 चुनते हैं तो इन दो संख्याओं के सार्वगुणज 18, 36, 54 हैं। संख्या 54 पचास से बड़ी है लेकिन इड़ली-वडा का उपयोग इसके लिए नहीं किया जा सकता क्योंकि यह 6 और 9 का तीसरा गुणज है। इसलिए, हम संख्या 7 और 9 लेते हैं, क्योंकि इन दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य 63 और 20 हैं। इसलिए, इसके लिए पहली बार इड़ली-वड़ा का उपयोग किया जा सकता है।

7. 28 के गुणनखण्ड 1, 2, 4, 7, 14, 28.

70 के गुणनखण्ड 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70.

सार्वगुणनखण्ड 1, 2, 7, 14. इसलिए 28 और 70 दोनों पर उतरने वाली छलांग के साइज 1, 2, 7 और 14 हैं।

8.



यहाँ संख्या 6 को 8 से तथा संख्या 8 को 12 से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।

9. 7 को छोड़कर 1 से 10 तक की संख्याओं का गुणज होने वाली सबसे छोटी संख्या ज्ञात करने के लिए, हम पहल दी गई संख्याओं का गुणनखण्डन करेंगे।

1 1 12 1 2 3 1 3

4 1 2 2 5 1 5 6 1 2 3

8 1 2 2 2 9 1 3 3 10 1 2 5

जब हम उन सभी सार्वगुणनखण्डों का गुणनफल ज्ञात करेंगे जिनमें वे संख्याएँ भी शामिल हैं जो उभयनिष्ठ नहीं है।

इस प्रकार, 1 2 2 2 3 3 5 360

इसलिए, सबसे छोटी संख्या जो 7 को छोड़कर 1 से 10 तक सभी संख्याओं का गुणज है, 360 है।

10. 1 से 10 तक की सभी संख्याओं का गुणज होने वाली सबसे छोटी संख्या ज्ञात करने के लिए, हमें दी गई संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड प्राप्त करने होंगे।

1 1 12 1 23 1 3

4 1 2 2 5 1 5 6 1 2 3

7 1 7 8 1 2 2 2

9 1 3 3 10 1 2 5

अब हम उन सभी सार्व गुणनखण्डों का गुणनफल ज्ञात करेंगे जो सार्व गुणनखण्ड नहीं है।

यहाँ, 2 2 2 3 3 5 7 2520

अत: सबसे छोटी संख्या जो 1 से 10 तक की सभी संख्याओं का गुणज है, 2520 है।

अभ्यास 5.1

1. 35 के गुणज 35, 70, 105, 140, 175, 210, 245, 280, 315, 350, 385, 420, 455, 490, 525, ... हैं।

अत: 35 के गुणज जो 300 और 500 के बीच हैं, 315, 350, 385, 420, 455 और 490 हैं।

2. (a) पहचान करने वाली संख्या का एक गुणनखंड 9 है।

9 के गुणज 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90 हैं। संख्या 72, 80 से छोटी है और इसके अंकों का योग 7 2 9 है।

इसलिए, संख्या 72

(b) 9 संख्या का एक गुणनखण्ड है, हम 9 के 100 से कम गुणज ज्ञात करेंगे, और वे 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108 हैं।

संख्या 99 है, क्योंकि दो अंकों के बीच का अतर 9 9 0 है।

अत: संख्या 99

3. 28 के भाजक 1, 2, 4, 7, 14.

इसके भाजाकें का योग

1 2 4 7 14 28.

अत: 28 एक पूर्ण संख्या है, क्योंकि इसके भाजकों का योगफल इसके बराबर है।

4. (a) 16 और 40 के सामान्य गुणनखंड हैं—

16 2 2 2 2

40 2 2 2 5

सबसे छोटा सार्वगुणनखंड 2 है। सबसे बड़ा सार्वगुणनखंड 2 2 2 8 है

(b) 35 और 42 के सामान्य गुणनखंड हैं—

35 5 7 42 6 7

दोनों संख्याओं का केवल एक ही उभयनिष्ठ गुणनखंड है। अत: 35 और 42 का सबसे छोटा और सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखंड 7 है।

(c) 22 और 121 के सामान्य गुणनखंड हैं—

22 11 2 121 11 11

दोनों संख्याओं का केवल एक ही उभयनिष्ठ गुणनखंड है। अत: 22 और 121 का सबसे छोटा और सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखंड 11 है।

(d) 57, 114 और 171 के सामान्य गुणनखंड हैं—

57 3 19

114 2 3 19

171 3 3 19

इसलिए, सबसे छोटा सामान्य कारक 3

उच्चतम सामान्य कारक 3 19 57

प्रश्नावली 5.2

1. नहीं, 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है। चूँकि 2 एकमात्र सम संख्या है जो अभाज्य संख्या के मानदंड को पूरा करती है (2 के भाजक केवल 1 और 2 ही हैं), यह एकमात्र सम अभाज्य संख्या है। अन्य सभी सम संख्याएँ 2 और कम से कम एक अन्य संख्या से विभाज्य है, इसलिए वे अभाज्य नहीं हैं।

2. 100 तक की दो क्रमिक अभाज्य संख्याओं के बीच सबसे छोटा अंतर ज्ञात करने के लिए, हम 1 से 100 तक की श्रेणी में अभाज्य संख्याओं की एक सूची बनाएँगे तथा दो क्रमिक अभाज्य संख्याओं के बीच अंतर की गणना करेंगे।

100 तक की अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 और 97 हैं।

दो क्रमिक अभाज्य संख्याओं के बीच अंतर

3	2	1	5	3	2	7	5	2
11	7	4	13	11	2	17	13	4
19	17	2	23	19	4	29	23	6
31	29	2	37	31	6	41	37	4
47	41	6	53	47	6	59	53	6
61	59	2	67	61	6	71	67	4
79	73	6	83	79	4	89	83	6
97	89	8.						

दो क्रमिक संख्याओं 2 और 3 के बीच सबसे छोटा अन्तर 3 2 1

और दो क्रमिक अभाज्य संख्याओं 89 और 97 के बीच सबसे बड़ा अंतर 97 89 8.

3. प्रत्येक पंक्ति में अभाज्य संख्याओं की संख्या समान नहीं होती है। पंक्तियों के बीच अभाज्य संख्याओं की संख्या अलग-अलग होती है।

90-99 के दशक में अभाज्य संख्याओं की संख्या सबसे कम है क्योंकि इसमें केवल एक अभाज्य संख्या है, जो कि 97 है।

0-9 और 10-19 दशकों में अभाज्य संख्याओं की संख्या सबसे अधिक है, जिनमें से प्रत्येक में 4 अभाज्य संख्याएँ है।

4. संख्याएँ 23 और 37 अभाज्य संख्याएँ हैं क्योंकि दोनों का स्वयं के अलावा कोई भाजक नहीं है।

5. 20 से छोटी अभाज्य संख्याएँ हैं : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

अभाज्य संख्याओं के तीन जोड़े जिनका योग 5 का गुणज है : (2, 3), (3, 7), (2, 13)

2 3 5   3 7 10

2 13 15

6. 100 तक की अभाज्य संख्याओं के युग्म जिनमें समान अंक होते हैं, वे हैं

(13, 31), (17, 71), (37, 73) और (79, 97).

7. 1 से 100 के बीच सात क्रमागत भाज्य संख्याएँ हैं : 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96.

8. 1 से 100 के बीच (3, 5) और (17, 19) के अलावा अन्य अभाज्य संयुक्त संख्याएँ :

(5, 7), (11, 13), (29, 31), (41, 43), (59, 61) और (71,73)

9. (a) **सत्य। स्पष्टीकरण :** 2 को छोड़कर अन्य सभी अभाज्य संख्याएँ 1, 3, 7 या 9 पर समाप्त होती हैं, क्योंकि कोई भी संख्या जो 0, 2, 4, 6 या 8 पर समाप्त होती हैं, हमेशा 2 से विभाज्य होती है।

(b) **गलत। स्पष्टीकरण :** अभाज्य संख्याओं का गुणनफल तभी अभाज्य होता है जब उसमें केवल एक अभाज्य संख्या शामिल हो। जब दो या अधिक अभाज्य संख्याओं को आपस में गुणा किया जाता है, तो परिणाम हमेशा एक भाज्य संख्या होती है, आभाज्य नहीं। क्योंकि इस संख्या के दो से अधिक गुणनखण्ड होते हैं।

(c) **असत्य। स्पष्टीकरण :** अभाज्य संख्याओं के केवल दो गुणनखण्ड होते हैं, पहला एक तथा दूसरा स्वयं संख्या।

(d) **असत्य। स्पष्टीकरण :** संख्या 2 एक सम संख्या है, लेकिन भाज्य नहीं है क्योंकि इसके केवल दो ही गुणनखण्ड हैं 1 और स्वयं।

(e) **सत्य। स्पष्टीकरण :** 2 से बड़ी प्रत्येक अभाज्य संख्या के लिए, अगली संख्या भाज्य होती है।

10. यहाँ 45 1 3 3 5 (3 अभाज्य संख्याएँ)

60 1 2 2 3 5 (3 अभाज्य संख्याएँ)

91 1 7 13 (2 अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ)

105 1 3 5 7 (3 अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ)

330 1 2 3 5 11

(4 अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ)

अत: संख्या 105 ठीक तीन भिन्न अभाज्य संख्याओं का गुणनफल है।

11. अंक 2, 4 में से 5 से कोई अभाज्य संख्या नहीं बन सकती, क्योंकि यदि बनी हुई संख्या का इकाई अंक 2 या 4 है, तो वह संख्या 2 से विभाज्य होगी और यदि बनी हुई संख्या का इकाई अंक 5 है, तो वह संख्या 5 से विभाज्य होगी।

अत: अंक 2, 4 और 5 मिलकर कोई अभाज्य संख्या नहीं बना सकते।

12. पाँच अभाज्य संख्याएँ जिनके दोगुना करने और 1 जोड़ने पर एक और अभाज्य संख्या प्राप्त होती है

ऐसी संख्याँए 1, 2, 5, 6, 11 हैं।

अभ्यास 5.2

1. सबसे बड़ी अभाज्य संख्या 97 तथा सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2

दो संख्याओं का अंतर 97 2 95.

प्राप्त परिणाम एक भाज्य संख्या है क्योंकि 95 के गुणनखण्ड 1, 5, 19, 95 हैं।

2. 26 (3 23); 44 (3 41); 48 (7 41)

; 56 (3 53); 66 (5 61).

3. 25 3 5 17 (तीनों अभाज्य संख्याएँ)

39 3 5 57 (तीनों अभाज्य संख्याएँ)

55 3 5 47 (तीनों अभाज्य संख्याएँ)

77 3 3 71 (तीनों अभाज्य संख्याएँ)

87 3 5 79 (तीनों अभाज्य संख्याएँ)

4. 66 2 3 11

(तीनों अभाज्य संख्याओं का गुणनफल)

70 2 5 7

त(तीन अभाज्य संख्याओं का गुणनफल)

85 5 17 (दो अभाज्य संख्याओं का गुणनफल)

99 3 3 11

(केवल दो अभाज्य संख्याओं का उपयोग करके)

165 3 5 11

(तीन अभाज्य संख्याओं का गुणनफल)

अत: संख्याएँ 66, 70 और 165 तीन भिन्न अभाज्य संख्याओं का गुणनफल है।

प्रश्नावली 5.3

1. (i) 64 2 2 2 2 2 2

(ii) 105 3 5 7

(iii) 243 3 3 3 3 3

(iv) 320 2 2 2 2 2 2 5

(v) 141 3 47

(vi) 1728 2 2 2 2 2 2 3 3 3

(vii) 729 3 3 3 3 3 3

(viii) 1024 2 2 2 2 2 2 2

2 2 2

(ix) 1331 11 11 11

(x) 1000 2 2 2 5 5 5

2. अभाज्य गुणनखण्डों को एक साथ गुणा करने पर,

2 3 3 11 198

इस प्रकार, संख्या 198 है।

3. इन अभाज्य संख्याओं को ज्ञात करने के लिए, हम 1955 को अभाज्य गुणनखण्डित करते हैं।

1955 5 17 23

सभी संख्याएँ 30 से कम हैं तथा उनका गुणनफल 1955 है।

अत: तीन अभाज्य संख्याएँ जिनका गुणनफल 1955 है, 5, 17 और 23 हैं।

4. (a) 56 2 2 2 7

तथा 25 5 5.

56 25 2 2 2 7 5 5

2 2 2 5 5 7.

(b) 108 2 2 3 3 3

75 3 5 5.

108 75 2 2 3 3 3 3 5 5.

(c) 1000 2 2 2 5 5 5.

81 3 3 3 3

1000 81

2 2 2 5 5 5 3 3 3 3

2 2 2 3 3 3 3 5 5 5

5. (a) तीन अलग-अलग संख्याएँ 2, 3 और 5 हैं। इन अभाज्य संख्याओं के गुणनखण्डों वाली सबसे छोटी संख्या ज्ञात करने के लिए, हम उन्हें एक साथ गुणा करेंगे 2 3 5 30

इसलिए, सबसे छोटी संख्या जिसके अभाज्य गुणनखण्डन में तीन अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, हैं। वह 30 है।

(b) पहली चार अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5 और 7 हैं। वहसबसे छोटी संख्या ज्ञात करने के लिए जिसके अभाज्य गुणनखण्ड में चार अभाज्य संख्याएँ गुणनखण्ड के रूप में हैं, हम एक साथ गुणा करेंगे।

2 3 5 7 210

इस प्रकार, वह सबसे छोटी संख्या जिसके अभाज्य गुणनखण्ड में चार अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ 210 हैं।

अभ्यास 5.3

1. (a) 792 का अभाज्य गुणनखण्ड

2 2 2 3 3 11.

(b) 810 का अभाज्य गुणनखण्ड

2 3 3 3 3 5.

(c) 512 का अभाज्य गुणनखण्डन

2 2 2 2 2 2 2 2 2.

(d) 1,512 का अभज्य गुणनखण्डन

2 2 2 3 3 3 7.

(e) 1,104 का अभाज्य गुणनखण्डन

2 2 2 2 3 23.

(f) 1,530 का अभाज्य गुणनखण्डन

2 3 3 5 17.

(g) 2,610 का अभाज्य गुणनखण्डन

2 3 3 5 29.

(h) 728 का अभाज्य गुणनखण्ड

2 2 2 7 13.

(i) 1,116 का अभाज्य गुणनखण्ड

2 2 3 3 31.

(j) 2,115 का अभाज्य गुणनखण्ड

3 3 5 47.

2. संख्या ज्ञात करने के लिए, इन अभाज्य गुणनखण्डों को एक साथ गुणा किया जाता है।

तो, दो 2 तीन 3 दो 5 एक 13

2 2 3 3 3 5 5 13

35,100.

इस प्रकार, संख्या 35,100 है।

3. इन संख्याओं को ज्ञात करने के लिए, हम दी गई संख्या 3,795 को अभाज्य गुणनखण्डित करते हैं।

3,795 3 5 11 23

प्राप्त सभी संख्याएँ 25 से कम हैं तथा उनका गुणनफल 3,795 है।

अत: चार अभाज्य संख्याएँ जिनका गुणनफल 3,795 है, 3, 5, 11 और 23 हैं।

4. (a) 34 के अभाज्य 2 17.

56 के अभाज्य गुणनखण्ड 2 2 2 7.

91 के अभाज्य गुणनखण्ड 7 13.

संयुक्त अभाज्य गुणनखण्ड 34 56 91

2 17 2 2 2 7 7 13

या 2 2 2 2 7 7 13 17

(b) 64 के अभाज्य गुणनखण्ड

2 2 2 2 2 2

81 के अभाज्य गुणनखण्ड 3 3 3 3

125 के अभाज्य गुणनखण्ड 5 5 5

संयुक्त अभाज्य गुणनखण्ड 64 81 125

2 2 2 2 2 2

3 3 3 3 5 5 5

(c) 168 के अभाज्य गुणनखण्ड

2 2 2 3 7

256 के अभाज्य गुणनखण्ड

2 2 2 2 2 2 2 2

121 के अभाज्य गुणनखण्ड 11 11

संयुक्त अभाज्य गुणनखण्ड 168 256 121

2 2 2 3 7 2 2 2 2 2

2 2 2 11 11

या 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

2 3 7 11 11

(d) 128 के अभाज्य गुणनखण्ड

2 2 2 2 2 2 2

343 के अभाज्य गुणनखण्ड 7 7 7

9 के के अभाज्य गुणनखण्ड 3 3

संयुक्त अभाज्य गुणनखण्ड 128 343 9

2 2 2 2 2 2 2 7 7

7 3 3

या 2 2 2 2 2 2 2 3

3 7 7 7

(e) 115 के अभाज्य गुणनखण्ड 5 23

217 के अभाज्य गुणनखण्ड 7 31

319 के अभाज्य गुणनखण्ड 11 29

संयुक्त अभाज्य गुणनखण्ड 115 217 319

5 23 7 31 11 29

या 5 7 11 23 29 31

प्रश्नावली 5.4

1. (a) नहीं। सत्यापन : 30 और 45 के गुणनखण्ड

30 2 3 5 और 45 3 3 5.

सार्वगुणनखण्ड 3 5 15.

अत: 30 और 45 सह-अभाज्य संख्याओं का युग्म नहीं है।

(b) हाँ। सत्यापन : 57 और 85 का अभाज्य गुणनखण्डन।

57 3 19 तथा 85 5 17

कोई सार्वगुणनखण्ड नहीं है।

अत: 57 और 85 सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।

(c) नहीं। सत्यापन : 121 और 1331 के अभाज्य गुणनखण्ड।

121 11 11 तथा 1331 11 11 11.

सार्वगुणनखण्ड 11 11 121.

अत: 121 और 1331 सह-अभाज्य संख्याएँ नहीं है।

(d) हाँ। सत्यापन : 343 और 216 का अभाज्य गुणनखण्ड

343 7 7 7

और 216 2 2 2 3 3 3.

कोई सार्वगुणनखण्ड नहीं है।

अत: 343 और 216 सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।

2. (a) 225 और 27 के अभाज्य गुणनखण्ड

225 3 3 5 5 और 27 3 3 3.

चूँकि 225 में दो 3 अभाज्य गुणनखण्ड है जबकि 27 में तीन 3 हैं। इसलिए, 225 में 3 की संख्या 27 से विभाज्य होने के लिए पर्याप्त नहीं है।

अत: 225, 27 से विभाज्य नहीं है।

(b) 96 और 24 के अभाज्य गुणनखण्ड

96 2 2 2 2 2 3

24 2 2 2 3

चूँकि 96 में 24 से मेल खाने के लिए आवश्यक गुणनखण्ड मौजूद हैं।

अत: 96, 24 से विभाज्य हैं।

(c) 343 और 17 के अभाज्य गुणनखण्ड

343 7 7 7 और 17 1 17.

चूँकि 343 के अभाज्य गुणनखण्ड में 17 नहीं है।

अत: 343, 17 से विभाज्य नहीं है।

(d) 999 और 99 के अभाज्य गुणनखण्ड

999 3 3 3 37 99 3 3 11

चूँकि 999 में 11 कोई गुणनखण्ड नहीं है।

अत: 999, 99 से विभाज्य नहीं है।

3. दोनों संख्याओं के उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 3 और 7 हैं।

अत: वे सह-अभाज्य नहीं हैं।

चूँकि किसी भी संख्या में दूसरी संख्या के सभी गुणनखण्ड नहीं हैं।

अत: उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या को विभाजित नहीं कर सकती।

4. हाँ, वह सही है क्योंकि सभी सह-अभाज्य संख्याओं में 1 के अलावा कोई अन्य सार्वगुणनखण्ड नहीं होता।

अभ्यास 5.4

1. (a) 512 और 945 का अभाज्य गुणनखण्डन

512 2 2 2 2 2 2 2 2 2

और 945 3 3 3 5 7

चूँकि, दो संख्याओं 512 और 945 में कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं है।

(b) 1080 और 135 का अभाज्य गुणनखण्डन

1080 2 2 2 5 27

और 135 5 27.

चूँकि, दो संख्याओं 1080 और 135 के सार्वगुणनखण्ड 5 और 27 हैं।

अत: ये दोनों संख्याएँ सह-अभाज्य नहीं है।

(c) 735 और 147 का अभाज्य गुणनखण्डन

735 3 5 7 7 और 147 3 7 7.

चूँकि, दी गई संख्याओं में 3, 7 और 7 समान गुणनखण्ड हैं।

अत: 735 और 147 सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।

(d) 1305 और 112, इन दो संख्याओं का गुणनखण्डन करने पर

1305 3 3 5 29

और 112 2 2 2 2 7

चूँकि, 1305 और 112 में कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं है।

अत: वे सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।

2. (a) 2352 और 84 का अभाज्य गुणनखण्डन

2352 2 2 2 2 3 7 7

और 84 2 2 3 7

चूँकि 2352 के अभाज्य गुणनखण्डों में 84 के सभी गुणनखण्ड शामिल हैं।

अत: संख्या 2352, 84 से विभाज्य है।

(b) 1116 और 62 का अभाज्य गुणनखड।

1116 2 2 3 3 31

और 62 2 31

चूँकि 62 के सभी अभाज्य गुणनखण्ड 1116 के अभाज्य गुणनखण्डों में शामिल है।

अत: 1116, 62 से विभाज्य है।

(c) 1377 और 162 का अभाज्य गुणनखण्डन

1377 3 3 3 3 17

और 162 2 3 3 3 3.

चूँकि 162 के सभी अभाज्य गुणनखण्ड 1377 के अभाज्य गुणनखण्डों में शामिल नहीं है।

अत: 1377, 162 से विभाज्य नहीं है।

(d) 1036 और 111 का अभाज्य गुणनखण्डन

1036 2 2 7 37

और 111 3 37.

चूँकि 111 के सभी अभाज्य गुणनखण्ड 1036 के अभाज्य गुणनखण्डों में शामिल नहीं हैं।

अत: 1036, 111 से विभाज्य नहीं है।

3. चूँकि, अभाज्य संख्या 11 दोनों दी गई संख्याओं में उभयनिष्ठ है। इसलिए ये दोनों संख्याएँ सह-अभाज्य नहीं है, क्योंकि सह-अभाज्य संख्या होने की पहली और एकमात्र शर्त यह है कि 1 के अलावा कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं होना चाहिए।

चूँकि, दी गई संख्याओं में से एक के सभी अभाजय गुणनखण्ड दूसरी संख्या के अभाज्य गुणनखण्डों में शामिल नहीं है।

इसलिए, एक-दूसरे को पूर्णत: विभाजित नहीं करता।

4. यह सम्भव नहीं है क्योंकि सभी सम संख्याओं का अभाज्य गुणनखण्ड 2 होता है। सह-अभाज्य संख्याओं के लिए पहली और अंतिम शर्त यह है कि 1 के अलावा कोई अन्य सामान्य गुणनखण्ड शामिल नहीं है।

प्रश्नावली 5.5

1. (a) मेरा जन्म 2010 में हुआ था। इसलिए, वर्ष 2010 से 2024 तक, 4 लीप वर्ष 2012, 2016, 2020 और 2024 हैं।

(b) 2024 से 2099 तक लीप वर्ष 2024, 2028, 2032, 2036, 2040, 2044, 2048, 2052, 2056, 2060, 2064, 2068, 2072, 2076, 2080, 2084, 2088, 2092 और 2096 होंगे।

अतः 2025 से 2099 तक 19 लीप वर्ष होंगे।

2. 4 से विभाज्य और पैलिंड्रोम वाली सबसे बड़ी 4-अंकीय संख्या 8888 है।

4 से विभाज्य तथा पैलिंड्रोम होने वाली सबसे छोटी 4-अंकीय संख्या 2112 है।

3. दो सम संख्याओं का योगफल 4 का गुणज होता है जो कभी-कभी सत्य होता है। उदाहरण के लिए, 6 4 10, 4 से विभाज्य नहीं है। लेकिन 4 8 12, 4 (से विभाज्य) है।

(b) दो विषम संख्याओं का योगफल 4 का गुणज होता है जो कभी-कभी सत्य होता है। उदाहरण के लिए, 3 5 8 जो 4 से विभाज्य है, लेकिन दूसरी ओर 9 5 14 जो 4 से विभाज्य नहीं है।

4. यहाँ हम 78 को 10, 5 और 2 से भाग देते हैं फिर

(a) 10) 78 (7
−70
8
शेषफल 8

(b) 5) 78 (15
−5
28
−25
3
शेषफल 3

(c) 2) 78 (39
−6
18
−18
0
शेषफल 0

इसी प्रकार आप भी करें

99 10, शेषफल 9, 99 5, शेषफल = 4

99 2, शेषफल = 1

173 10, शेषफल = 3, 173 5, शेषफल 3

173 2, शेषफल 1

572 10, शेषफल 2, 572 5, शेषफल 2

572 2, शेषफल 0

980 10, शेषफल 0, 980 5, शेषफल 0

980 2, शेषफल 0

1111 10, शेषफल 1, 1111 5, शेषफल 1

1111 2, शेषफल 1

2345 10, शेषफल 5, 2345 5, शेषफल 0,

2345 2, शेषफल = 1

5. 8 के गुणनखण्ड 2 और 4 हैं तथा 10 के गुणनखण्ड 2 और 5 ।

अब, यदि कोई संख्या 10 से विभाज्य है, तो वह 2 और 5 से भी विभाज्य होगी। इसी प्रकार, यदि कोई संख्या 8 से विभाज्य है, तो वह 2 और 4 से भी विभाज्य होगी।

अतः 8 और 10 से विभाज्यता की जाँच करने पर यह निश्चित हो जाता है कि वह संख्या अन्य सभी संख्याओं (2, 4 और 5) से भी विभाज्य है।

अतः गुना ने यह निर्धारित करने के लिए कि 14560 सभी 2, 4, 5, 8 और 10 से विभाज्य है, संख्याओं का जो जोड़ा जाँचा वह 10 और 8 है।

6. 572 : 572 का अंतिम अंक न तो '0' है और न ही 5। इसलिए यह 5 या 10 से विभाज्य नहीं है।

अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य नहीं हैं, इसलिए 572 भी 8 से विभाज्य नहीं है।

अंतिम दो अंक मिलकर संख्या 72 बनाते हैं जो 4 से विभाज्य है और इसलिए यह संख्या 2 से भी विभाज्य है।

अतः संख्या 572, 2 और 4 से विभाज्य है, लेकिन 5, 8 और 10 से विभाज्य नहीं है।

2352 : संख्या का अंतिम अंक न तो 0 और न ही 5।

इसलिए, 2352, 5 या 10 से विभाज्य नहीं है।

अंतिम 3 अंकों से बनी संख्या 352 है जो 8 से विभाज्य है, इसलिए यह संख्या 2, 4 और 8 से विभाज्य है।

5600 : संख्या का अंतिम अंक 0 है, और अंतिम अंकों से बनी संख्या 600 है, जो 8 से विभाज्य है। इस प्रकार संख्या 5600 सभी संख्याओं 2, 4, 5, 8 और 10 से विभाज्य है।

6000 : इस संख्या के अंतिम 3 अंक 0 है, इसलिए यह संख्या सभी दी गई संख्याओं 2, 4, 5, 8 और 10 से विभाज्य है।

77622160 : इस संख्या का अंतिम अंक 0 है, इसलिए यह 5 और 10 से विभाज्य है।

और अंतिम तीन अंक मिलकर एक संख्या 160 बनाते हैं, जो 8 से विभाज्य है, इस प्रकार सह संख्या 2, 4 और 8 से विभाज्य है। अत: 77622160, 2, 4, 5, 8 और 10 से विभाज्य है।

अत: संख्या 5600, 6000 और 77622160 सभी दी गई संख्याओं 2, 4, 8, 5 और 10 से विभाज्य है।

7. संख्या 10,000 का अभाज्य गुणनखण्ड

10,000   2   2   2   2   5   5   5   5

अत: अभीष्ट संख्या

(2   2   2   2)   (5   5   5   5)

16   625

इसलिए दो संख्याएँ जिनका गुणनफल 10,000 है, लेकिन इकाई अंक 0 नहीं है, वे 16 और 625 हैं।

अभ्यास 5.5

1. यदि किसी संख्या का इकाई अंक '0' है, तो वह संख्या 2, 5 और 10 से विभाजित होगी।

अत: संख्याएँ 19400, 1234560 और 500000, 2, 5 और 10 से विभाजय हैं।

2. हम जानते हैं कि यदि किसी संख्या के इकाई और दहाई के अंकों से बनी संख्याएँ 4 से विभाज्य हैं, तो मूल संख्या भी 4 से विभाज्य होगी, तो मूल संख्या भी 4 से विभाज्य होगी। इसलिए संख्याएँ (i) 23408, (ii) 34972, (iii) 34972, (v) 58724, (vi) 19000, और (viii) 86336 4 से विभाज्य हैं। चूँकि उनके अंतिम अंक संख्याएँ 08, 72, 24, 00 और36 बनाते हैं जो 4 से विभाज्य हैं।

3. (a) 7836 और 12 के गुणनखण्ड

7836   2   2   3   653, और   12   2   2   3

चूँकि 7836 के गुणनखण्डों में 12 के सभी गुणनखण्ड शामिल हैं। इसलिए संख्या 7836 12 से पूर्णत: विभाज्य होगी।

(b) 3456   2   2   2   2   2   2   2

3   3   3

9   3   3

चूँकि 3456 के अभाज्य गुणनखण्डों में 9 के सभी गुणनखण्ड शामिल है।

अत: संख्या 3456, 9 से पूर्णता: विभाज्य होगी।

(c) 8890   2   5   7   127, और 14   2   7

चूँकि 8890 के गुणनखण्डों में 14 के सभी गुणनखण्ड सम्मिलित हैं।

अत: संख्या 8890, 14 से पूर्णत: विभाज्य होगी।

(d) 10725   3   5   5   11   13

और   33   3   11

चूँकि, 10725 के गुणनखण्डों में 33 के सभी गुणनखण्ड शामिल होते हैं।

अत: संख्या 10725, 33 से पूर्णताझ विभाज्य होगी।

(e) 16250   2   5   5   5   5   13

और   39   3   13.

चूँकि, 16250 के गुणनखण्डों में 39 के गुणनखण्ड शामिल नहीं है।

अत: संख्या 16250, 39 से पूर्णता: विभाज्य नहीं होगी।

(f) 3993   3   11   11   11

और 122   2   61

चूँकि 3993 के गुणनखण्डों में 122 के गुणनखण्ड सम्मिलित नहीं है।

4. (a) यदि किसी संख्या का इकाई अंक 0 या 5 है, तो वह संख्या 5 से विभाज्य होगी।

अत: 0 भरा जाएगा।

(b) यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 का गुणज होतो वह संख्या 3 से भी विभाज्य होगी। अत: 1 भरा जाएगा।

(c) यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से भाज्य है तो वह संख्या भी 3 से विभाज्य हो। यदि किसी संख्या के इकाई का अंक सम हो तो वह 2 से विभाज्य होंगी। यदि कोई संख्या 2 व 3 से विभाज्य है तो वह 6 से भी विभाज्य होगी।

(d) यदि किसी संख्या के इकाई और दहाई के अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य है,

(e) यदि किसी संख्या के अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हैं, तो वह संख्या भी 8 से विभाज्य होगी। अत: दोनों स्थानों पर 0 भरा जाएगा।

(f) यदि विषम स्थानों के अंकों के योग तथा सम स्थानों के अंकों के योग का अन्तर 0 या 11 का गुणज हो, तो संया 11 से विभाज्य होगी। अत: क्रमश: 0 तथा 1 भरा जाएगा।

विविध प्रश्नावली

1. 35 के गुणनखंड हैं– 1, 5, 7, 35

गुणनखंडों का योग   1   5   7   35   48

2. 1   **3.** 161

4. (i) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

(ii) 1, 3, 9, 27

(iii) 1, 2, 3, 4, 6, 12

(iv) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

5. (i) 3   5   13;

(ii) 3   5   23;

(iii) 13   17   23;

(iv) 7   13   41

6.

		गुणनखंड	सामान्य गुणनखंड
(i)	20	4 5	4
	28	4 7	
(ii)	15	3 5	5
	25	5 5	
(iii)	4	4 1	4
	8	4 2	
	12	4 3	
(iv)	5	5 1	5
	15	5 3	
	25	5 5	

7. 2   2   2   3   3   19

8. 8 के गुणनखंड   2   2   2

10 गुणनखंड   2   5

12 गुणनखंड   2   2   3

आवश्यक संख्या

2   2   2   2   5   2   2   3   960

9. 27   2   54, 27   3   81, 27   4   108

अतः सबसे छोटा 3-अंकीय गुणज 108 है।

10. 20 और 30 के बीच के क्रमागत अभाज्य संख्याएँ हैं—23 और 29

उनका गुणनफल   23   29   667

11. नहीं क्योकि उनका सामान्य गुणनखंड केवल 1 नहीं है।

12. (i) (d)   (ii) (d)   (iii) (a)

13. (i) (b) अभाज्य गुणनखंड विधि

6   2   3; 8 2^3; 9 3^2

ल.स.प. 2^3 3^2 72

(ii) (a) 6, 8, 9 का लघुत्तम समापवर्त्य 72 है।

(iii) (c) आवश्यक समय

9:00 प्रात: + 72 मिनट

9:00 प्रात: + 1 घंटा + 12 मिनट

10:00 प्रात: + 12 मिनट

10:12 प्रात:

(iv) (a) 12 मध्यरात्रि + 72 मिनट

12:00 मध्यरात्रि + 1 घंटा + 12 मिनट

1:12 प्रात:

14.

संख्या	संख्याओं के गुणनखंड				
	1	2	3	0	4
27	✓				
108		✓			
210					✓
97	✓				
512	✓				
960			✓		

108 के गुणनखंड 2^2 3^3

210 के गुणनखंड   2   3   5   7

97 के गुणनखंड   97

512 के गुणनखंड 2^9

960 के गुणनखंड 2^6 3   5

❑❑

6 परिमाप और क्षेत्रफल

प्रश्नावली 6.1

1. (a) परिधि (P) 2(l b)

दिया गया : P 14 सेमी, b 2 सेमी

14 2(l 2)

7 l 2 l 5 सेमी

(b) परिधि (P) 4s

दिया गया : P 20 सेमी

20 4s

s $\frac{20}{4}$ 5 सेमी

(c) परिधि (P) 2(l b)

दिया गया : P 12 मीटर l 3 मीटर

12 2(3 b)

6 3 b b 3 सेमी

2. परिधि P 2(5 3) 2 8 16 सेमी

अब इस 16 सेमी तार से वर्ग बनाया जाए, तो वर्ग की प्रत्येक भुजा : s $\frac{16}{4}$ 4 सेमी

3. परिधि P a b c

दिया गया : P 55 सेमी, a 20 सेमी, b 14 सेमी

55 20 14 c

c 55 34 21 सेमी

4. परिधि P 2(l b)

दिया गया l 150 मीटर, b 120 मीटर

P 2(150 120) 2 270 540 मीटर

कुल लागत 540 40 ₹21600

5. (a) वर्ग की परिधि का सूत्र :

P 4s

दिया गया : P 36 सेमी

36 4s s $\frac{36}{4}$ 9 सेमी

(b) समबाहु त्रिभुज की परिधि का सूत्र

दिया गया : P 36 सेमी

P 3s

36 3s s $\frac{36}{3}$ 12 सेमी

(c) सम षट्भुज (छ: भुजाओं वाली आकृति) की परिधि का सूत्र :

दिया गया : P 36 सेमी

36 6s s $\frac{36}{6}$ 6 सेमी

6. चरण 1. खेत की परिधि ज्ञात करें

आयत की परिधि का सूत्र : P 2(l b)

दिया गया : l 230 मीटर b 160 मीटर

P 2(230 160) 2(390) 780 मीटर

चरण 2 : 3 परतों की रस्सी की कुल लंबाई

कुल रस्सी 3 780 2340 मीटर

अभ्यास 6.1

1. दिया गया है, सभी बहुभुजों की एक भुजा की लंबाई 5 सेमी

(a) एक त्रिभुज की तीन भुजाएँ होती हैं।

अत: समबाहु त्रिभुज का परिमाप

3 भुजा की लम्बाई 3 5 cm 15 सेमी

(b) वर्ग एक विशेष प्रकार का आयत है जिसकी भुजाएँ बराबर होती हैं।

इसलिए, आयताकार आकार का परिमाप

4 भुजा की लम्बाई

4 5 सेमी 20 सेमी

(c) एक पंचभुज में पाँच भुजाएँ होती हैं।

अत सम पंचभुज का परिमाप

5 भुजा की लम्बाई 5 5 25 सेमी

(d) एक पंचभुज में पाँच भुजाएँ होती हैं।

अत: एक पंचभुज का परिमाप

6 की लम्बाई 6 5 30 सेमी

2. दिया गया है, वर्गाकार खेत की एक भुजा की लम्बाई 140 मीटर

दो पौधों के बीच की दूरी 7 मीटर

वर्गाकार खेत की परिधि

4 भुजा की लम्बाई

4 140 मी॰ 560 मी॰

आम के पौधों की कुल संख्या

$$\frac{\text{संख्या खेत की परिधि}}{\text{दो पौधों के बीच की दूरी}} \quad \frac{560 \text{ मी॰}}{7 \text{ मी॰}} \quad 80$$

इसलिए, उसे 80 आम के पौधे लगाने चाहिए।

3. दिया गया है, मेज़पोश की लंबाई 85

मेज़पोश की चौड़ाई 65 सेमी

फीते की आवश्यक लंबाई

मेज़पोश की परिधि

2 (लंबाई + चौड़ाई)

2 (85 सेमी 65 सेमी)

2 150 सेमी

हमें सेमी को मीटर में बदलना है।

$$300 \text{ सेमी} \quad \frac{300}{100} \quad 3 \text{ मीटर}$$

फीते को बाँधने की दर ₹15 प्रतिमीटर

कुल लागत दर लम्बाई

15 मीटर ₹3 प्रति मीटर ₹45

इसलिए फीते की कुल लागत ₹45

4. (a) चार त्रिभुज बनते हैं।

(b) चार त्रिभुजों के नाम AFE, BDF, CDE and DEF.

और DEF हैं।

सबसे बड़े त्रिभुज ABC का परिमाप

3 भुजा की लम्बाई

3 8 सेमी 24 सेमी

(c) 4 छोटे त्रिभुजों का कुल परिमाप

3 3 3 3 3 3 3 3

9 9 9 9 36 सेमी

(d) हाँ, सभी छोटे त्रिभुज परिमाप में बराबर हैं।

प्रश्नावली 6.2

1. दिया गया है, आयताकार बगीचे का क्षेत्रफल 300 वर्गमीटर

बगीचे की लम्बाई 25 वर्ग मीटर

लम्बाई चौड़ाई = आयताकर बगीचे का क्षेत्रफल

25 मीटर चौड़ाई 300 वर्ग मीटर

$$\text{चौड़ाई} \quad \frac{300 \text{ वर्ग मी.}}{25 \text{ मी.}} \quad 12 \text{ मी.}$$

इसलिए, आयताकार बगीचे की चौड़ाई 12 मी.

2. दिया गया है, आयाताकार भूंखड की लम्बाई 500 मी.

और चौड़ाई 200 मीटर

टाइल लगाने की दर ₹8 प्रति वर्ग मीटर

आयाताकार भूखंड का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

500 200 100000 वर्ग मीटर

टाइल लगाने की लागत = भूखण्ड का क्षेत्रफल टाइल लगाने की दर

1,00,000 वर्ग मीटर ₹8 ₹8,00,000

इसलिए, प्लॉट पर टाइल लगाने की लागत

₹8,00,000

3. दिया गया है, आयताकार वाटिका की लम्बाई और चौड़ाई 100 मीटर और 50 मीटर है

और एक पेड़ के लिए आवश्यक क्षेत्रफल 25 वर्ग मीटर

वाटिका में पेड़ों की संख्या ज्ञात करने के लिए,

आयताकार वाटिका का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

100 मीटर 50 मीटर 5000 वर्ग मीटर

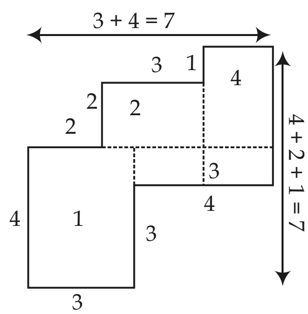
वाटिका में अधिकतम पेड़ों की संख्या

$$= \frac{\text{वाटिका का क्षेत्रफल}}{\text{एक पेड़ के लिए आवश्यक क्षेत्रफल}}$$

$$\frac{5000 \text{ वर्ग मी.}}{25 \text{ वर्ग मी.}} \quad 200$$

इसलिए, वाटिका में लगा जा सकने वाले नारियल के पेड़ों की अधिकतम संख्या 200 है।

4. (a) दी गई आकृति को 1, 2, 3 और 4 आयतों में विभाजित करके जैसा कि संलग्न आकृति में दिखाया गया है, हमें प्राप्त होता है।



आयत 1 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

4 मी 3 मी 12 वर्ग मी

आयत 2 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

3 मी 2 मी 6 वर्ग मी

आयत 3 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

4 मी 1 मी 4 वर्ग मी

आयत 4 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

3 सेमी 2 सेमी 6 वर्ग सेमी

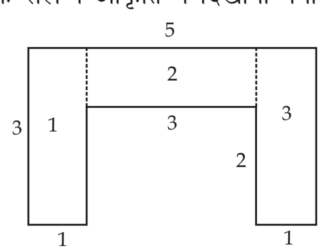
संपूर्ण आकृति का कुल क्षेत्रफल

12 6 4 6 28 वर्ग मी

अत: संपूर्ण आकृति का कुल क्षेत्रफल 28 वर्ग मी

(b) आकृति को विभाजित करने पर हमें तीन आयत 1, 2 और 3 प्राप्त होता हैं,

जैसा कि संलग्न आकृति में दिखाया गया है।



आयत 1 का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

3 मी 1 मी 3 वर्ग मी

आयत 2 का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

3 मी 1 मी 3 वर्ग मी

आयत 3 का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

3 मी 1 मी 3 वर्ग मी

आकृति का कुल क्षेत्रफल 3 3 3 9 वर्ग मी

अभ्यास 6.2

1. दिया गया है, लिफाफे के लिए आवश्यक कागज के आवश्यक कागज के टुकड़े

की लंबाई 20 सेमी इसकी चौड़ाई 5 सेमी

एक लिफाफे के लिए आवश्यक कागज के टुकड़े का क्षेत्रफल

लंबाई चौड़ाई

20 समी 5 सेमी 100 वर्ग सेमी

कागज की शीट की लंबाई 100 सेमी

और चौड़ाई 75 सेमी

कागज की शीट का क्षेत्रफल

लंबाई चौड़ाई 100 सेमी 75 सेमी

लिफाफों की संख्या

$$\frac{\text{कागज शीट का क्षेत्रफल}}{\text{एक लिफाफे के लिए आवश्यक कागज के टुकड़े का आकार}}$$

$$\frac{100 \text{ सेमी} \quad 75 \text{ सेमी}}{100 \text{ वर्ग सेमी}} \quad 75 \text{ लिफाफे}$$

2. दिया गया है, ईट की लंबाई 26 सेमी

ईट की चौड़ाई 10 सेमी

इसलिए एक ईंट द्वारा कवर किया गया क्षेत्रफल

लंबाई चौड़ाई 26 10 260 वर्ग सेमी

फुटपाथ की लंबाई 130 मी.

फुटपाथ का चौड़ाई 1.5 मी.

फुटपाथ का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

130 मी. 1.5 मी.

130 100 सेमी 1.5 100 सेमी

बिछाई जाने वाली ईंटों की संख्या

$\dfrac{\text{फुपाथ का क्षेत्रफल}}{\text{एक ई का क्षेत्रफल}}$

$\dfrac{130 \quad 100 \text{ सेमी} \quad 1.5 \quad 100 \text{ सेमी}}{260 \text{ वर्ग सेमी}}$

7500 ईंट

फुटपाथ बिछाने के लिए ईंटों की संख्या 7500

3. दिया गया है प्लॉट की लंबाई 32 मीटर

32 100 सेमी

प्लांट की चौड़ाई 18 मीटर 18 100 सेमी

प्लाट का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

32 100 सेमी 18 100 सेमी

एक टाइल की लम्बाई 12 सेमी

एक टाइल की चौड़ाई 8 सेमी

टाइल का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

12 सेमी 8 सेमी

आवश्यक टाइल की संख्या

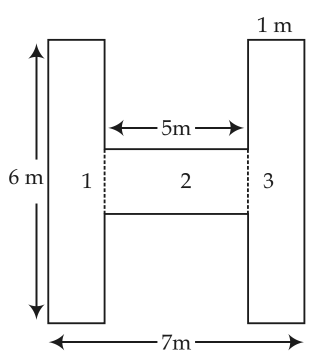
$\dfrac{\text{प्लॉट का क्षेत्रफल}}{\text{एक टाईल का क्षेत्रफल}}$

$\dfrac{32 \quad 100 \quad 18 \quad 100}{12 \quad 8}$ 60000 टाइल्स।

अत: 60000 टाइल्स की आवश्यकता होगी।

4. (a) दी गई आकृति को 1, 2 और 3 आयतों में विभाजित करके जेसा कि सलंग्न आकृति में दिखाया गया है।

हमें प्राप्त होता है,



आयत 1 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

6 सेमी 1 सेमी

6 वर्ग मीटर

आयत 2 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

5 सेमी 1 सेमी

5 वर्ग मीटर

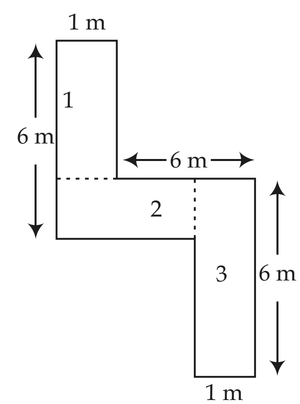
आयत 3 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

6 मीटर 1 मीटर 6 वर्ग मीटर

आकृति का कुल क्षेत्रफल 6 5 6 17 सेमी

अत: दी आकृति काकुल क्षेत्रफल 17 वर्ग मीटर

(b) दी गई आकृति को 1, 2 और 3 में आयतों में विभाजित करके जेसा कि सलंग्न आकृति में दिखाया गया है



आयत 1 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

6 सेमी 1 सेमी 6 वर्ग मीटर

आयत 2 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

5 सेमी 1 सेमी 5 वर्ग मीटर

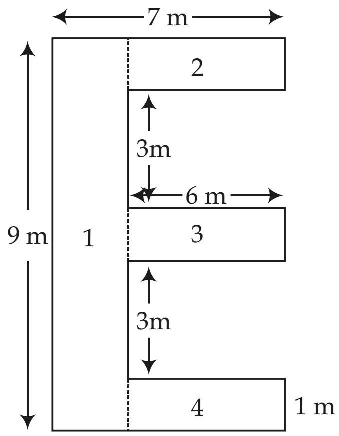
आयत 3 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

6 मीटर 1 मीटर 6 वर्ग मीटर

आकृति का कुल क्षेत्रफल 5 6 6 17 वर्ग मीटर

अत: दी गई आकृति का कुल क्षेत्रफल 17 वर्ग मीटर

(c) दी गई आकृति को 1, 2 और 3 में आयतों में विभाजित करके जेसा कि सलंग्न आकृति में दिखाया गया है,



आयत 1 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

9 मी 1 मी. 9 वर्ग मीटर

आयत 2 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

6 मी. 1 मी. 6 वर्गमीटर

आयत 3 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

6 मी. 1 मी. 6 वर्गमीटर

आयत 4 का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

6 मी. 1 मीत्र 6 वर्गमीटर

आकृति का कुल क्षेत्रफल

9 6 6 6 27 वर्गमीटर

अत: दी गई आकृअित का कुल क्षेत्रफल 27 वर्ग मीटर

प्रश्नावली 6.3

1. एक आयत का क्षेत्रफल

5 मीटर 10 मीटर 50 वर्ग मीटर।

दूसरे आयत का क्षेत्रफल

2 मीटर 7 मीटर 14 वर्ग मीटर

इन दो आयतों के क्षेत्रफलों का योग

50 वर्ग मीटर 14 वर्ग मीटर 64 वर्ग मीटर

बनने वाले नए आयत का क्षेत्रफल 64 वर्ग मीटर

माना इस आयत की भुजाएँ x और y हैं।

इस प्रकार, x y 64 1

या x y 32 2

श्स x y 16 4

अत: आयात के आयाम

(64 1), (32 2), (16 4). हो सकते हैं।

2. दिया गया है, बगीचे की लंबाई 50 मीटर

बगीचे का क्षेत्रफल 1000 वर्ग मीटर

बगीचे की चौड़ाई $\dfrac{\text{बगीचे का क्षेत्रफल}}{\text{बगीचे की लंबाई}}$

$= \dfrac{1000 \text{ वर्ग मीटर}}{50 \text{ मीटर}} = 20$ मीटर

इसलिए, बगीचे की चौड़ाई 20 मीटर

3. दिया गया है, फर्श की लंबाई 5 मीटर

फर्श की चौड़ाई 4 मीटर

तथा बिछाए गए कालीन की प्रत्येक भुजा 3 मीटर

फर्श का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

5 मीटर 4 मीटर 20 वर्ग मीटर

कालीन का क्षेत्रफल भुजा भुजा

3 मीटर 3 मीटर 9 वर्ग मीटर

अत:, फर्श का कालीन रहित क्षेत्रफल

20 वर्ग मीटर 9 वर्ग मीटर 11 वर्ग मीटर

4. फूलों की क्यारी की लंबाई 2 मीटर

इसकी चौड़ाई 1 मीटर

बगीचे की लंबाई 15 मीटर

बगीचे चौड़ाई 12 मीटर

एक क्यारी का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

2 मीटर 2 मीटर 4 वर्ग मीटर

क्यारियों का क्षेत्रफल 2 4 8 वर्ग मीटर

बगीचे का क्षेत्रफल 15 मी. 12 मी. 180 वर्ग मीटर

लॉन बिछाने के लिए उपलब्ध क्षेत्रफल

बगीचे का क्षेत्रफल क्यारियों का कुल क्षेत्रफल

180 वर्ग मीटर 8 वर्ग मीटर 172 वर्ग मीटर

इसलिए, लॉन बिछाने के लिए उपलब्ध क्षेत्रफल 172 वर्ग मीटर

5. आकृति A का क्षेत्रफल 18 वर्ग इकाई है। इस प्रकार, सम्भावित आयाम

18 (18 1), (9 2) और (6 3)

और आकृति B का क्षेत्रफल 20 वर्ग इकाई है। इस इस प्रकार, 20 के सम्भावित आयाम

(20   1), (10   2) और (5   4)

यहाँ, आकृति A का परिमाप

2   (18   1)   38 इकाई,

2   (9   2)   22 इकाई और

2   (6   3)   18 इकाई हो सकता है।

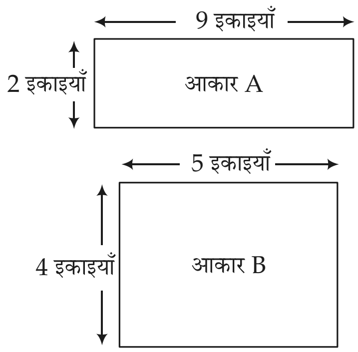
आकृति B का परिमाप

2   (20   1)   42 इकाई

2   (10   2)   24 इकाई

और   2   (5   4)   18 इकाई हो सकता है।

तुलना करने पर, हम आयातकार आकृतियाँ इस प्रकार पाते हैं।



6. हमारी हिन्दी पुस्तक के एक पृष्ठ की लंबाई

24 सेमी (माना)

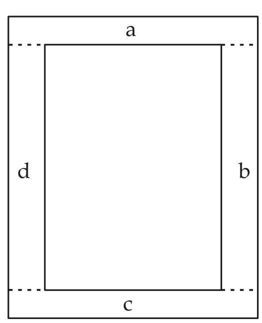
हमारी हिन्दी पुस्तक के एक पृष्ठ की चौड़ाई

17 समी (माना)

ऊपर और नीचे से बॉर्डर की दूरी   1 सेमी

और दाएँ और बाएँ से दूरी   1.5 सेमी

बॉर्डर 4 आयत a, b, c और d बनाता है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



आयत a की लंबाई   17 सेमी और चौड़ाई   1 सेमी

परिमाप   2   (लंबाई + चौड़ाई)

2 (17 सेमी   1 सेमी)

2   18 सेमी   36 सेमी

आयात a आयात c

इस प्रकार आयत c का परिमाप   36 सेमी

आयत b की लम्बाई   24   1   1   22 सेमी

और इसकी चौड़ाई   1.5 सेमी

आयात b का परिमाप   2   (22 सेमी   1.5 सेमी)

2   23.5 सेमी   47 सेमी

चँकि आयत बार्डर b आयात d

इसलिए आयत d का परिमाप   47 सेमी

36 सेमी   36 सेमी   47 सेमी   47 सेमी

166 सेमी

अत: बार्डर का परिमाप   166 सेमी

7. दिए गए आयत का क्षेत्रफल

12 इकाई   8 इकाई   96 वर्ग इकाई

और इसके अंदर के आयत का क्षेत्रफल

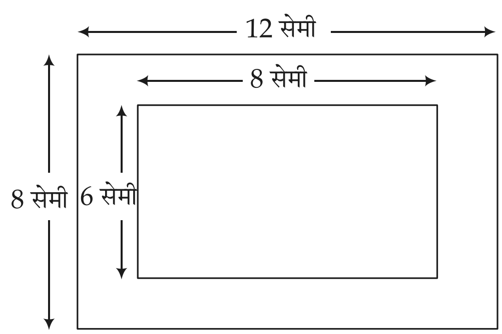
$\frac{1}{2}$ 96 वर्ग इकाई

48 वर्ग इकाई

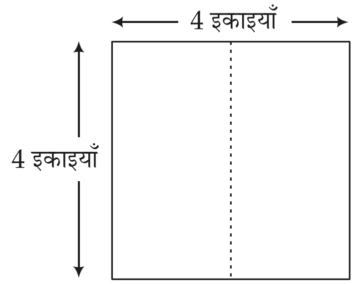
अंदर के आयात की संभावित भुजाएँ   (48   4)

(48   1), (24   2), (16   3), (12   4) और (8   6)

शर्त यह है कि बाहरी आयात को स्पर्श न किया जाए, इसलिए आयात की भुजाएँ 8 सेमी और 6 सेमी है जैसा कि नीचे दी गई आकृति में दिखा गया है।



8.



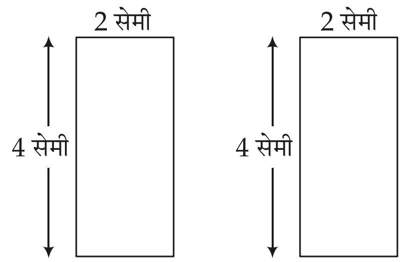
हमारे पास 4 सेमी प्रत्येक भुजा वाला वर्गाकार कागज है। इस प्रकार वर्ग का परिमाप 4 4 सेमी

4 4 सेमी 16 सेमी

और वर्ग का क्षेत्रफल

4 सेमी 4 सेमी 16 वर्ग सेमी

वर्ग को मोड़ा जाता है और समान आयामों के आयतों को प्राप्त करने के लिए काटा जाता है।



प्राप्त आयत का परिमाप

2 (2 सेमी 4 सेमी) 12 सेमी

दोनों आयत का परिमाप

2 12 सेमी 24 सेमी

प्राप्त आयत का क्षेत्रफल

2 सेमी 4 सेमी 8 वर्ग सेमी

आयतों का कुल क्षेत्रफल

2 8 वर्ग सेमी 16 वर्ग सेमी

(a) यह कथन सत्य नहीं है क्योंकि प्राप्त आयत का क्षेत्रफल वर्ग के क्षेत्रफल से छोटा है।

i.e., 8 वर्ग सेमी 16 वर्ग सेमी

(b) यह कथन सत्य है। वर्ग का परिमाप 16 सेमी दोनों आयतों में परिमापों का योग x यहाँ 24 वर्ग सेमी 16 वर्ग सेमी से

(c) यह कथन सत्य है क्योंकि वर्ग का परिमाप (16 सेमी) दोनों आयतों के परिमापों 24 सेमी के योग से छोटा है। अर्थात् यह 16 का $\frac{3}{2}$ गुना 24 होता है।

(d) कथन सत्य नहीं है, वर्ग का क्षेत्रफल

16 वर्ग सेमी

दोनों आयतों का क्षेत्रफल के योग 4 2 4 2

8 8 16 वर्ग सेमी का तीन गुना दोनों समान हैं।

अभ्यास 6.3

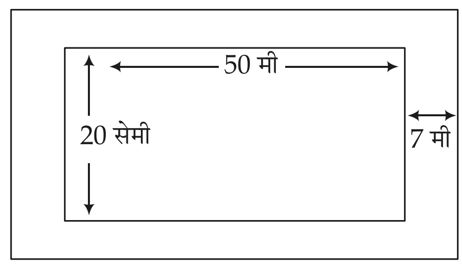
1. दिया गया है, बगीचे की लंबाई 50 मीटर

बीचे की चौड़ाई 20 मीटर

बगीचे का क्षेत्रफल लंबाई चौड़ाई

50 मीटर 20 मीटर

1000 वर्ग मीटर



रास्ते की चौड़ाई 7 सेमी

तो रास्ते की चौड़ाई सहित बगीचे की लंबाई

50 मीटर 7 मीटर 7 मीटर 64 मीटर

रास्ते की चौड़ाई सहित बगीचे की चौड़ाई

20 मीटर 7 मीटर 34 मीटर

रास्ते का क्षेत्रफल सहित बगीचे का क्षेत्रफल

64 मी. 34 मी. 2176

= रास्ता सहित बगीचे का क्षेत्रफल बगीचे का क्षेफल रास्ते का क्षेत्रफल

2176 वर्ग मीटर 1000 वर्ग मीटर

1176 वर्ग मीटर

इसलिए रास्ते का क्षेत्रफल 1176 वर्ग मीटर

2. बगीचे की लम्बाई 55 मीटर

बगीचे की चौड़ाई 25 मीटर

बगीचे रके अन्दर क्यारियों की चौड़ाई 25 मीटर

क्यारियों के बिना बगीचे की लम्बाई

55 मी. 2.5 मी. 2.5 मी.

55 मी. 5 मी. 50 मी.

क्यारियों के बिना बगीचे की चौड़ाई

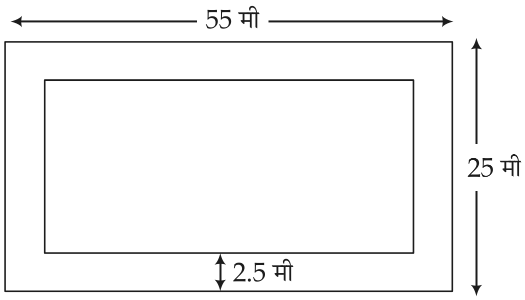
25 मी. 2.5 मी. 2.5 मी.

25 मी. 5 मी. 20 मीटर

बगीचे का क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

55 मी. 25 मी.

1375 वर्ग मीटर



क्यारियों के बिना बगीचे का क्षेत्रफल

= लम्बाई चौड़ाई

50 मीटर 20 मीटर 1000 वर्ग मीटर

क्यारियों का क्षेत्रफल बगीचे का क्षेत्रफल क्यारिों के बिना बगीचे का क्षेत्रफल

1375 वर्ग मीटर 1000 वर्ग मीटर

375 वर्ग मीटर

घास लगाने की दर ₹15 वर्ग मीटर

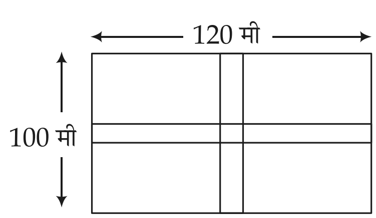
घास लगाने की लागत दर क्षेत्रफल

₹15 375 वर्गमीटर ₹5625

इसलिए, क्यारियों में घास लगाने की लागत ₹5625

3. स्पष्टत :

प्रत्येक सड़क की समान चौड़ाई 5 मीटर



इसलिए सड़कों का क्षेत्रफल

100 5 120 5 5 5

500 600 25 वर्ग मीटर

1100 25 1075 वर्ग मीटर

120 100

12000 वर्ग मीटर पार्क के शेष

शेष भाग का क्षेत्रफल

12000 वर्ग मीटर 1075 वर्ग मीटर

10925 वर्ग मीटर

इसलिए, सड़कों का क्षेत्रफल 1075 वर्ग मीटर

और बगीचे के शेष का क्षेत्रफल 10925 वर्ग मीटर

4. दिया गया है, 36 मीटर लंबे लम्ब वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 मीटर भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल

इसलिए, $\frac{1}{2}$ लम्ब आधार भुजा भुजा

$\frac{1}{2}$ 36 मी. आधार 12 मी. 12 मी.

आधार $\frac{12 \text{ मी.} \quad 12 \text{ मी.} \quad 2}{36 \text{ मी.}}$ 8 मी.

अत: त्रिभुज के आधार की लम्बाई 8 मीटर

विविध प्रश्नावली

1. परिमाप 9 9 5 23 सेमी

2. वर्ग

3. परिमाप 2 (15 7) 2 22 44 मी

लागत 44 45 ₹1980

4. क्षेत्रफल लम्बाई चौड़ाई

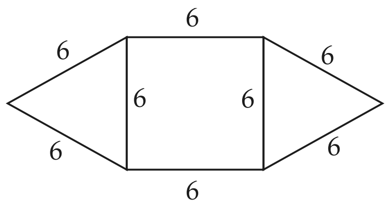
108 12 चौड़ाई

चौड़ाई 108 12 9 सेमी

5. आकृति का परिमाप = वर्ग की 2 भुजाएँ

+ दोनों त्रिभुजों की 4 भुजाएँ

(चूँकि त्रिभुज की एक भुजा पहले ही गिनी जा चुकी है)



प्रत्येक त्रिभुज में 2 अतिरिक्त भुजाएँ होती हैं

2 2 4 भुजा

परिमाप 2 6 4 6

12 24 36 सेमी

6. बहारी आयत = 8 सेमी × 6 सेमी 48 सेमी^{2}

बिना छाया का आयत

4 सेमी 4 सेमी

16 सेमी^{2}

छायांकित क्षेत्रफल 48 16 32 सेमी^{2}

7. सभी भुजाओं को जोड़े—

शीर्ष 0.5 4 4 0.5 9 सेमी

बाए ऊर्ध्वाधर = 1 सेमी

तिरछी भुजाएँ 2.5 सेमी 2 5 सेमी

कुल परिमाप 9 1 5 15 सेमी

8. (a) सामान्य त्रिभुज : 3 4 5 12 सेमी

(b) समभुज त्रिभुज : 3 9 27 सेमी

(c) समद्विबाहु त्रिभुज : 8 8 6 22 सेमी

9. (a) वर्ग की एक भुजा

30 4 7.5 सेमी

(b) समभुज त्रिभुज की एक भुजा

30 3 10 सेमी

(c) नियमित षट्भुज की एक भुजा

30 6 5 सेमी

10. परिमाप 2 (175 125)

2 300 600 मी

लागत 600 12 ₹7200

11. स्वीटी द्वारा कवर दूरी

4 75 300 मी

बुलबुल द्वारा कवर दूरी

2 (60 45)

2 105 210 मी

बुलबुल 210 मी कम दूरी तय करती है।

12. आइए दृश्य रूप से गणना करें (आप पुष्टि कर सकते हैं)

(a) 6 वर्ग

(b) 5 वर्ग

13. क्षेत्रफल 500 200 100,000 वर्ग मी

दर ₹8 प्रति 100 वर्ग मी

कुल लागत 1000 8 ₹8000

लागत ₹8000

14. (i) (a) (ii) (b) (iii) (c)

15. (i) (b) आवश्यक क्षेत्रफल

2(1 4) 3 1 8 3

11 सेमी^{2}

(ii) (d) आवश्यक क्षेत्रफल

2 9 1 7 2 3

18 7 6 31 सेमी^{2}

(iii) (a) आवश्यक क्षेत्रफल

3 8 8 2

24 16 40 सेमी^{2}

(iv) (c) आवश्यक क्षेत्रफल

2 10 6 3

20 18 38 सेमी^{2}

(v) (a) सारिका

16. वर्गों की संख्या

1 1 26

2 2 9

3 3 4

4 4 1

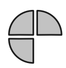
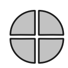
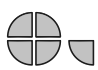
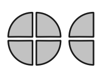
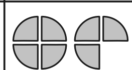
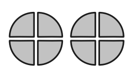
कुल योग 40 वर्ग

❑❑

7 भिन्न

प्रश्नावली 7.1

1.

			
$\frac{1}{4}$ 1 बार एक चौथाई	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ 2 बार एक चौथाई	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ 3 बार एक चौथाई	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ 4 बार एक चौथाई
			
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ 5 बार एक चौथाई	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ 6 बार एक चौथाई	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ 7 बार एक चौथाई	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{8}{4}$ 8 बार एक चौथाई

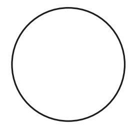
2.

$\frac{1}{3}$		

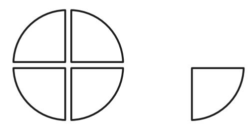
हाँ, $\frac{1}{3}$ का उपयोग करके $\frac{1}{6}$ बना सकते हैं।

$\frac{1}{3}$ को दो बराबर भागों में विभाजित करके $\frac{1}{6}$ प्राप्त करते हैं।

$\frac{1}{6}$					

3. 

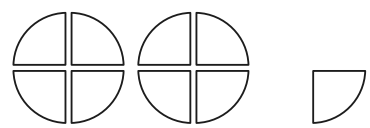
यह पूरा एक रोटी को दर्शाता है।

(a) 

$\frac{1}{4}$ का 5 गुना है।

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{4}$

एक पूरी और चौथाई रोटी

(b) 

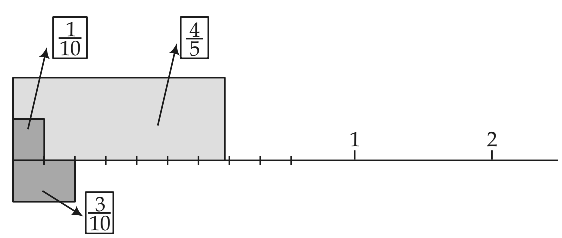
$\frac{1}{4}$ का 9 गुना है।

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{9}{4}$

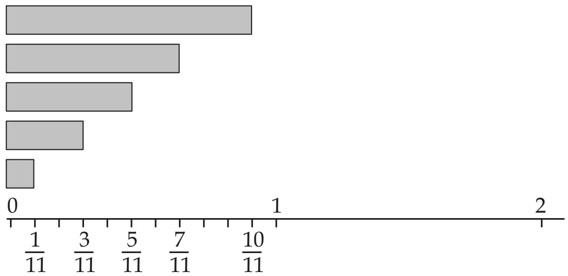
2 पूरी रोटी और एक चौथाई रोटी

4. (i) (c); (ii) (d); (iii) (a); (iv) (b)

5.



6. भिन्नें है : $\frac{1}{11}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{7}{11}$ और $\frac{10}{11}$



7. 0 और 1 के बीच अनंत संख्या में भिन्न होती हैं।

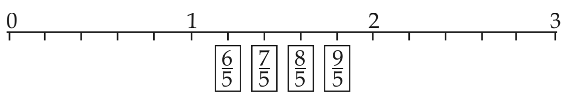
उदाहरण के लिए : $\ldots, \frac{1}{1000}, \frac{1}{999}, \frac{1}{998}, \ldots,$ आदि।

8. नीली रेखा की लंबाई $\frac{1}{2}$

काली रेखा की लंबाई $\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{2}$

अत: अभीष्ट भिन्न $\frac{3}{2}$

9.



अभ्यास 7.1

1. एक ढेर (एक इकाई) गेहूँ को 20 बराबर भागों में विभाजित किया गया, इसलिए प्रत्येक को गेहूँ का मात्रा $\frac{1}{20}$

(a) इसे 5 गरीबों में बाँटा गया है।

अत : $\frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}$

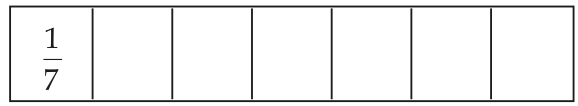
$\frac{1}{20}$ का 5 गुना $\frac{5}{20}$ भाग गेहूँ

(b) इसे 11 गरीबों में बाँटा गया है।

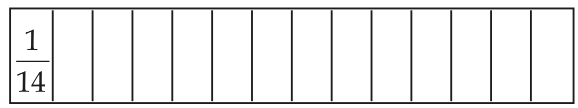
अत: $\frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}$
$\frac{1}{20}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{20}$

$\frac{1}{20}$ का 11 गुना $\frac{11}{20}$

2. (a) यदि हम कागज की पट्टी को सात बराबर भागों में मोड़े और फिर उसे खोलें, हमें तो प्राप्त सात $\frac{1}{7}$

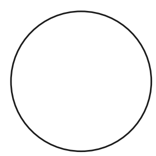


(b) यदि हम इसे पुन: उसी प्रकार मोड़ें तथा फिर मुड़े हुए भाग को बीच से मोड़ें और खोलें। तो हमें प्रत्येक भाग $\frac{1}{14}$ प्राप्त होगा।



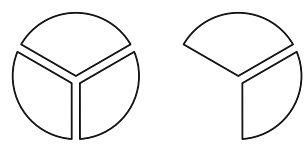
(c) नहीं हम $\frac{1}{21}$ प्राप्त नहीं कर सकते; इस तरीके से हमें $\frac{1}{28}$ प्राप्त होगा।

3.



एक पूरी रोटी को दर्शाता है।

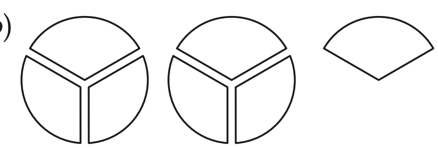
(a)



$\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{5}{3}$

एक पूरी रोटी और एक तिहाई भाग के दो।

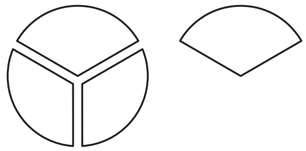
(b)



$\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{7}{3}$

दो पूरी रोटी और एक रोटी का एक तिहाई भाग।

(c)



$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{3}$

एक पूरी रोटी और एक रोटी का एक तिहाई भाग।

4. चूँकि छोटी लाईन की लंबाई $\frac{1}{3}$

बड़ी लाइन की लंबाई $\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{3} \quad 1$

प्रश्नावली 7.2

1. यहाँ, $\frac{7}{2} \quad \frac{1}{2}$ का 7 गुना

$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2}$

$\frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{1}{2}$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 3 \quad \frac{1}{2}$

यहाँ, $\frac{7}{2}$ की अपूर्ण इकाई है।

2. यहाँ $\frac{4}{3} \quad \frac{1}{3}$ का 4 गुना

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} \quad 1 \quad \frac{1}{3}$

अत: $\frac{4}{3}$ में एक पूर्ण इकाई है।

$\frac{7}{3} \quad \frac{1}{3}$ का 7 गुना

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3}$

$1 \quad 1 \quad \frac{1}{3} \quad 2 \quad \frac{1}{3}$

अत: $\frac{7}{3}$ में दो पूर्ण इकाईयाँ हैं।

3. (a) $\frac{8}{3}$, चूँकि हर 3 है, इसलिए अंश 8 को उतनी ही संख्या 3 में विभाजित कर सकते हैं।

जैसे— अंश 8 3 3 2 1 1 $\frac{2}{3} \quad 2\frac{2}{3}$

अत: $\frac{8}{3}$ में पूर्ण इकाई 2

(b) $\frac{11}{5} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{1}{5}$ (अंश 11 5 5 1)

$1 \quad 1 \quad \frac{1}{5} \quad 2\frac{1}{5}$

अत : $\frac{11}{5}$ में पूर्ण 2

(c) $\frac{9}{4} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{1}{4}$ (अंश 9 4 4 1)

$1 \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad 2\frac{1}{4}$

अत: $\frac{9}{4}$ में पूर्ण इकाई 2

4. हाँ, 1 से बड़ी सभी भिन्नों को मिश्रित भिन्नों/संख्याओं के रूप में लिखा जा सकता है।

5. (a) $\frac{9}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{1}{2}$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 4\frac{1}{2}$

(b) $\frac{9}{5} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{4}{5} \quad 1 \quad \frac{4}{5} \quad 1\frac{4}{5}$

(c) $\frac{21}{19} \quad \frac{19}{19} \quad \frac{2}{19} \quad 1 \quad \frac{2}{19} \quad 1\frac{2}{19}$

(d) $\frac{47}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{2}{9}$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{2}{9} \quad 5\frac{2}{9}$

(e) $\frac{12}{11} \quad \frac{11}{11} \quad \frac{1}{11} \quad 1 \quad \frac{1}{11} \quad 1\frac{1}{11}$

(f) $\frac{19}{6} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{1}{6} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{6} \quad 3\frac{1}{6}$

6. (a) $3\frac{1}{4}$ को $3 \quad \frac{1}{4}$ लिख सकते हैं, 3 को विभाजित करने पर, हमें प्राप्त होगा।

$3 \quad \frac{1}{4} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{13}{4}$

(b) $7\frac{2}{3}$ को $7 \quad \frac{2}{3}$ लिख सकते हैं 7 को विभाजित करने पर, हमें प्राप्त होगा।

$7 \quad \frac{2}{3} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{2}{3}$

$\frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{23}{3}$

(c) $9\frac{4}{9}$ को $9 \quad \frac{4}{9}$ लिख सकते हैं, 9 को विभाजित करने पर हमें प्राप्त होगा।

$9 \quad \frac{4}{9} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{4}{9}$

$\frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{4}{9}$

$\frac{85}{9}$

(d) $3\frac{1}{6}$ को $3 \quad \frac{1}{6}$ लिख सकते हैं, 3 को विभाजित करने पर, हमें प्राप्त होगा;

$3 \quad \frac{1}{6} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{6} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{19}{6}$

(e) $2\frac{3}{11}$ को $2 \quad \frac{3}{11}$ लिख सकते है, 11 को विभाजित करने पर हमें प्राप्त होगा।

$2 \quad \frac{3}{11} \quad 1 \quad 1 \quad \frac{3}{11}$

$\frac{11}{11} \quad \frac{11}{11} \quad \frac{3}{11} \quad \frac{25}{11}$

(f) $3\frac{9}{10}$, को $3 \quad \frac{9}{10}$ लिख सकते हैं, 3 को विभाजित करने पर हम प्राप्त करते है :

$3 \quad \frac{9}{10} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{9}{10}$

$\frac{10}{10} \quad \frac{10}{10} \quad \frac{10}{10} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{39}{10}$

अभ्यास 7.2

1. $\frac{10}{3} \quad \frac{1}{3}$ का 10 गुना

$\frac{10}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3}$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{3} \quad 3 \quad \frac{1}{3}$

अत: $\frac{10}{3}$ में पूर्ण इकाईयों की संख्या 3

$\frac{14}{3} \quad \frac{1}{3}$ का 14 गुना

$\frac{14}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{2}{3} \quad 4 \quad \frac{2}{3}$

अत: $\frac{14}{3}$ में पूर्ण इकाईयाँ 4

2. $\frac{7}{5} \quad \frac{1}{5}$ का 7 गुना

$\frac{7}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ 1 $\frac{2}{5}$

अत: $\frac{7}{5}$ में पूर्ण ईकाइयाँ 1

$\frac{10}{5} = \frac{1}{5}$ का 10 गुना

$\frac{10}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$

1 1 2

अत: $\frac{10}{5}$ में पूर्ण संख्याएँ 2

3. (a) $\frac{17}{6}$, चूँकि हर 6 है, इसलिए अंश 17 का उतनी ही संख्या 6 में विभाजन करने पर

जैसे—(अंश 17 6 6 5) 1 1 $\frac{5}{6}$ $2\frac{5}{6}$

अत: $\frac{17}{6}$ में पूर्ण ईकाई संख्या 2

(b) $\frac{15}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{5}$(15 5 5 5)

1 1 1 3

अत: $\frac{14}{5}$ में पूर्ण ईकाइयों की संख्या 3

4. (a) $\frac{49}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{1}{8}$

1 1 1 1 1 1 $\frac{1}{8}$ $6\frac{1}{8}$

(b) $\frac{37}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{2}{5}$

1 1 1 1 1 1 1 $\frac{2}{5}$ $7\frac{2}{5}$

(c) $\frac{34}{7}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{6}{7}$

1 1 1 1 $\frac{6}{7}$ $4\frac{6}{7}$

(d) $\frac{23}{11}$ $\frac{11}{11}$ $\frac{11}{11}$ $\frac{1}{11}$ 1 1 $\frac{1}{11}$ $2\frac{1}{11}$

(e) $\frac{65}{14}$ $\frac{14}{14}$ $\frac{14}{14}$ $\frac{14}{14}$ $\frac{14}{14}$ $\frac{9}{14}$

1 1 1 1 $\frac{9}{14}$ $4\frac{9}{14}$

(f) $\frac{71}{20}$ $\frac{20}{20}$ $\frac{20}{20}$ $\frac{20}{20}$ $\frac{11}{20}$

1 1 1 $\frac{11}{20}$ $3\frac{11}{20}$

प्रश्नावली 7.3

1. हाँ, क्योंकि सभी के मान समान हैं;

$\frac{3}{6}$ $\frac{3 \quad 1}{3 \quad 2}$ $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{8}$ $\frac{4 \quad 1}{4 \quad 2}$ $\frac{1}{2}$;

$\frac{5}{10}$ $\frac{5 \quad 1}{5 \quad 2}$ $\frac{1}{2}$

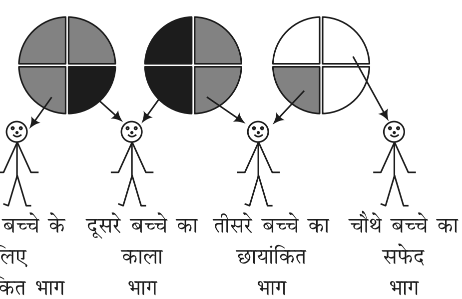
2. $\frac{2}{6}$ की समतुल्य भिन्न है।

$\frac{2}{6}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{4}{12}$ और $\frac{2 \quad 3}{6 \quad 3}$ $\frac{6}{18}$

3. $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{10}{15}$ $\frac{12}{18}$ $\frac{14}{21}$

$\frac{16}{24}$ $\frac{18}{27}$...

4. अपने चित्र और उत्तरों की तुलना अपने सहपाठियों से करें।



विभाजन क्रिया :

3 रोटियों को 4 भागों में विभाजित करने पर,

$$3 \quad 4 \quad \frac{3}{4}$$

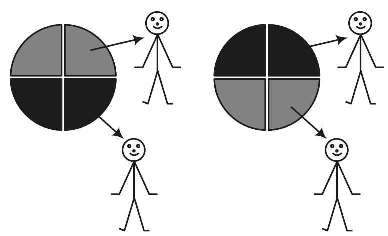
योग तथ्य : $\frac{3}{4}$ को 4 बार जोड़ने पर 3 रोटी देते हैं।

$$\frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{12}{4} \quad 3$$

गुणन तथ्य : $\frac{3}{4}$ का 4 गुना 3 रोटी बनते हैं।

$$4 \quad \frac{3}{4} \quad 3$$

5.



चूँकि दो रोटी बराबर आकार, आकृति और भार के हैं। इन रोटी को 4 बच्चों को 4 बच्चों को बाँटना है। इसलिए, प्रत्येक बच्चे को एक रोटी का आध हिस्सा मिलेगा।

भाग तथ्य

2 रोटियाँ को 4 भागों में बाँटा गया है।

$$2 \quad 4 \quad \frac{2}{4} \quad \frac{1}{2}$$

योग तथ्य $\frac{2}{4} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{8}{4} \quad 2$ रोटियाँ

गुणन तथ्य $\frac{2}{4}$ का 4 गुना

$$4 \quad \frac{2}{4} \quad 2 \text{ रोटियाँ}$$

6. बच्चे को संतरे के जूस के $\frac{4}{7}$ गिलास

और के प्रत्येक बच्चे को $\frac{5}{7}$ गिलास सन्तरे का जूस मिलाता है।

चूँकि दोनों भिन्नों $\frac{4}{7}$ और $\frac{5}{7}$ के हर समान है। $\frac{4}{7} \quad \frac{5}{7}$

अत: समूह II के प्रत्येक बच्चे को सन्तरे का जूस अधिक मिलेगा।

7. (a) $\frac{7}{2}$ और $\frac{3}{5}$

दी गई भिन्नों के हर 2 और 5 हैं तथा उनका लघुत्तम समापवर्त्य 10 हैं।

इसलिए दोनों भिन्नों का हर 10 होना चाहिए।

अब, $\frac{7}{2}$ के लिए अशं और हर में 5 सेग गुणा करने पर

$$\frac{7}{2} \qquad \frac{7 \quad 5}{2 \quad 5} \quad \frac{35}{10}$$

और $\frac{3}{5}$ के लिए, अंश और हर में 2 गुणा करने पर

$$\frac{3}{5} \qquad \frac{3 \quad 2}{5 \quad 2} \quad \frac{6}{10}$$

$\frac{35}{10}$ और $\frac{6}{10}$ के हर समान है, इसलिए भिन्ने समतुल्य है।

(b) $\frac{8}{3}$ और $\frac{5}{6}$ दी गई भिन्नों के हर 5 और 6 हैं, उनका लघुत्तम समापवर्त्य 6 है। इसलिए दोनों भिन्नों का हर 6 होना चाहिए।

अब, $\frac{8}{3}$ के लिए अंश और हर में 2 गुणा करने पर

$$\frac{8}{3} \qquad \frac{8 \quad 2}{3 \quad 2} \quad \frac{16}{6}$$

और $\frac{5}{6}$ में पहले से ही हर 6 मौजूद है।

अत: $\frac{16}{6}$ और $\frac{5}{6}$ भिन्नों के हर समान होने के साथ समतुल्य हैं।

(c) $\frac{3}{4}$ और $\frac{3}{5}$ यहाँ दोनों भिन्नों में हर 4 और 5 है। उनका लघुत्तम समापर्तव्य 20 है।

अब $\frac{3}{4}$ के लिए अंश और हर में 5 से गुणा करने पर

$$\frac{3}{4} \quad \frac{3 \quad 5}{4 \quad 5} \quad \frac{15}{20}$$

और $\frac{3}{5}$ के लिए अंश और हर में 4 गुणा करने पर

$$\frac{3}{5} \quad \frac{3 \quad 4}{5 \quad 4} \quad \frac{12}{20}$$

अत: समान हर वाली समतुल्य भिन्नों $\frac{15}{20}$ और $\frac{12}{20}$ हैं।

(d) $\frac{6}{7}$ और $\frac{8}{5}$

यहाँ हर 7 और 5 हैं।

और 7 तथा 5 का लघुत्तम समापवर्त्य 35 है।

अब, $\frac{6}{7}$ के लिए अशं और हर दोनों में 5 से गुणा करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{6}{7} \quad \frac{6 \quad 5}{7 \quad 5} \quad \frac{30}{35}$$

$\frac{8}{5}$ के लिए, अंश और हर में 7 से गुणा करने पर हम प्राप्त करते हैं।

$$\frac{8}{5} \quad \frac{8 \quad 7}{5 \quad 7} \quad \frac{56}{35}$$

अत: समान हर वाली समतुल्य भिन्नें $\frac{30}{35}$ और $\frac{56}{35}$ हैं।

(e) $\frac{9}{4}$ और $\frac{5}{2}$

यहाँ, हर 4 और 2 हैं। और 4 तथा 2 का लघुत्तम समावर्तय 4 है।

अब, $\frac{9}{4}$ के लिए, हर पहले से ही 4 मौजूद है।

इसलिए $\frac{5}{2}$ के लिए, हर पहले से ही 4 मौजूद है।

इसलिए $\frac{5}{2}$ के लिए, अंश और हर में 2 से गुणा करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{5}{2} \quad \frac{5 \quad 2}{2 \quad 2} \quad \frac{10}{4}$$

अत: समानन हर वाली समतुल्य भिन्नें $\frac{9}{4}$ और $\frac{10}{4}$ है।

(f) $\frac{1}{10}$ और $\frac{2}{9}$

दी गई भिन्नों में हर 10 और 9 है। और 9 व 10 का लघुत्तम समावर्त्य 90 है।

अब $\frac{1}{10}$ के लिए, अंश और हर दोनों में 9 से गुणा करने पर हम प्राप्त करते हैं।

$$\frac{1}{10} \quad \frac{1 \quad 9}{10 \quad 9} \quad \frac{9}{90}$$

$\frac{2}{9}$ के लिए, अंश और हर दोनों में 10 गुणा करने पर हम पाते हैं।

$$\frac{2}{9} \quad \frac{2 \quad 10}{9 \quad 10} \quad \frac{20}{90}$$

अत: समान हर वाली समतुल्य भिन्नें $\frac{9}{90}$ और $\frac{20}{90}$

(g) $\frac{8}{3}$ और $\frac{11}{4}$

दी गई भिन्नों में हर 3 और 4 है। तथा 3 और 4 का लघुत्तम समापतर्व्य 12 है।

अब, $\frac{8}{3}$ के लिए, अशं और हद दोनों में 4 से गुणा करने पर हम प्राप्त करते हैं।

$$\frac{8}{3} \quad \frac{8 \quad 4}{3 \quad 4} \quad \frac{32}{12}$$

$\frac{11}{4}$ के लिए, अंश और हरमें 3 से गुणा करने पर हम प्राप्त करते हैं।

$$\frac{11}{4} \quad \frac{11 \quad 3}{4 \quad 3} \quad \frac{33}{12}$$

अत समान हर वाली समतुल्य भिन्नों $\frac{32}{12}$ और $\frac{33}{12}$ हैं।

(h) $\frac{13}{6}$ और $\frac{1}{9}$

दी गई भिन्नों में हर 6 और 9 है। तथा 6 और 9 का लघुत्तम समावर्तय 18 है।

अब, $\frac{13}{6}$ के लिए, अशं और हर में 3 गुणा करने पर हम प्राप्त करते हैं।

$$\frac{13}{6} \quad \frac{13 \quad 3}{6 \quad 3} \quad \frac{39}{18}$$

$\frac{1}{9}$ के लिए, अंश और हर में 2 से गुणा करने पर हम प्रापत करते हैं।,

$$\frac{1}{9} \quad \frac{1 \quad 2}{9 \quad 2} \quad \frac{2}{18}$$

अत समान हर वाली समतुल्य भिन्नों $\frac{39}{18}$ और $\frac{2}{18}$ हैं।

8. (a) $\frac{17}{51}$

17 और 51 दोनों 17 से विभाज्य हैं

इसलिए, $\frac{17}{51} \quad \frac{1 \quad 17}{3 \quad 17} \quad \frac{1}{3}$

अत: न्यूनतम पद $\frac{1}{3}$ है।

(b) $\frac{64}{144}$

64 और 144 दोनों 2 से विभाज्य हैं।

$$\frac{64}{144} \quad \frac{64 \quad 2}{144 \quad 2} \quad \frac{32}{72}$$

पुन: 32 और 72 दोनों 2 से विभाज्य हैं।

$$\frac{32 \quad 2}{72 \quad 2} \quad \frac{16}{36}$$

16 और 36 दोनों सम है, इसलिए 2 से विभाज्य है

$$\frac{16}{36} \quad \frac{16 \quad 2}{36 \quad 2} \quad \frac{8}{18}$$

पुन: 8 और 18 दोनों सम है, इसलिए 2 से विभाज्य हैं।

$$\frac{8}{18} \quad \frac{8 \quad 2}{18 \quad 2} \quad \frac{4}{9}$$

अब, 4 और 9 में समान गुणनखण्ड है।

इसलिए, $\frac{64}{144} \quad \frac{4}{9}$

अत: $\frac{64}{144}$ का न्यूनतम पद $\frac{4}{9}$ है।

(c) $\frac{126}{147}$ यहाँ अश और हर दोनों 3 से विभाज्य हैं

$$\frac{126}{147} \quad \frac{126 \quad 3}{147 \quad 3} \quad \frac{42}{49}$$

इसी प्रकार, $\frac{126}{147} \quad \frac{6}{7}$

अत: $\frac{126}{147}$ का न्यूनतम पद $\frac{6}{7}$ है।

(d) $\frac{525}{112}$

यहाँ 525 और 112 दोनों 7 से विभाज्य हैं।

इसलिए, $\frac{525}{112} \quad \frac{525 \quad 7}{112 \quad 7} \quad \frac{75}{16}$

75 और 16 का कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं हैं।

$$\frac{75}{16} \quad 4 \quad \frac{11}{16} \quad 4\frac{11}{16}$$

अत: $\frac{525}{112}$ का न्यूनतम पद $4\frac{11}{16}$

9. (a) $\frac{8}{3}$ और $\frac{5}{2}$

3 और 2 का लघुत्तम समापवर्तय 6 है।

$$\frac{8}{3} \quad \frac{8 \quad 2}{3 \quad 2} \quad \frac{16}{6}$$

और $\frac{5}{2} \quad \frac{5 \quad 3}{2 \quad 3} \quad \frac{15}{6}$

स्पष्ट है, $\frac{16}{6} \quad \frac{15}{6}$

अत: $\frac{8}{3} \quad \frac{5}{2}$

(b) $\frac{4}{9}$ और $\frac{3}{7}$

9 और 7 का लघुत्तम समापवर्तय 63 है।

इसलिए, $\frac{4}{9} \quad \frac{4 \quad 7}{9 \quad 7} \quad \frac{28}{63}$

और $\frac{3}{7} \quad \frac{3 \quad 9}{7 \quad 9} \quad \frac{27}{63}$

स्पष्ट है, $\frac{28}{63} \quad \frac{27}{63}$

अत: $\frac{4}{9} \quad \frac{3}{7}$

(c) $\frac{7}{10}$ और $\frac{9}{14}$

10 और 14 का लघुत्तम समापवर्त्य 70 है।

इसलिए, $\frac{7}{10} \quad \frac{7 \quad 7}{10 \quad 7} \quad \frac{49}{70}$

और $\frac{9}{14} \quad \frac{9 \quad 5}{14 \quad 5} \quad \frac{45}{70}$

स्पष्ट है $\frac{49}{70} \quad \frac{45}{70}$

अत: $\frac{7}{10} \quad \frac{9}{14}$

(d) $\frac{12}{5}$ और $\frac{8}{5}$

दोनों भिन्नों में हर 5 समान है परन्तु अंश 12 8 है।

इसलिए, $\frac{12}{5} \quad \frac{8}{5}$

(e) $\frac{9}{4}$ और $\frac{5}{2}$

4 और 2 का लघुत्तम समापवर्त्य 4 है।

इसलिए, $\frac{9}{4} \quad \frac{9}{4}$ और $\frac{5}{2} \quad \frac{5 \quad 2}{2 \quad 2} \quad \frac{10}{4}$

स्पष्ट है $\frac{9}{4} \quad \frac{10}{4}$

अत: $\frac{9}{4} \quad \frac{5}{2}$

10. (a) $\frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{2}{5}$

10, 15 और 5 का लघुत्तम समापवर्तय 30 है।

इसलिए, $\frac{7}{10} \quad \frac{7 \quad 3}{10 \quad 3} \quad \frac{21}{30}$

$\frac{11}{15} \quad \frac{11 \quad 2}{15 \quad 2} \quad \frac{22}{30}$

और $\frac{2}{5} \quad \frac{2 \quad 6}{5 \quad 6} \quad \frac{12}{30}$

स्पष्ट है, $\frac{12}{30} \quad \frac{21}{30} \quad \frac{22}{30}$

अत:, $\frac{2}{5} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{11}{15}$

(b) $\frac{19}{24}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$

24, 6 और 12 का लघुत्तम समापवर्त्य 24 है।

इसलिए, $\frac{19}{24} \quad \frac{19}{24}$

$\frac{5}{6} \quad \frac{5 \quad 4}{6 \quad 4} \quad \frac{20}{24}$

और $\frac{7}{12} \quad \frac{7 \quad 2}{12 \quad 2} \quad \frac{14}{24}$

स्पष्ट और $\frac{14}{24} \quad \frac{19}{24} \quad \frac{20}{24}$

अत: $\frac{7}{12} \quad \frac{9}{24} \quad \frac{5}{6}$

11. (a) $\frac{25}{16}, \frac{7}{8}, \frac{13}{4}, \frac{17}{32}$

16, 8, 7 और 32 का लघुत्तम समापवर्तय 32 है।

इसलिए, $\frac{25}{16} \quad \frac{25 \quad 2}{16 \quad 2} \quad \frac{50}{32}$

$\frac{7}{8} \quad \frac{7 \quad 4}{8 \quad 4} \quad \frac{28}{32}$

$\frac{13}{4} \quad \frac{13 \quad 8}{4 \quad 8} \quad \frac{104}{32}$ और $\frac{17}{32} \quad \frac{17}{32}$

स्पष्ट है, $\frac{104}{32}$ $\frac{50}{32}$ $\frac{28}{32}$ $\frac{17}{32}$

अत:, $\frac{13}{4}$ $\frac{25}{16}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{17}{32}$

(b) $\frac{3}{4}, \frac{12}{5}, \frac{7}{12}, \frac{5}{4}$

4, 5 और 12 का लघुत्तम समापवर्त्य 60 है।

इसलिए, $\frac{3}{4}$ $\frac{3\ \ 15}{4\ \ 15}$ $\frac{45}{60}$

$\frac{12}{5}$ $\frac{12\ \ 12}{5\ \ 12}$ $\frac{144}{60}$

$\frac{7}{12}$ $\frac{7\ \ 5}{12\ \ 5}$ $\frac{35}{60}$

और $\frac{5}{4}$ $\frac{5\ \ 15}{4\ \ 15}$ $\frac{75}{60}$

स्पष्ट है, $\frac{144}{60}$ $\frac{75}{60}$ $\frac{45}{60}$ $\frac{35}{60}$

अत:, $\frac{12}{5}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{12}$

अभ्यास 7.3

1. चूँकि $\frac{3}{13}$ 3 $\frac{1}{13}$ और $\frac{21}{91}$ $\frac{7\ \ 3}{7\ \ 13}$ भिन्नात्मक दीवार के अनुसार, कागज की पट्टियों की लंबाई $\frac{3}{13}$, $\frac{9}{39}$ और $\frac{21}{91}$ समान है। इसलिए दी गई भिन्न समतुल्य हैं।

2. (a) $\frac{2}{15}$ $\frac{2\ \ 2}{15\ \ 2}$ $\frac{2\ \ 3}{15\ \ 3}$ $\frac{2\ \ 4}{15\ \ 4}$

अत: $\frac{2}{15}$ की तीन समतुल्य भिन्नें $\frac{4}{30}, \frac{6}{45}, \frac{8}{60}$.

(b) $\frac{3}{17}$ $\frac{3\ \ 2}{17\ \ 2}$ $\frac{3\ \ 3}{17\ \ 3}$ $\frac{3\ \ 4}{17\ \ 4}$

अत: $\frac{3}{17}$ की तीन समतुल्य भिन्नें $\frac{6}{34}, \frac{9}{51}, \frac{12}{68}$

(c) $\frac{5}{11}$ $\frac{5\ \ 2}{11\ \ 2}$ $\frac{5\ \ 3}{11\ \ 3}$ $\frac{5\ \ 6}{11\ \ 6}$

अत: $\frac{5}{11}$ की तीन समुतुल्य भिन्नें $\frac{10}{22}, \frac{15}{33}, \frac{30}{66}$.

(d) $\frac{7}{8}$ $\frac{7\ \ 2}{8\ \ 2}$ $\frac{7\ \ 5}{8\ \ 5}$ $\frac{7\ \ 7}{8\ \ 7}$

अत: $\frac{7}{8}$ की तीन समतुल्य भिन्नें $\frac{14}{16}, \frac{35}{40}, \frac{49}{56}$.

3. (a) $\frac{63}{105}$

63 और 105 दोनों 3 के गुणज हैं

इसलिए $\frac{63}{105}$ $\frac{63\ \ 3}{105\ \ 3}$ $\frac{21}{35}$

अत: 21 और 35 दोनों 7 के गुणज हैं

इसलिए, $\frac{21}{35}$ $\frac{21\ \ 7}{35\ \ 7}$ $\frac{3}{5}$

अब, अशं और हर दोनों में 1 अतिरिक्त अन्य कोई सार्वगुणनखण्ड

अत: $\frac{63}{105}$ का न्यूनतम रूप $\frac{3}{5}$ है।

(b) $\frac{95}{114}$

अशं और हर दोनों 19 से विभाज्य है।

इसलिए, $\frac{95}{114}$ $\frac{95\ \ 19}{114\ \ 19}$ $\frac{5}{6}$

अत: $\frac{95}{114}$ का न्यूनतम रूप $\frac{5}{6}$

(c) $\frac{65}{325}$

अंश और हर दोनों 13 से विभाज्य हैं

इसलिए, $\frac{65}{325}$ $\frac{65\ \ 5}{325\ \ 5}$ $\frac{13}{65}$

अत: $\frac{13}{65}$ $\frac{13\ \ 13}{65\ \ 13}$ $\frac{1}{5}$

अत: $\frac{65}{325}$ का न्यूतमन रूप $\frac{1}{5}$

(d) $\frac{324}{408}$

अंश और हर दोनों सम है, ये दो से विभाज्य हैं।

$$\frac{324}{408} \quad \frac{324 \quad 2}{408 \quad 2} \quad \frac{162}{204}$$

पुन: 162 और 204 सम है, ये दो से विभाज्य हैं।

$$\frac{162}{204} \quad \frac{162 \quad 2}{204 \quad 2} \quad \frac{81}{102}$$

पुन: 162 और 204 सम है, ये दो से विभाज्य हैं।

इसलिए, $\frac{81}{102} \quad \frac{81 \quad 3}{102 \quad 3} \quad \frac{27}{34}$

इसलिए, $\frac{81}{102} \quad \frac{81 \quad 3}{102 \quad 3} \quad \frac{27}{34}$

अत: $\frac{324}{408}$ का न्यूतमन रूप $\frac{27}{34}$ है।

4. सबसे पहले हम सभी दिए गए भिन्न युग्मों के हरों कोबराबर कर देंगें और फिर उनकी तुलना करेंगे।

(a) $\frac{7}{8} \cdots\cdots\cdots \frac{8}{7} \qquad \frac{7}{8} \quad \frac{7 \quad 7}{8 \quad 7} \quad \frac{49}{56}$

और $\frac{8}{7} \quad \frac{8 \quad 8}{7 \quad 8} \quad \frac{64}{56}$

अत: $\frac{7}{8} \quad \frac{8}{7}$

(b) $\frac{4}{7} \cdots\cdots\cdots \frac{5}{7}$

$$\frac{4}{7} \quad \frac{5}{7}$$

(c) $\frac{9}{11} \cdots\cdots \frac{17}{20}$

$$\frac{9}{11} \quad \frac{9 \quad 20}{11 \quad 20} \quad \frac{180}{220}$$

$$\frac{17}{20} \quad \frac{17 \quad 11}{20 \quad 11} \quad \frac{187}{220}$$

अत:, $\frac{9}{11} \quad \frac{17}{20}$

(d) $\frac{8}{9} \cdots\cdots \frac{64}{72} \qquad \frac{8}{9} \quad \frac{8 \quad 8}{9 \quad 8} \quad \frac{64}{72}$

अत: $\frac{8}{9} \quad \frac{64}{72}$

(e) $\frac{5}{6} \cdots\cdots \frac{7}{8}$

$$\frac{5}{6} \quad \frac{5 \quad 4}{6 \quad 4} \quad \frac{20}{24}$$

$$\frac{7}{8} \quad \frac{7 \quad 3}{8 \quad 3} \quad \frac{21}{24}$$

अत: $\frac{5}{6} \quad \frac{7}{8}$

(f) $\frac{5}{12} \cdots\cdots \frac{6}{11}$

$$\frac{5}{12} \quad \frac{5 \quad 11}{12 \quad 11} \quad \frac{55}{132}$$

$$\frac{6}{11} \quad \frac{6 \quad 12}{11 \quad 12} \quad \frac{72}{132}$$

अत: $\frac{5}{12} \quad \frac{6}{11}$

प्रश्नावली 7.4

1. (a) $\frac{2}{7} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{6}{7}$

दी गई भिन्न का हर समान है।

इसलिए, $\frac{2 \quad 5 \quad 6}{7} \quad \frac{13}{7}$

इस तरह, $\frac{13}{7} \quad 1 \quad \frac{6}{7} \quad 1\frac{6}{7}$

(b) $\frac{3}{4} \quad \frac{1}{3}$

यहाँ 4 और 3 का लघुत्तम समापवर्त्य 12 है।

इस प्रकार $\frac{3}{4}$ के समतुल्य भिन्न 12 है। और $\frac{9}{3}$ के समतुल्य भिन्न $\frac{4}{12}$ है, जिसका हर 12 है।

इस प्रकार, $\frac{9}{12} \quad \frac{4}{12} \quad \frac{9 \quad 4}{12} \quad \frac{13}{12}$

$$\frac{12}{12} \quad \frac{1}{12} \quad 1 \quad \frac{1}{12} \quad 1\frac{1}{12}$$

(c) $\frac{2}{3} \quad \frac{5}{6}$

यहाँ 3 और 6 का लघुत्तम समापवर्त्य 6 है। हर 6 वाल समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर, हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{2 \quad 2}{3 \quad 2} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{4}{6} \quad \frac{5}{6}$$

$\frac{9}{6} \quad \frac{3}{2}$ (सबसे न्यूनतम रूप)

$$\frac{2}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 1\frac{1}{2}$$

(d) $\frac{2}{3} \quad \frac{2}{7}$

3 और 7 का लघुत्तम समापवर्त्य 21 है, हर 21 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने के लिए हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{2 \quad 7}{3 \quad 7} \quad \frac{2 \quad 3}{7 \quad 3} \quad \frac{14}{21} \quad \frac{6}{21} \quad \frac{20}{21}$$

(e) $\frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5}$

4, 3, 5 का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) 60 है। हर 60 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{3 \quad 15}{4 \quad 15} \quad \frac{1 \quad 20}{3 \quad 20} \quad \frac{1 \quad 12}{5 \quad 12}$$

$$\frac{45}{60} \quad \frac{20}{60} \quad \frac{12}{60} \quad \frac{45 \quad 20 \quad 12}{60} \quad \frac{77}{60}$$

$$\frac{60}{60} \quad \frac{17}{60} \quad 1 \quad \frac{17}{60} \quad 1\frac{17}{60}$$

(f) $\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5}$

3 और 5 का लघुत्तम समापवर्त्य 15 है। हर 15 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर, हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{2 \quad 5}{3 \quad 5} \quad \frac{4 \quad 3}{5 \quad 3} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{12}{15}$$

$$\frac{10 \quad 12}{15} \quad \frac{22}{15}$$

$$\frac{15}{15} \quad \frac{7}{15} \quad 1 \quad \frac{7}{15} \quad 1\frac{7}{15}$$

(g) $\frac{4}{5} \quad \frac{2}{3}$

5 और 3 का लघुत्तम समापवर्त्य 15 है। हर 15 वाल समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{4}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{4 \quad 3}{5 \quad 3} \quad \frac{2 \quad 5}{3 \quad 5}$$

$$\frac{12}{15} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{12 \quad 10}{15} \quad \frac{22}{15}$$

$$\frac{15}{15} \quad \frac{7}{15} \quad 1 \quad \frac{7}{15} \quad 1\frac{7}{15}$$

(h) $\frac{3}{5} \quad \frac{5}{8}$

5 और 8 का लघुत्तम समापवर्त्य 40 है। हर 40 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{3}{5} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3 \quad 8}{5 \quad 8} \quad \frac{5 \quad 5}{8 \quad 5} \quad \frac{24}{40} \quad \frac{25}{40}$$

$$\frac{24 \quad 25}{40} \quad \frac{49}{40}$$

$$\frac{40}{40} \quad \frac{9}{40} \quad 1 \quad \frac{9}{40} \quad 1\frac{9}{40}$$

(i) $\frac{9}{2} \quad \frac{5}{4}$

2 और 4 का लघुत्तम समापवर्त्य 4 है, हर 4 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने के लिए हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{9}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{9 \quad 2}{2 \quad 2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{18}{4} \quad \frac{5}{4}$$

$$\frac{18 \quad 5}{4} \quad \frac{23}{4}$$

$$5 \quad \frac{4}{4} \quad \frac{3}{4} \quad 5 \quad \frac{3}{4} \quad 5\frac{3}{4}$$

(j) $\frac{8}{3} \quad \frac{2}{7}$

3 और 7 का लघुत्तम समापवर्त्य 21 है हर 21 वाल समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने के लिए हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{8}{3} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{8 \quad 7}{3 \quad 7} \quad \frac{2 \quad 3}{7 \quad 3} \quad \frac{56}{21} \quad \frac{6}{21}$$

$$\frac{56 \quad 6}{21} \quad \frac{62}{21}$$

$$2 \quad \frac{21}{21} \quad \frac{20}{21} \quad 2 \quad \frac{20}{21} \quad 2\frac{20}{21}$$

(k) $\frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5}$

4, 3 और 5 का LCM 60 है, हर 60 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हम पाते हैं।

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{3 \quad 15}{4 \quad 15} \quad \frac{1 \quad 20}{3 \quad 20} \quad \frac{1 \quad 12}{5 \quad 12}$$

$$\frac{45}{60} \quad \frac{20}{60} \quad \frac{12}{60}$$

$$\frac{45 \quad 20 \quad 12}{60} \quad \frac{77}{60}$$

$$\frac{77}{60} \quad \frac{60}{60} \quad \frac{17}{60} \quad 1 \quad \frac{17}{60} \quad 1\frac{17}{60}$$

(l) $\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{7}$

3, 5 और 7 का LCM 105 है हर 105 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हम पाते हैं।

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{2 \quad 35}{3 \quad 35} \quad \frac{4 \quad 21}{5 \quad 21} \quad \frac{3 \quad 15}{7 \quad 15}$$

$$\frac{70}{105} \quad \frac{84}{105} \quad \frac{45}{105}$$

$$\frac{199}{105} \quad \frac{105}{105} \quad \frac{94}{105} \quad 1 \quad \frac{94}{105}$$

$$1\frac{94}{105}$$

(m) $\frac{9}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{7}{6}$

2, 4 और 6 का लघुत्तम समापवर्त्य 12 है, हर 12 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने के लिए हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{9}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{9 \quad 6}{2 \quad 6} \quad \frac{5 \quad 3}{4 \quad 3} \quad \frac{7 \quad 2}{6 \quad 2}$$

$$\frac{54}{12} \quad \frac{15}{12} \quad \frac{14}{12} \quad \frac{83}{12}$$

$$6 \quad \frac{12}{12} \quad \frac{11}{12} \quad 6 \quad \frac{11}{12} \quad 6\frac{11}{12}$$

2. पीले रंग का आयतन $\frac{2}{3}$ लीटर

नीले रंग का आयतन $\frac{3}{4}$ लीटर

इसलिए, हरे रंग का कुल आयतन $\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4}$

3 और 4 का लघुत्तम समापवर्त्य 12 है हर 12 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हम पाते हैं।

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2 \quad 4}{3 \quad 4} \quad \frac{3 \quad 3}{4 \quad 3}$$

$$\frac{8}{12} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{8 \quad 9}{12} \quad \frac{17}{12} \text{ लीटर}$$

$$\frac{17}{12} \quad 1 \quad \frac{12}{12} \quad \frac{5}{12} \quad 1 \quad \frac{5}{12} \quad 1\frac{5}{12}$$

अत: हरे रंग का आयतन $1\frac{5}{12}$ है।

3. गीता ने लेस खरीदा $\frac{2}{5}$ मीटर

शमीम ने लेस खरीदा $\frac{3}{4}$ मीटर

गीता और शमीम द्वारा खरीदे गए लेस की कुल लम्बाई

$$\frac{2}{5} \text{ मीटर} \quad \frac{3}{4} \text{ मीटर}$$

5 और 4 का लघुत्तम समापर्वत्य 20 है। हर 20 वाली समतुल्य भिन्नों को व्यक्त करने के लिए हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2 \quad 4}{5 \quad 4} \quad \frac{3 \quad 5}{4 \quad 5}$$

$$\frac{8}{20} \quad \frac{15}{20} \quad \frac{8 \quad 15}{20} \quad \frac{23}{20}$$

$$\frac{20}{20} \quad \frac{3}{20} \quad 1 \quad \frac{3}{20} \quad 1\frac{3}{20}$$

अत गीता और शमीम द्वारा खरीदी गई लेस

$$1\frac{3}{20} \text{ मीटर}$$

चूँकि, $1\frac{3}{20} \quad 1$

इसलिए, पूरे बार्डर को बवर करने के लिए लेस प्रर्याप्त है।

4. (a) $\frac{6}{7} \quad \frac{4}{7}$

चूँकि हर समान है अर्थात् 7 इसलिए हम हर को 7 रखते हुए अंशों को घटा देगें।

$$\frac{6}{7} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{6 \quad 4}{8} \quad \frac{7}{2}$$

(b) $\frac{7}{9} \quad \frac{5}{9}$

चूँकि हर समान है, अर्थात् 9 इसलिए हम हर को 9 रखते हुए अशों को घटा देंगे।

$$\frac{7}{9} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{7 \quad 5}{9} \quad \frac{2}{9}$$

(c) $\frac{10}{27} \quad \frac{1}{27}$

चूँकि हर समान है, अर्थात् 27 इसलिए हम हर को 27 रखते हुए अशों को घटा देगें।

इसलिए, $\frac{10}{27} \quad \frac{1}{27} \quad \frac{10 \quad 1}{27}$

$$\frac{9}{27} \quad \frac{1}{3} \text{ (न्यूनतम रूप)}$$

5. (a) $\frac{8}{15} \quad \frac{3}{15}$

दोनों भिन्नों का हर 15 समान है।

इसलिए, $\frac{8}{15} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{8 \quad 3}{15} \quad \frac{5}{15} \quad \frac{1}{3}$

(न्यूनतम रूप)

(b) $\frac{2}{5} \quad \frac{4}{15}$

5 और 15 का LCM, 15 है।

इसलिए, $\frac{2}{5} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{2 \quad 3}{5 \quad 3} \quad \frac{4}{15}$

$$\frac{6}{15} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{6 \quad 4}{15} \quad \frac{2}{15}$$

(c) $\frac{5}{6} \quad \frac{4}{9}$

6 और 9 का LCM, 18 है।

इसलिए, $\frac{5}{6} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{5 \quad 3}{6 \quad 3} \quad \frac{4 \quad 2}{9 \quad 2}$

$$\frac{15}{18} \quad \frac{8}{18} \quad \frac{15 \quad 8}{18} \quad \frac{7}{18}$$

(d) $\frac{2}{3} \quad \frac{1}{2}$

3 और 2 का LCM 6 है।

इसलिए, $\frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2 \quad 2}{3 \quad 2} \quad \frac{1 \quad 3}{2 \quad 3}$

$$\frac{4}{6} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{4 \quad 3}{6} \quad \frac{1}{6}$$

6. (a) $\frac{10}{3}$ में से $\frac{13}{4}$

3 से 4 का लघुत्तम समापर्वत्य 12 है, हर 12 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने के लिए हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{10}{3} \quad \frac{13}{4} \quad \frac{10 \quad 4}{3 \quad 4} \quad \frac{13 \quad 3}{4 \quad 3}$$

$$\frac{40}{12} \quad \frac{39}{12} \quad \frac{40 \quad 39}{12} \quad \frac{1}{12}$$

(b) $\frac{23}{3}$ में से $\frac{18}{5}$

3 से 5 का लघुत्तम समापर्वत्य 15 है। हर 15 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{23}{3} \quad \frac{18}{5} \quad \frac{23 \quad 5}{3 \quad 5} \quad \frac{18 \quad 3}{5 \quad 3}$$

$$\frac{115}{15} \quad \frac{54}{15} \quad \frac{115 \quad 54}{15} \quad \frac{61}{15}$$

$$\frac{61}{15} \quad 4 \quad \frac{15}{15} \quad \frac{1}{15} \quad 4 \quad \frac{1}{15} \quad 4\frac{1}{15}$$

(c) $\frac{45}{7}$ से $\frac{29}{7}$

चूँकि दिए गए दोनों भिन्नों के हर समान हैं इसलिए अंशों को घटा देता हैं।

इसलिए, $\frac{45}{7} \quad \frac{29}{7} \quad \frac{45 \quad 29}{7} \quad \frac{16}{7}$

$$2 \quad \frac{7}{7} \quad \frac{2}{7} \quad 2 \quad \frac{2}{7} \quad 2\frac{2}{7}$$

7. (a) जया के घर से उसके स्कूल तक कुल दूरी $\frac{7}{10}$ किमी

वह ऑटो से दूरी तय करती है $\frac{1}{2}$ किमी

पैदल दूरी तय करती है

कुल दूरी – ऑटो द्वार तय की गई $\frac{7}{10} \quad \frac{1}{2}$

हर 10 के साथ समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हम पाते है।

$$\frac{7}{10} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{1 \quad 5}{2 \quad 5} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{5}{10}$$

$$\frac{7 \quad 5}{10} \quad \frac{2}{10} \quad \frac{1}{5} \text{ किमी.}$$

अत वह रोजना $\frac{1}{5}$ किमी पैदल चलती है।

(b) जीविका एक चक्कर करती है $\frac{10}{3}$ मिनट में नीमित एक चक्कर करता है $\frac{13}{4}$ मिनट में दोनों हरों को समान करने पर हम पाते हैं।

$\frac{10}{3} \quad \frac{10 \quad 4}{3 \quad 4} \quad \frac{40}{12}$ और $\frac{13}{4} \quad \frac{13 \quad 3}{4 \quad 3} \quad \frac{39}{12}$

स्पष्ट है, $\frac{40}{12} \quad \frac{39}{12}$

इस प्रकार जीविका अधिक समय लेती है।

दोनों के समय का अन्तर $\frac{40}{12} \quad \frac{39}{12}$

$$\frac{40 \quad 39}{12} \quad \frac{1}{12} \text{ मिनट}$$

अत: जीविका $\frac{1}{12}$ मिनट का समय अधिक लेती है।

अभ्यास 7.4

1. (a) $\frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5}$

8, 4 और 5 का लघुत्तम समापर्वतय 40 है, हर 40 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने के लिए हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{5 \quad 5}{8 \quad 5} \quad \frac{3 \quad 10}{4 \quad 10} \quad \frac{4 \quad 8}{5 \quad 8}$$

$$\frac{25}{40} \quad \frac{30}{40} \quad \frac{32}{40} \quad \frac{25 \quad 30 \quad 32}{40} \quad \frac{87}{40}$$

$$\frac{87}{40} \quad 2 \quad \frac{40}{40} \quad \frac{7}{40} \quad 2 \quad \frac{7}{40} \quad 2\frac{7}{40}$$

(b) $\frac{7}{10}\quad\frac{8}{9}\quad\frac{5}{6}$

10, 9 और 6 का लघुत्तम समापर्वत्य 90 है। हर 90 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{7}{10}\quad\frac{8}{9}\quad\frac{5}{6}\quad\frac{7\quad 9}{10\quad 9}\quad\frac{8\quad 10}{9\quad 10}\quad\frac{5\quad 15}{6\quad 15}$$

$$\frac{63}{90}\quad\frac{80}{90}\quad\frac{75}{90}\quad\frac{63\quad 80\quad 75}{90}\quad\frac{218}{90}$$

$\frac{218}{90}\quad\frac{109}{45}$ (न्यूनतम रूप)

$$2\quad\frac{45}{45}\quad\frac{19}{45}\quad 2\quad\frac{19}{45}\quad 2\frac{19}{45}$$

(c) $\frac{10}{21}\quad\frac{3}{7}\quad\frac{1}{3}$

21, 7 और 3 का लघुत्तम समापर्वत्य 21 है। हर 21 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हें प्राप्त होता है।

$$\frac{10}{21}\quad\frac{3}{7}\quad\frac{1}{3}\quad\frac{10}{21}\quad\frac{3\quad 3}{7\quad 3}\quad\frac{1\quad 7}{3\quad 7}$$

$$\frac{10}{21}\quad\frac{9}{21}\quad\frac{7}{21}\quad\frac{10\quad 9\quad 7}{21}\quad\frac{26}{21}$$

$$\frac{24}{21}\quad\frac{5}{21}\quad 1\quad\frac{5}{21}\quad 1\frac{5}{21}$$

(d) $\frac{5}{11}\quad\frac{3}{4}\quad\frac{19}{22}$

11, 4 और 22 का लघुत्तम समापवर्तरू 88 है। हर वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त केरन पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{5}{11}\quad\frac{3}{4}\quad\frac{19}{22}\quad\frac{5\quad 8}{11\quad 8}\quad\frac{3\quad 22}{4\quad 22}\quad\frac{19\quad 4}{22\quad 4}$$

$$\frac{40}{88}\quad\frac{66}{88}\quad\frac{76}{88}\quad\frac{40\quad 66\quad 76}{88}\quad\frac{182}{88}$$

$\frac{182}{88}\quad\frac{91}{44}$ (न्यूनतम रूप)

$$\frac{91}{44}\quad 2\quad\frac{44}{44}\quad\frac{3}{44}\quad 2\quad\frac{3}{44}\quad 2\frac{3}{44}$$

(e) $\frac{13}{14}\quad\frac{19}{21}\quad\frac{2}{3}$

14, 21 और 3 का लघुत्तम समापर्वतय 42 है, हर 42 वालों समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने के लिए हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{13}{14}\quad\frac{19}{21}\quad\frac{2}{3}\quad\frac{13\quad 3}{14\quad 3}\quad\frac{19\quad 2}{21\quad 2}\quad\frac{2\quad 14}{3\quad 14}$$

$$\frac{39}{42}\quad\frac{38}{42}\quad\frac{28}{42}\quad\frac{39\quad 38\quad 28}{42}\quad\frac{105}{42}$$

$\frac{105}{42}\quad\frac{5}{2}$ (न्यूनतम रूप)

$$\frac{5}{2}\quad 2\quad\frac{2}{2}\quad\frac{1}{2}\quad 2\quad\frac{1}{2}\quad 2\frac{1}{2}$$

(f) $\frac{7}{13}\quad\frac{2}{3}\quad\frac{1}{2}$

13, 3 और 2 का लघुत्तम समापर्वत्य 78 है। हर 78 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{7}{13}\quad\frac{2}{3}\quad\frac{1}{2}\quad\frac{7\quad 6}{13\quad 6}\quad\frac{2\quad 26}{3\quad 26}\quad\frac{1\quad 39}{2\quad 39}$$

$$\frac{42}{78}\quad\frac{52}{78}\quad\frac{39}{78}\quad\frac{42\quad 52\quad 39}{78}\quad\frac{133}{78}$$

$$\frac{133}{78}\quad\frac{78}{78}\quad\frac{55}{78}\quad 1\quad\frac{55}{78}\quad 1\frac{55}{78}$$

(g) $\frac{7}{9}\quad\frac{17}{18}\quad\frac{26}{27}$

9 , 18 और 27 का लघुत्तम समापर्वत्य 54 है। हर 54 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{7}{9}\quad\frac{17}{18}\quad\frac{26}{27}\quad\frac{7\quad 6}{9\quad 6}\quad\frac{17\quad 3}{18\quad 3}\quad\frac{26\quad 2}{27\quad 2}$$

$$\frac{42}{54}\quad\frac{51}{54}\quad\frac{52}{54}\quad\frac{42\quad 51\quad 52}{54}\quad\frac{145}{54}$$

$$\frac{145}{54}\quad 2\quad\frac{54}{54}\quad\frac{37}{54}\quad 2\quad\frac{37}{54}\quad 2\frac{37}{54}$$

(h) $\frac{3}{4}\quad\frac{1}{5}\quad\frac{8}{15}$

4, 5 और 85 का लघुत्तम समापर्वत्य 60 है। हर 60 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{3 \quad 15}{4 \quad 15} \quad \frac{1 \quad 12}{5 \quad 12} \quad \frac{8 \quad 4}{15 \quad 4}$$

$$\frac{45}{60} \quad \frac{12}{60} \quad \frac{32}{60} \quad \frac{45 \quad 12 \quad 32}{60} \quad \frac{89}{60}$$

$$\frac{89}{60} \quad \frac{60}{60} \quad \frac{29}{60} \quad 1 \quad \frac{29}{60} \quad 1\frac{29}{60}$$

(i) $\frac{8}{17} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{27}{51}$

17, 3 और 51 का लघुत्तम समापर्वत्य 51 है। हर 51 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने पर, हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{8}{17} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{27}{51} \quad \frac{8 \quad 3}{17 \quad 3} \quad \frac{2 \quad 17}{3 \quad 17} \quad \frac{27}{51}$$

$$\frac{24}{51} \quad \frac{34}{51} \quad \frac{27}{51} \quad \frac{24 \quad 34 \quad 27}{51} \quad \frac{85}{51}$$

$$\frac{51}{51} \quad \frac{34}{51} \quad 1 \quad \frac{34}{51} \quad 1\frac{34}{51}$$

2. जैक ने खाया $\frac{3}{5}$ पाई और सारा ने खाया $\frac{2}{7}$ पाई

वे दोनों मिलकर खाऐगे

वे दोनों मिलकर खाऐगे $\frac{3}{5} \quad \frac{2}{7}$ पाई

5 और 7 का LCM 35 है, हर 35 वाली समतुल्य भिन्नों के रूप में व्यक्त करने के लिए हम पाते हैं।

$$\frac{3}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{3 \quad 7}{5 \quad 7} \quad \frac{2 \quad 5}{7 \quad 5} \quad \frac{21}{35} \quad \frac{10}{35} \quad \frac{31}{35}$$

अत जैक और सारा दोनो मिलकर $\frac{31}{35}$ पाई खाएँगे।

3. पहले आदमी ने 7 रोटियाँ बाँटी, दूसरे आदमी ने 9 रोटियाँ बाँटी तथा तीसरे आदमी ने 10 रोटियाँ बाँटी। जिन भिखारियों को रोटियाँ दी गई उनकी संख्या 5 रोटियाँ बराबर-बराबर बाँटी गई थीं। तो प्रत्येक भिखारी को प्राप्त होगी $\frac{7}{5} \quad \frac{9}{5} \quad \frac{10}{5}$ ..... रोटियाँ

चूँकि, तीनों भिन्नों का हर समान है,

$$\frac{7 \quad 9 \quad 10}{5} \quad \frac{26}{5}$$

$$\frac{26}{5} \quad 5 \quad \frac{5}{5} \quad \frac{1}{5} \quad 5 \quad \frac{1}{5} \quad 5\frac{1}{5}$$

अत प्रत्येक भिखारी को $5\frac{1}{5}$ रोटिया मिलेंगी।

4. वह पत्नी को सम्पत्ति देता है $\frac{1}{3}$ हिस्सा

वह अपने पुत्र को सम्पत्ति देता है। $\frac{1}{2}$ हिस्सा

वह अपनी पुत्री को सम्पत्ति देता है। $\frac{1}{3}$ हिस्सा

उसने कुल दिया $\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$

$$\frac{2}{6} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{2 \quad 3 \quad 2}{6} \quad \frac{7}{6}$$

$$\frac{7}{6} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{1}{6} \quad 1 \quad \frac{1}{6}$$

लेकिन 1 $\frac{1}{6}$ उस सम्पत्ति से अधिक है।

अत: यह सम्भव नहीं है।

विविध प्रश्नावली

1. $\frac{4}{8}$

2. $\frac{13}{25}(0.32), \frac{7}{15}(0.46), \frac{11}{21}(0.52)$

3. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

4. $\frac{4}{5}$ चूँकि सभी अंश समान हैं, इसलिए सबसे छोटा हर सबसे बड़ी भिन्न में शामिल है।

5. $\frac{1}{3}, \frac{9}{24}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{3}{2}$

0.33, 0.37, 0.62, 0.83, 1.5

0.33 0.37 0.62 0.83 1.5

सही

6. प्रश्नानुसार

$$x \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{8} \qquad x \quad \frac{1}{8} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{5 \quad 16}{40} \quad \frac{21}{40}$$

7. कुल सीडी 3 5 8; खरीदी गई $\frac{3}{8}$

उपहार के रूप में प्राप्त $\frac{5}{8}$

खरीदी $\frac{3}{8}$, उपहार $\frac{5}{8}$

8. (a) $\frac{8}{2}$ $\frac{\square}{7}$ □ 7 4 28

(b) $\frac{5}{8}$ $\frac{10}{\square}$ □ $\frac{10 \quad 8}{5}$ 16

(c) $\frac{3}{5}$ $\frac{\square}{20}$ □ $\frac{3 \quad 20}{5}$ 16

(d) $\frac{18}{27}$ $\frac{\square}{4}$ □ $\frac{18 \quad 4}{24}$ 3

9. रमेश ने 20 में से 10 का प्रयोग किया $\frac{10}{20}$ $\frac{1}{2}$

शीला ने 50 में से 25 का प्रयोग किया $\frac{25}{50}$ $\frac{1}{2}$

जमाल ने 80 में से 40 का प्रयोग किया $\frac{40}{80}$ $\frac{1}{2}$

हाँ, सभी भिन्न समान हैं।

10. (a) 5 □ 2 (b) 12 □ 12
(c) 9 □ 10 (d) 24 □ 8
(e) 24 □ 10 (f) 15 □ 30
(g) 63 □ 27 (h) 8 □ 8
(i) 30 □ 40 (j) 24 □ 28
(k) 30 □ 30 (l) 105 □ 75

11. कक्षा A में,

कुल छात्र = 25

60% अंक प्राप्त करने वाले छात्र = 20

आवश्यक भिन्न $\frac{20}{25}$ $\frac{4}{5}$

इसी प्रकार कक्षा B के लिए,

आवश्यक भिन्न $\frac{24}{30}$ $\frac{4}{5}$

दोनों खंडों में समान अंश हैं।

12. (a) $\frac{1 \quad 1}{18}$ $\frac{2}{18}$ $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{8 \quad 3}{15}$ $\frac{11}{15}$

(c) $\frac{7 \quad 5}{7}$ $\frac{2}{7}$ (d) $\frac{1 \quad 21}{22}$ $\frac{22}{22}$ 1

(e) $\frac{12 \quad 7}{15}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{1}{3}$ (f) $\frac{5 \quad 3}{8}$ $\frac{8}{8}$ 1

13. (a) (+ →, − ↓)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{6}{3} = 2$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3} = 1$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

(b) (+ →, − ↓)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

14. (i) (d) (ii) (c) (iii) (a)

15. (i) आवश्यक दूरी

$1\frac{2}{5}$ $1\frac{5}{8}$ (1 1) $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{8}$

2 $\frac{16 \quad 25}{40}$ 2 $\frac{41}{40}$ $3\frac{1}{40}$ km

(ii) आवश्यक दूरी

$1\frac{2}{5}$ $1\frac{5}{8}$ $1\frac{1}{10}$ $4\frac{1}{8}$ km

(iii) आवश्यक दूरी $2\frac{1}{3}$ $\frac{7}{3}$ km

(iv) आवश्यक दूरी

$4\frac{1}{8}$ $2\frac{1}{3}$ $\frac{33}{8}$ $\frac{7}{3}$

$\frac{99 \quad 56}{24}$ $\frac{43}{24}$ $1\frac{19}{24}$ km

(v) $\frac{95}{4}$ x 25 x 25 $\frac{95}{4}$

$\frac{100}{4}$ $\frac{95}{4}$ $\frac{5}{4}$ $1\frac{1}{4}$

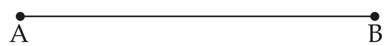
16. स्वयं करें।

❑❑❑

8 रचनाओं के साथ खेलना

प्रश्नावली 8.1

1. **चरण 1.** हम इसे 12 सेमी लम्बाई वाली केन्द्रीय रेखा *AB* से शुरू करते हैं।

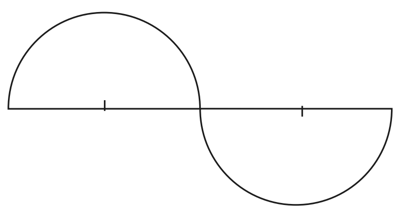


चरण 2. चूँकि, एक तरंग को दो आधे वृत्तों की आवश्यकता होती है। इसलिए *AB* पर 4 समान दूरी वाले बिन्दु अंकित करें।

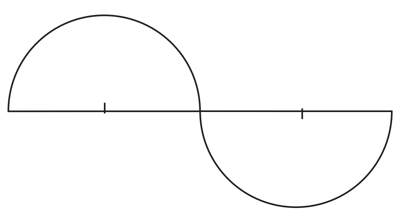
जहाँ *AC*   *CD*   *DE*   *EB*   3 सेमी प्रत्येक।

चरण 3. *C* को केन्द्र मानकर तथा परकार में *AC* के बराबर त्रिजया लेकर *AB* के ऊपर एक अर्द्धवृत्त बनाए।

इसी प्रकार *E* को केन्द्र मानकर तथा *EB* के बराबर त्रिज्या लेकर *AB* के नीचे एक और अर्द्धवृत्त बनाए।

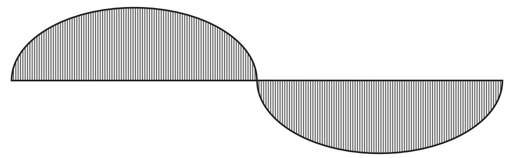


चरण 4. दोनों अर्द्धवृत्तों के अन्दर छायांकन करें।



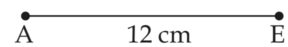
यह आवश्यक चित्र है।

2. 'लहरदार लहर' को दी गई आकृति के अनुसार बनाया जाना चाहिए, जो 'एक व्यक्ति' की आकृति की गर्दन में दिखाई दे रही है।



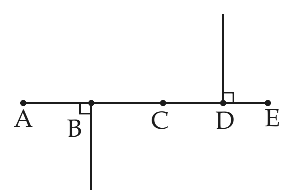
इस चित्र को बनाने के लिए आवश्यक चरण नीचे दिए गए हैं

चरण 1. एक केन्द्रीय रेखा *AE*   12 सेमी खींचें।

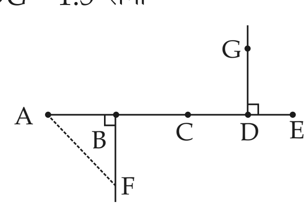


चरण 2. चूँकि दो बराबर क्षेत्र खींचे जाने हैं, इसलिए एक रूलर की मदद से *AE* को चार बराबर भागों में विभाजित करें जैसे कि *AB*   *BC*   *CD*   *DE*   3 सेमी

चरण 3. *B* और *D* पर चाँदे की सहायता से लंब रेखाएँ खींचे जैसाकि चित्र में दिखाया गया है।

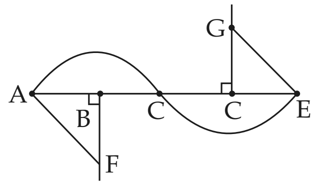


चरण 4. एक रूलर का प्रयोग करते हुए, दो लंब रेखाओं पर बिन्दु *F* और *G* अंकित करें जैसे *BF*   *DG*   1.5 सेमी

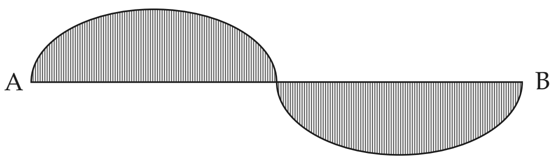


चरण 5. *A* को *F* से तथा *F* को *G* से मिलाइए। *F* और *G* को केन्द्र मानकर तथा त्रिज्या को *AF* या

उं के बराबर लेकर दो चाप खींचिए, एक रेखा AE के ऊपर तथा दूसरा नीचे।



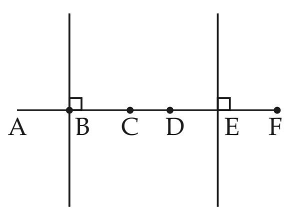
चरण 6. दो चापों के अंदन छायांकन करें।



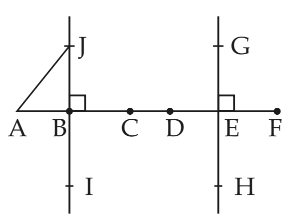
3. इस कलाकृति के लिए निमनलिखित चरणों को पालन किया जाएगा।

चरण 1. एक रेखाखण्ड AF 8.5 सेमी खींचें। एक पैमाना की सहायता से उस पर बिन्दु C और इस प्रकार अंकित करें कि AC 4 सेमी, CD 0.5 सेमी और DB 4 सेमी हो। उस पर बिन्दु B और E इस प्रकार अंकित करें कि AB 2 सेमी और EF 2 सेमी हो।

चरण 2. चाँदे का उपयोग करके बिन्दु B और E पर लंब रेखाएँ खींचें।

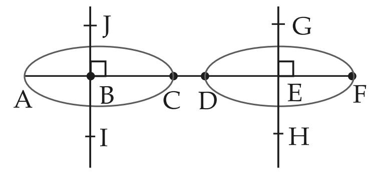


चरण 3. परकार का उपयोग करके चाप खींचकर BJ BI EG EH 1.5 सेमी काटें। A को J से मिलाएँ।

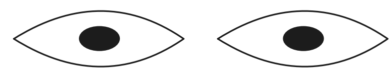


चरण 4. केन्द्र J और समान दूरी पर परकार में AJ लेकर A से C तक एक चाप बनाएँ, केन्द्र I और समान दूरी पर A से C तक एक और चाप बनाएँ।

इसी प्रकार, G और H को केन्द्र मानकर D से F तक दो चाप खींचिए।

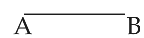


चरण 5. बिन्दु B और E काले-काले घेरे के रूप में बदल जाते हैं।

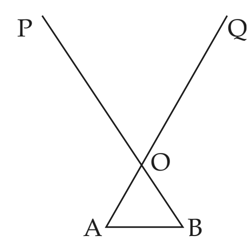


इसलिए, हमें आँखों का आकार मिलता है।

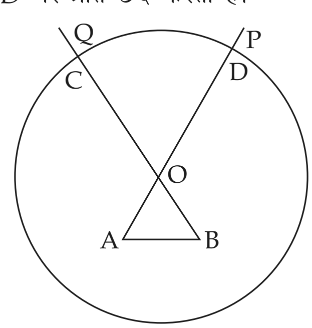
4. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड AB 1 सेमी खींचें।



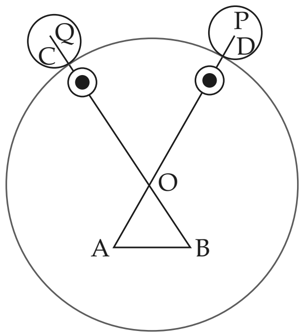
चरण 2. एक चाँदे का उपयोग करके बिन्दु A और B पर 60° का कोण बनाएँ जिससे कोण रेखाएँ BP और AQ पर कट जाएँ।



चरण 3. O को केन्द्र मानकर तथा 2.5 सेमी त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचिए जो कोण की दो रेखाओं को C तथा D पर प्रतिच्छेद करता है।

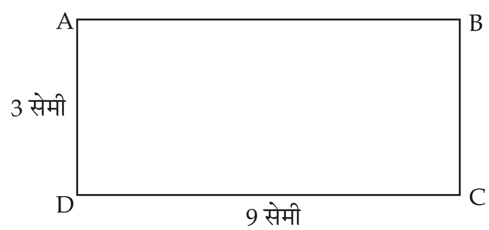


चरण 5. P और Q को केन्द्र मानकर तथा परकार की त्रिज्या को $PD \quad QC$ के बराबर मानकर वृत्त बनाएँ। भुजाओं AD और BC पर छोटे वृत्त बनाएँ जैसा कि नीचे दिए गए चित्र में दिखाया गया है।



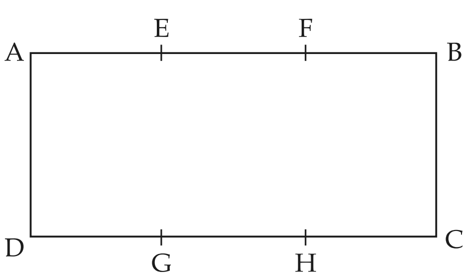
इस प्रकार, हमें एक आदमी का चेहरा प्राप्त हुआ।

5. **चरण 1.** 9 सेमी लंबाई और 3 सेमी चौड़ाई वाला एक आयत बनाते हैं।

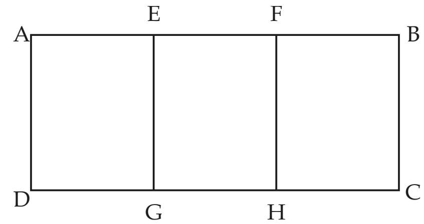


चरण 2. परकार या पैमाना का उपयोग करके AB को तीन बराबर भागों में विभाजित करें अर्थात् $AE \quad EF \quad FB \quad 3$ सेमी

इसी प्रकार, DC को तीन बराबर भागों में विभाजित करें जैसे $DG \quad GH \quad HC$.



चरण 3. E को G से तथा F को H से मिलाइए।



$AEGD, EFHG$ और $FBCH$ आवश्यक वर्ग हैं।

सत्यापन: कोण $\quad ABD \quad 90$ (आयत का कोण)

$AD \quad 3$ सेमी (दिए गए आयत की चौड़ाई

$AE \quad DG \quad 3$ सेमी (रचना से)

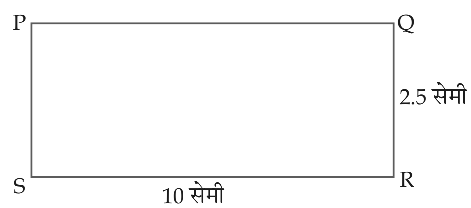
$AD \quad EG \quad 3$ सेमी

इस प्रकार $AEGD$ एक वर्ग है।

अत: $AEGD, EFHG$ तथा $FBCH$ वे वर्ग हैं जिनका योग आयत $ABCD$ के बराबर है।

6. नीचे दिए गए चरणों का उपयोग करके, समस्या को आसान बनाया जा सकता है।

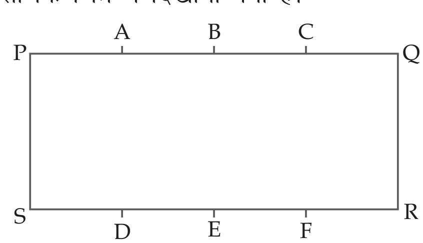
चरण 1. 10 सेमी लम्बाई और 2.5 चौड़ाई वाला एक आयत बनाइये।



चरण 2. पैमाना या परकार का उपयोग करके PQ को 4 बराबर भागों में इस प्रकार विभाजित करें

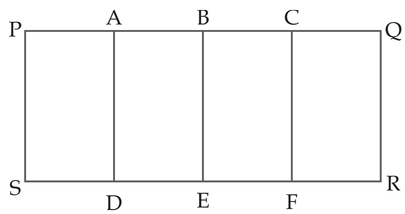
$PA \quad AB \quad BC \quad CQ \quad 2.5$ सेमी

इसी प्रकार RS को भी 4 बराबर भागों में विभाजित करें जैसे कि $SD \quad DE \quad EF \quad FR \quad 2.5$ सेमी जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



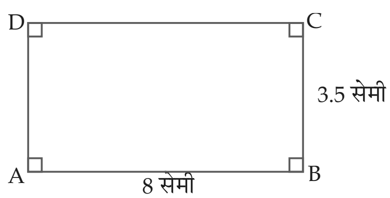
चरण 3. A को D, B को E और C को F से मिलाइए जिससे वर्ग $PADS, ABED, BCFE$ और $CQRF$ प्राप्त हो जाए।

अत: $PADS, BED, BCFE$ तथा $CPRS$ अभीष्ट वर्ग है।

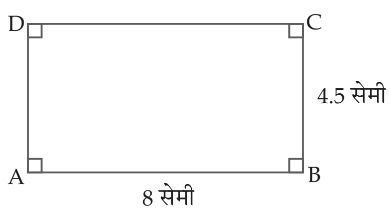


7. (a) जब किसी दिए गए आयत की लंबाई उसकी चौड़ाई की ठीक दोगुनी नहीं होती है, तो आयत को दो समान वर्गों में विभाजित नहीं किया जा सकता है। अर्थात् AB 8 सेमी और चौड़ाई BC 3.5 सेमी या लम्बाई AB 8 सेमी और चौड़ाई BC 4.5 सेमी

(A)



(B)

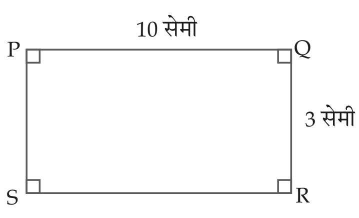


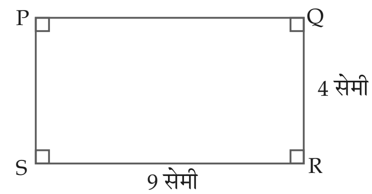
इन दोनों मामलों में, आयतों को दो समान वर्गों में विभाजित नहीं किया जा सकता है।

(b) यदि किसी आयत की लम्बाई उसकी चौड़ाई से ठीक गुना अधिक नहीं है, तो आयत को तीन समान वर्गों में विभाजित नहीं किया जा सकता है।

यानि, PQ 10 सेमी और QR 3

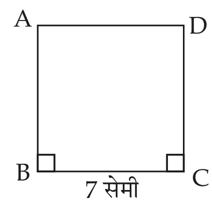
या PQ 9 सेमी और QR 4 सेमी



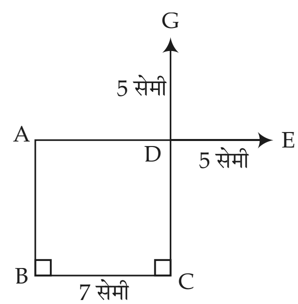


उपरोक्त दो मामलों में, आयतों को दो समान वर्गों में विभाजित नहीं किया जा सकता है।

8. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड BC 7 सेमी खींचें। चाँचे का उपयोग करके बिन्दु B और C पर लम्ब खींचें, जैसेकि BA CD 7 सेमी।

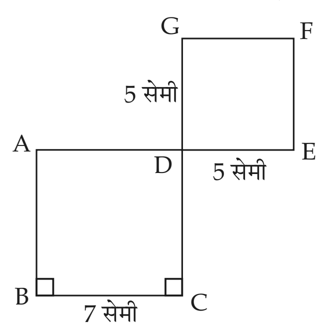


चरण 2. AD को E तक इस प्रकार बढ़ाएँ कि DE 5 सेमी और CD को G तक इस प्रकार बढ़ाएँ कि DG 5 सेमी

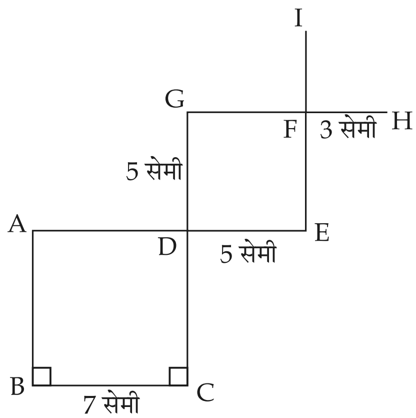


चरण 3. E और G को केन्द्र मानकर और परकार में 5 सेमी की दूरी रखते हुए दो चाप लागए जो एक-दूसरे को F पर प्रतिच्छेदित करें।

E को F से तथा G को F से मिलाइये।

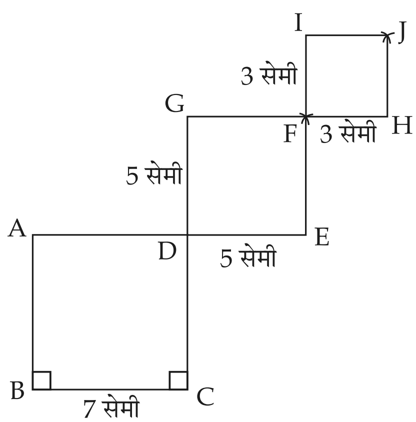


चरण 4. *GH* को *H* तक इस प्रकार बढ़ाएँ कि *FH* 3 सेमी, *EF* को *I* तक इस प्रकार बढ़ाएँ कि *FI* 3 सेमी



चरण 5. *H* और *I* को केन्द्र मानकर तथा परकार में 3 सेमी दूरी रखते हुए दो चाप खींचिए, जो एक-दूसरे को *J* पर प्रतिच्छेद करें।

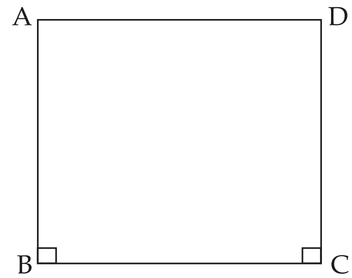
H को *J* से ओर *I* को *J* से मिलाइए।



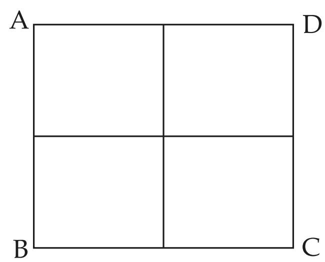
अत: प्राप्त चित्र अभीष्ट गिरते हुए वर्ग है।

9. माना 5 सेमी भुजा वाला एक वर्ग बनाना है तब इसे 4 समान वर्गों में विभाजित करते हैं तब और फिर प्रत्येक छोटे वर्ग के अन्दर 0.5 सेमी त्रिज्या के चार छेद बनाते हैं।

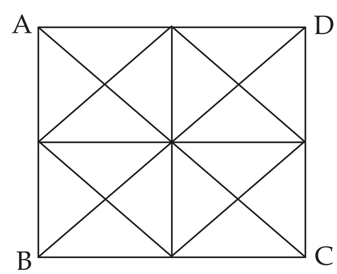
चरण 1. 5 सेमी लम्बी भुजा वाला एक वर्ग बनाए जैसा आपने पहले बनाया था।



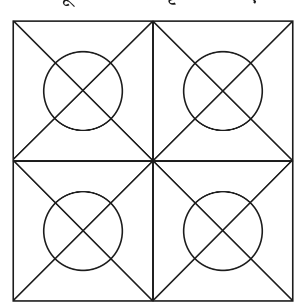
चरण 2. निर्मित वर्ग के प्रत्येक पक्ष पर पैमाना या परकार का उपयोग करके निशान लगाएँ, इसे दो बराबर भागों में विभाजित करें और विपरीत चिह्नों को जोड़ दें जैसाकि चित्र में दिखाया गया है।



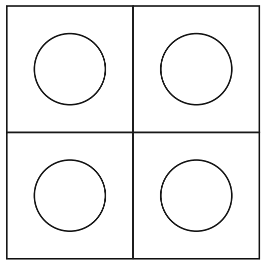
चरण 3. अब प्रत्येक वर्ग का मध्य बिन्दु प्राप्त करने के लिए प्रत्येक वर्ग के विकर्ण खींचें।



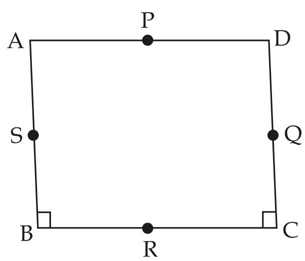
चरण 4. विकर्णों के प्रतिच्छेद बिन्दुओं के केन्द्र और 0.5 सेमी की दूरी लेकर वृत्त बनाए।



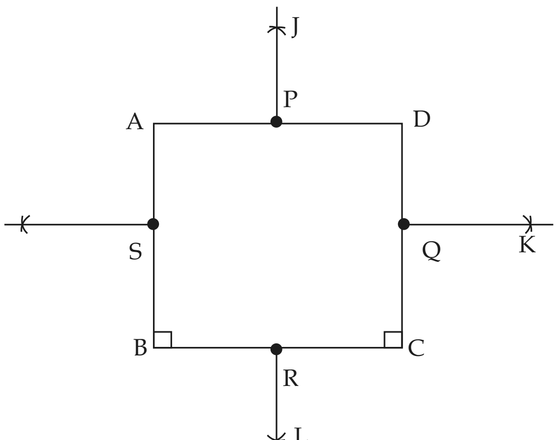
अत: निम्नलिखित चित्र आवश्यक चित्र है।



10. चरण 1. एक वर्ग बनाइये जिसकी भुजा की लम्बाई 8 सेमी हो तथा इसकी चारों भुजाओं के मध्य-बिन्दु अंकित करके उन्हें $PQRS$ से चिह्नित कीजिए।

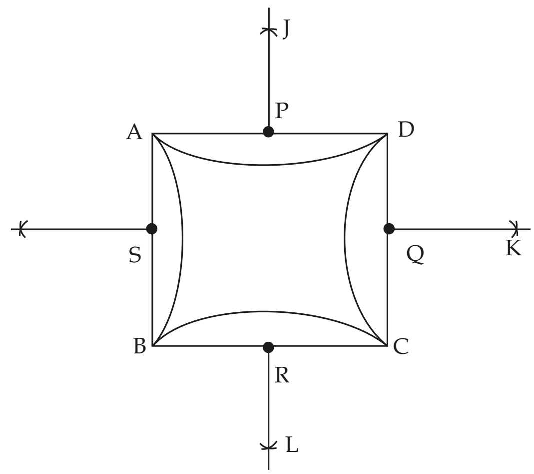


चरण 2. वर्ग की भुजाओं के मध्य-बिन्दुओं पर लम्ब PJ, QK, RL और SM इस प्रकार खींचें कि $PJ \quad QK \quad RL \quad SM \quad 4$ और SM इस प्रकार खींचें कि $PJ \quad QK \quad RL \quad SM \quad 4$ सेमी होता तथा AM से मिलाएँ।



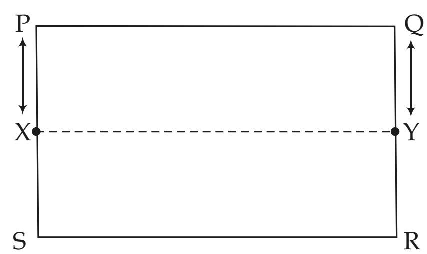
चरण 3. M को केन्द्र मानकर तथा परकार में दूरी रखते हुए A और B पर मिलने वाला चाप लगाएँ। इसी प्रकार, J, K और L को केन्द्र मानकर तथा परकार में समान दूरी रखते हुए, इस प्रकार चाप लगाएँ कि वे दोनों सम्बन्धित भुजाओं पर मिलें।

इस प्रकार प्राप्त चित्र आवश्यक चित्र है।

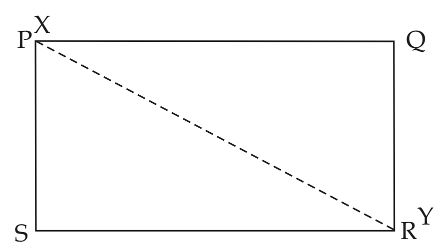


अभ्यास 8.1

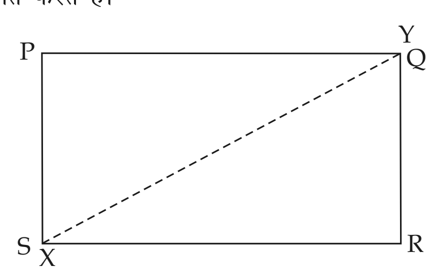
1. (a)



लम्बाई XY लम्बाई का PQ 8 सेमी



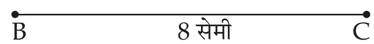
पैमाना का उपयोग करके हम लम्बाई YX 10 सेमी ज्ञात करते हैं।



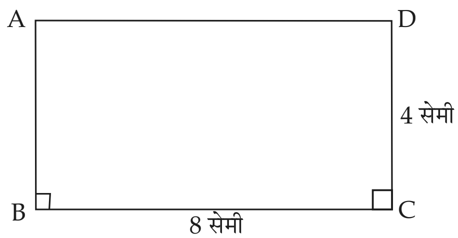
एक पैमाना का प्रयोग करके, हम XY की लम्बाई 10 सेमी ज्ञात करते हैं।

(d) X, S से बातचीत करता है और Y, Q से बातचीत करता है। अत: XY SR 8 सेमी

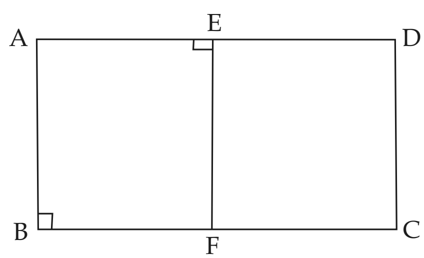
2. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड BC 8 सेमी खींचें।



चरण 2. चाँदें का उपयोग करते हुए बिन्दुओं B और C पर लम्ब AB और CD इस प्रकार खींचिए कि AB CD 4 सेमी, A और D को मिलाइए।



चरण 3. पैमाना और परकार का उपयोग कर बिन्दु E अंकित करो और AD और BC पर F लगाकर उनहें बराबर भाग दें E को F से मिलाएँ।



$ABFE$ और $EFCD$ अभीष्ट वर्ग है।

AB EF 4 सेमी

AE BF 4 सेमी

A B F E 90

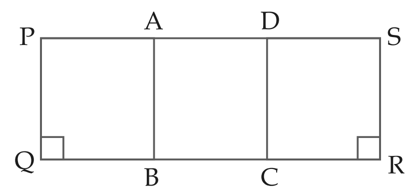
अत: 4 भुजाएँ और 4 कोण बराबर है, इसलिए $ABFE$ और $EFCD$ वर्ग है।

3. **चरण 1.** चाँदे का उपयोग करके एक रेखाखण्ड QR 7.5 सेमी खींचें, बिन्दु Q और R पर लम्ब PQ और RS इस प्रकार खींचें कि PQ RS 2.5 सेमी हो।

PS प्राप्त करने के लिए P को S से मिलाएँ

चरण 2. 2.5 सेमी की दूरी लेकर तथा केन्द्र P और Q लेकर PS पर चाप A और QR पर B बनाएँ। इसी प्रकार केन्द्र S और R लेकर तथा 2.5 सेमी की समान दूरी लेकर PS पर चाप D और GR पर C बनाएँ।

A को B से तथा D को C से मिलाइये।



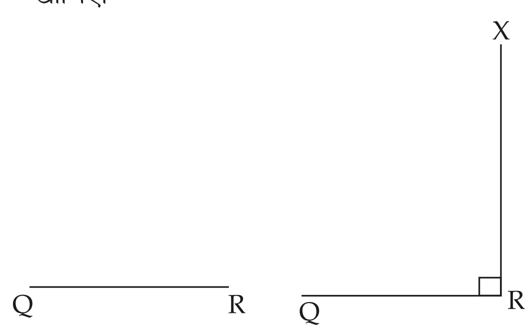
$PQBA, ABCD$ और $DCRS$ अभीष्ट वर्ग हैं।

4. (a) नहीं, क्योंकि आयत की लम्बाई 8 सेमी, चौड़ाई 3 सेमी की दोगुनी नहीं हैं। (b) नहीं, क्योंकि आयत की लम्बाई 10 सेमी उसकी चौड़ाई 3.5 सेमी की तिगुनी नहीं है। (c) हाँ, क्योंकि आयत की लम्बाई 12 सेमी, उसकी चौड़ाई 3 सेमी की 4 गुना है।

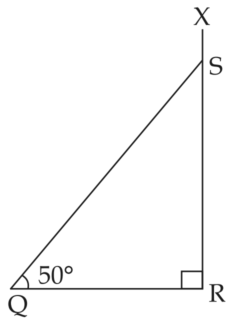
प्रश्नावली 8.2

1. **चरण 1.** माना लंबाई वाला एक रेखाखण्ड QR बनाएँ।

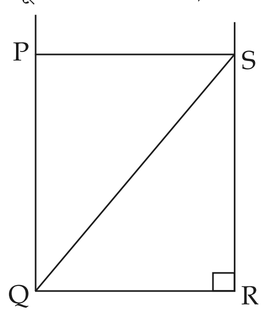
चरण 2. बिन्दु R से गुजरते हुए QR पर लम्ब RX खींचिए।



चरण 3. बिन्दु Q से $40°$ का कोण बनाते हुए एक रेखा खींचें जो RX को S पर प्रतिच्छेद करें।



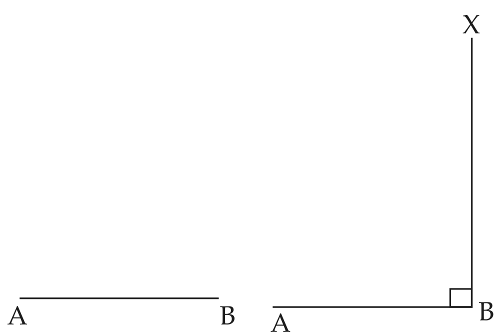
चरण 4. QR और RS पर क्रमश: बिन्दुओं Q और S से होकर जाने वाले लम्ब खींचें। जहाँ ये लम्ब रेखाएँ एक-दूसरे को काटती हैं, वहाँ P अंकित करें।



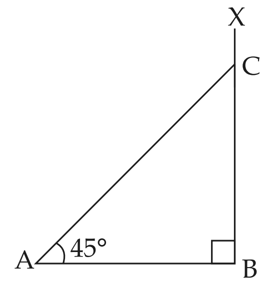
अत: $PQRS$ अभीष्ट आयत है।

2. **चरण 1.** मनमाना लम्बाई वाला एक रेखाखण्ड AB खींचें।

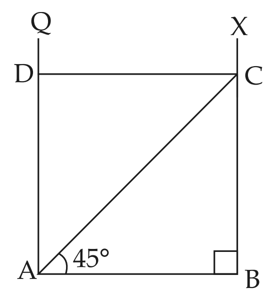
चरण 2. B से होकर AB पर लम्ब खींचें।



चरण 3. A से $45°$ का कोण बनाते हुए एक रेखा खींचें जो BX को C पर प्रतिच्देद करे।



चरण 4. AB और BC पर क्रमश: बिन्दुओं A और C से होकर लम्ब खींचें। जहाँ ये लम्ब एक-दूसरे को काटते हैं। वहाँ D का चिह्न लगाएँ।

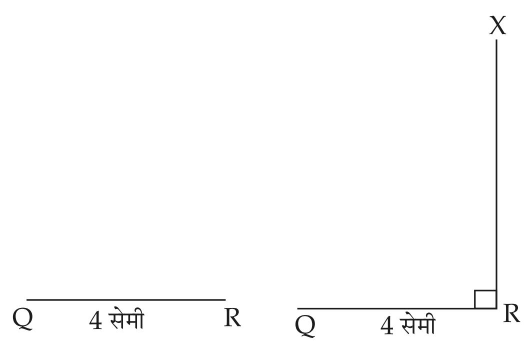


अत: $ABCD$ अभीष्ट आयत है।

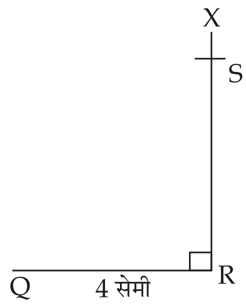
हम पाते हैं कि इस आयत की चारों भुजाएँ बराबर हैं अर्थात् $AB \quad BC \quad CD \quad DA$.

3. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड QR 4 सेमी खींचें।

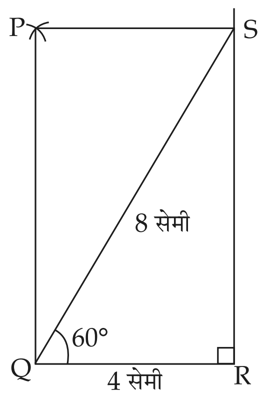
चरण 2. बिन्दु R से होकर जाने वाली एक लम्ब रेखा RX खींचिए।



चरण 3. Q को केन्द्र मानकर तथा 8 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाएँ जो RX को S पर प्रतिच्छेद करता है।

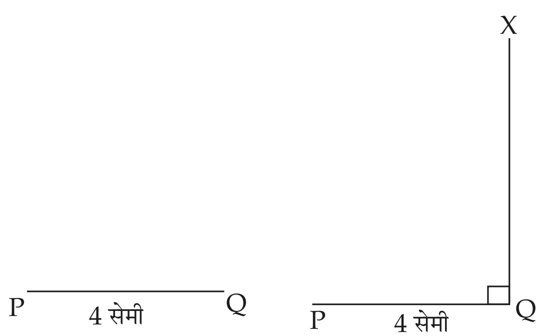


चरण 4. QR और RS पर क्रमश: बिन्दुओं Q और S से होकर जाने वाले लम्ब खींचें। इन दो लम्बों के प्रतिच्छेद बिन्दु पर P अंकित करें।

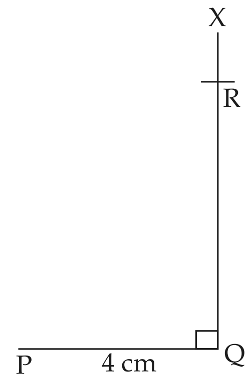


4. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड PQ 3 सेमी खींचें।

चरण 2. Q से होकर PQ पर एक लम्ब QX खींचिए।



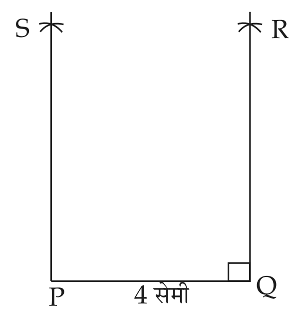
चरण 3. P को केन्द्र मानकर तथा परकार में 7 सेमी की दूरी लेकर एक चार लगाइए जो QX को R पर काटता है।



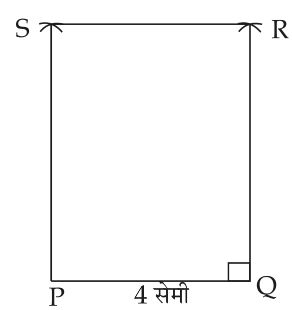
चरण 4. P को केन्द्र मानकर तथा परकार में QR के बराबर दूरी लेकर एक चाप खींचिए।

चरण 5. R को केन्द्र मानकर तथा PQ 3 सेमी दूरी लेकर, पहले चाप को प्रतिच्छेद करने के लिए दूसरी चाप लगाएँ।

चरण 6. दो चापों के प्रतिच्छेद बिन्दु को S से चिह्नित करें।



चरण 7. S को R से मिलाइए।



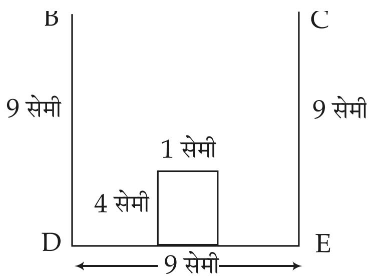
अत: $PQRS$ अभीष्ट आयत है।

5. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड DE 9 सेमी खींचें।

चरण 2. बिन्दु D और E से होकर DE पर क्रमश: 9 सेमी लम्बाई के लम्ब BD और CE खींचिए।

चरण 3. DE पर क्रमश: D और E से 4 सेमी दूर बिन्दु अंकित करें।

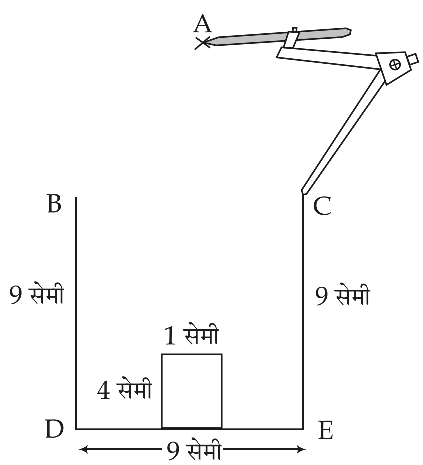
चरण 4. इन दो बिन्दुओं पर 4 सेमी ऊँचाई के लम्ब खींचें तथा दोनों लम्बों के अन्तिम बिन्दुओं को मिलाएँ।



चरण 5. B को केन्द्र मानकर तथा परकार से 9 सेमी दूरी लेकर एक चाप लगाएँ।

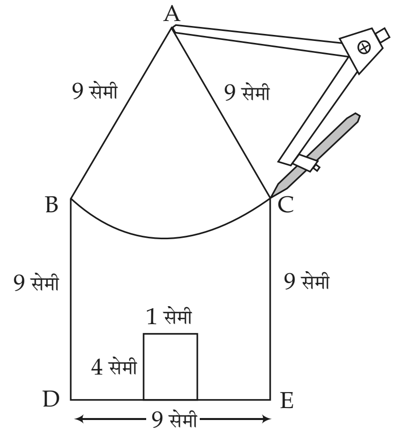
चरण 6. इसी प्रकार C को केन्द्र मानकर 9 सेमी दूरी पर एक और चाप लगाएँ।

चरण 7. दो चापों के प्रतिच्छेद बिन्दु पर A अंकित करें।



चरण 8. A को B से तथा A को C से मिलाइए।

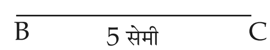
चरण 9. परकार में 9 सेमी त्रिज्या लेकर बिन्दु A से B और C को स्पर्श करते हुए एक चाप लगाएँ जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।



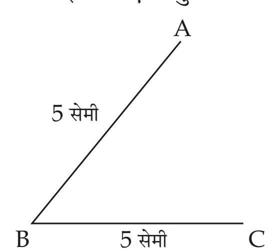
अब आपका घर तैयार है

6. हाँ, समचतुर्भुज एक 4-भुजा वाली आकृति है जिसमें सभी भुजाएँ बराबर लंबाई की होती हैं, लेकिन यह वर्ग नहीं है। समचतुर्भुज बनाने के लिए, निम्नलिखित कदम उठाए जाने चाहिए।

चरण 1. रेखाखण्ड BC = 5 सेमी खींचें।

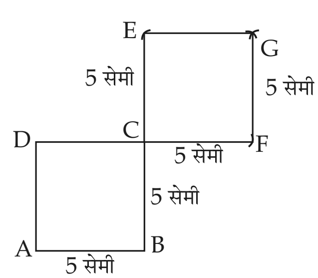


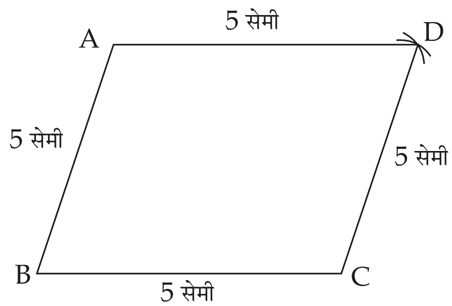
चरण 2. बिंदु से 90° अलावा कोई अन्य कोण बनाते हुए 5 सेमी लंबाई की एक भुजा AB खींचिए।



चरण 3. अब A और C को केंद्र मानकर परकार से 5 सेमी की दूरी पर चाप लगाएं जो एक दूसरे को बिंदु D पर काटें।

चरण 4. A को D से तथा C को D से मिलाइए।



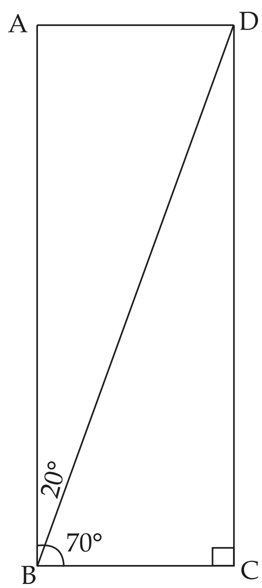


इसलिए, $ABCD$ एक समचतुर्भुज है, जिसमें चार बराबर भुजाएँ हैं, लेकिन 4 बराबर कोण नहीं हैं। इसलिए, यह एक वर्ग नहीं है।

इसलिए $ABCD$ एक समचतुर्भुज है, जिसमे ंचार बराबर भुजाएँ हैं, लेकिन 4 बराबर कोण नहीं हैं। इसलिए, यह एक वर्ग नहीं है।

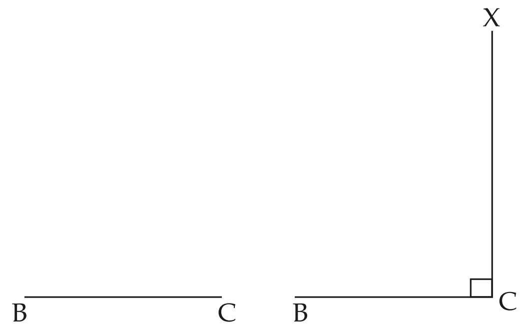
अभ्यास 8.2

1. सर्वप्रथम आयत $ABCD$ रका कच्चा चित्र बनाइये।

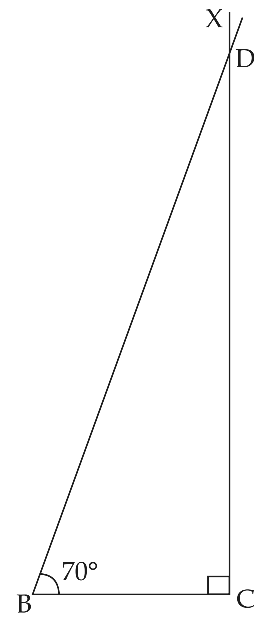


चरण 1. मनमाना लंबाई वाला एक रेखाखंड C खींचे।

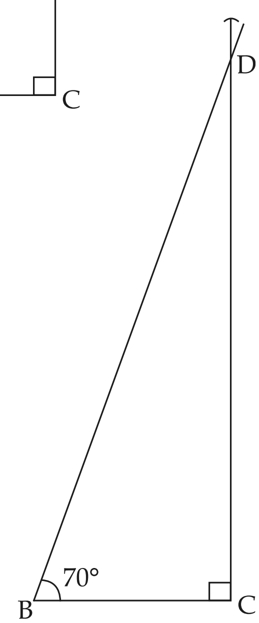
चरण 2. बिंदु C से गुजरते हुए BC पर लंब CX खींचे।



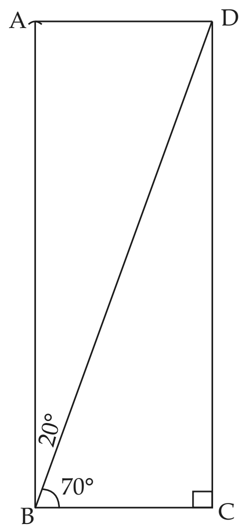
चरण 3. बिंदु B पर BC से $70°$ का कोण बनाती हुई एक रेखा खींचे जो CX को D पर प्रतिच्छेद करे।



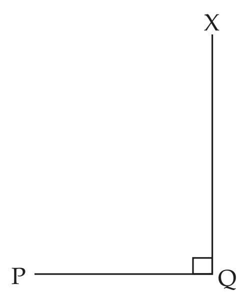
चरण 4. B को केंद्र मानकर तथा CD के बराबर दूरी पर कम्पास में एक चाप बनाएं। फिर D को केंद्र मानकर तथा BC के बराबर दूरी पर एक और चाप बनाएं जो पहले चाप को A पर काटता है।



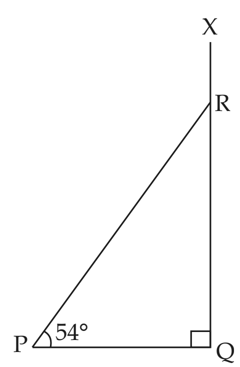
चरण 5. A को B से तथा A को D से मिलाइए। अत: $ABCD$ अभीष्ट आयत है।



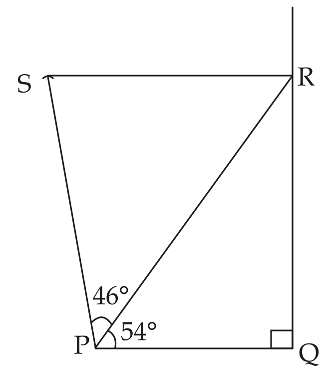
2. चरण 1. एक अनियमित लंबाई वाला रेखाखंड PQ खींचे और बिंदु Q से होकर एक लंब रेखा QX खींचे।



चरण 2. बिंदु P पर PQ से 54° का कोण बनाते हुए एक रेखाखंड खींचे जो QX को बिंदु R पर प्रतिच्छेद करता है।

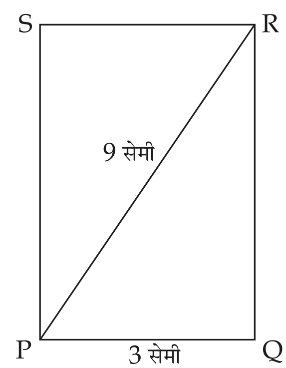


चरण 3. P और R को केन्द्र मानकर तथा परकार में क्रमश: QR और PQ के बराबर दूरी लेकर चाप लगाइए जो एक दूसरे को बिंदु S पर काटते हैं।



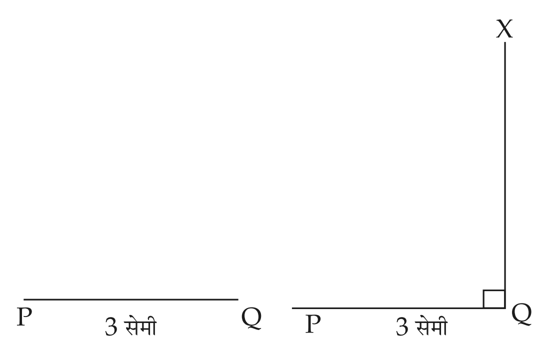
अत: $PQRS$ अभीष्ट आयत है।

3. सबसे पहले एक कच्चा चित्र बनाइये।

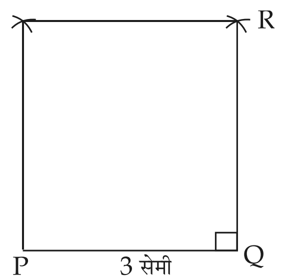


चरण 1. एक रेखाखण्ड PQ 3 सेमी खींचे।

चरण 2. बिदु Q से होकर PQ पर लम्ब QX खीचिए।

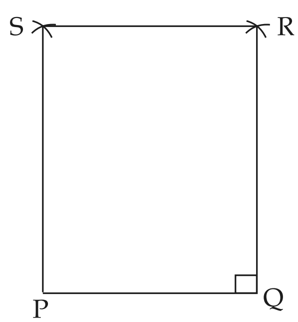


चरण 3. P को कंद्र मानकर तथा विकर्ण से 9 सेमी की दूरी लेकर एक चाप लगाएं जो QX को R पर प्रतिच्छेदित करे।



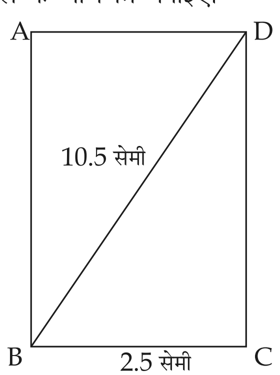
चरण 4. P और R केन्द्र मानकर तथा QR और PQ के बीच की दूरी क्रमश: बराबर लेकर, एक दूसरे को बिन्दु S पर प्रतिच्छेद करने वाले चाप लगाइए।

चरण 5. S को P से तथा 5 को R से मिलाएँ।



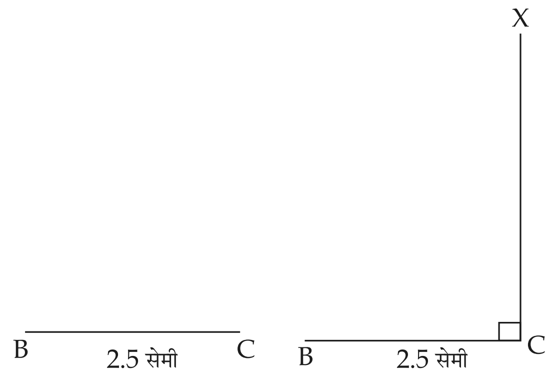
अत: $PQRS$ अभीष्ट आयत है।

4. सबसे पहले कच्चा चित्र बनाइए।

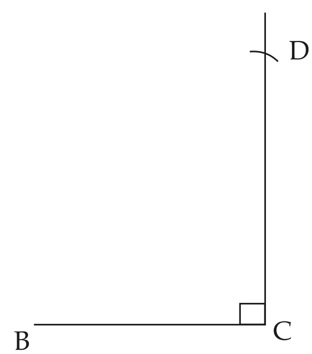


चरण 1. एक रेखाखंड BC 2.5 सेमी खींचे।

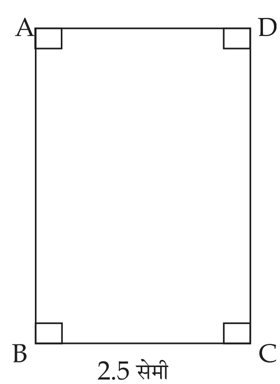
चरण 2. बिन्दु C से होकर BC पर लंब खींचे।



चरण 3. B को केंद्र मानकर तथा परकार में 10.5 रसेमी की दूरी लेकर एक रेखा खींचे जो D पर डाले गए लंब को प्रतिच्छेद करती है।



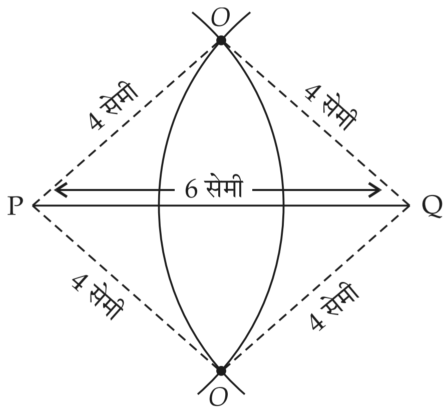
चरण 4. BC और CD पर क्रमश: बिन्दुओं B और D से होकर लंब खींचें। लंब के प्रतिच्छेद बिंदु पर A अंकित करें।



अत: $ABCD$ अभीष्ट आयत है।

विधि प्रश्नावली

1. (a) शीर्ष



(b) दो बिन्दु O और O ही ज्ञात किए जा सकते हैं।

2. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड AB 10 सेमी खींचें।

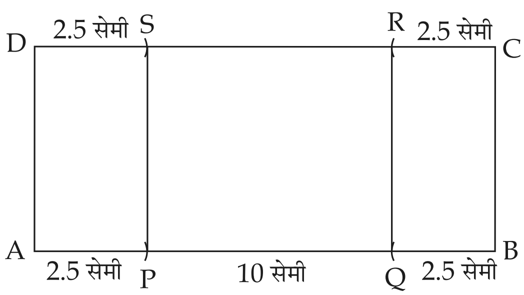
चरण 2. बिन्दु A और B पर 5 सेमी लम्बाई का AD और BC खींचिए।

चरण 3. C को D से मिलाइये।

चरण 4. अब परकार में 2.5 सेमी की दूरी लेकर A से एक चाप लगाएँ जो AB को बिन्दु P पर प्रतिच्छेद करे।

चरण 5. इसी प्रकार, बिन्दु B से 2.5 सेमी की दूरी पर एक चाप लगाएँ जो BA को बिन्दु Q पर प्रतिच्छेद करता है।

चरण 6. इसी प्रकार बिन्दु C और D से CD पर चाप R और S खींचिए।



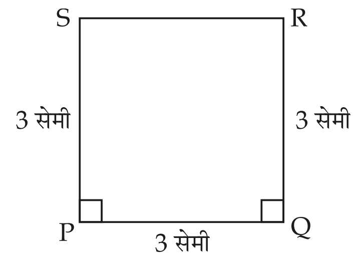
चरण 7. P को S से तथा Q को R से मिलाइए।

अत: $PQRS$ अभीष्ट वर्ग है जिसका केन्द्र आयत के केन्द्र के समान है।

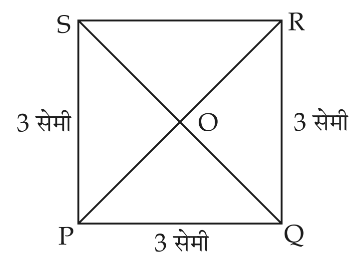
3. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड PQ 3 सेमी खींचें

चरण 2. बिन्दुओं P और Q पर लम्ब PS और QR इस प्रकार खींचें कि PS QR 3 सेमी।

चरण 3. S को R से मिलाएँ।

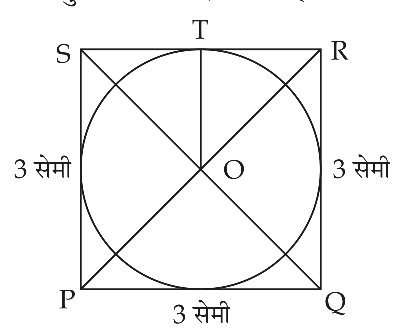


चरण 4. P को R से तथा Q को S से मिलाइए ताकि ये एक-दूसरे को बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करें।



चरण 5. बिन्दु O से RS पर लम्ब OT खींचें।

चरण 6. O को केन्द्र मानकर परकार में OT के बराबर दूरी लेकर एक वृत्त खींचिए जो वर्ग $PQRS$ की चारों भुजाओं को स्पर्श करता हो।

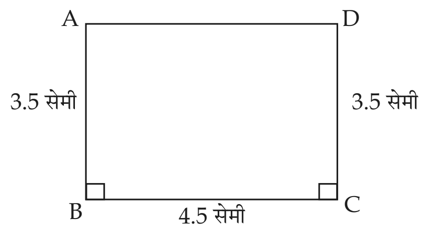


अत: प्राप्त वृत्त ही अभीष्ट वृत्त हैं।

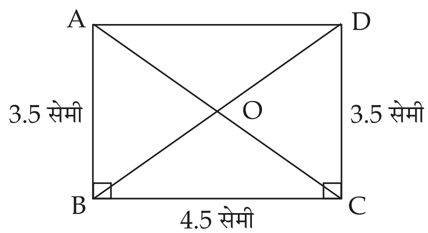
4. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड BC 4.5 सेमी खींचें।

चरण 2. बिन्दुओं B और C पर लम्ब AB और CD इस प्रकार खींचें कि AB CD 3.5 सेमी

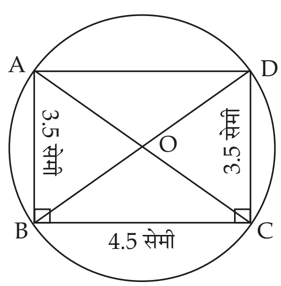
चरण 3. A को D से मिलाइए।



चरण 4. A को C से और B को D से मिलाइए ताकि वे एक-दूसरे को O बिन्दु पर प्रतिच्देद करें।



चरण 5. O का केन्द्र मानकर तथा OA क बराबर दूरी लेकर, परकार की सहायता से एक वृत्त खींचिए जो बिन्दुओं A, B, C तथा D से होकर जाता हो।

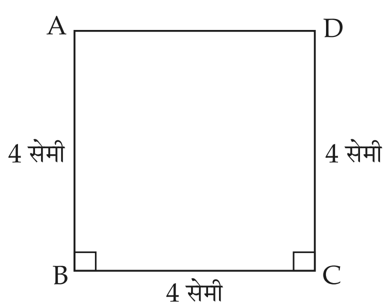


यह अभीष्ट वृत्त है।

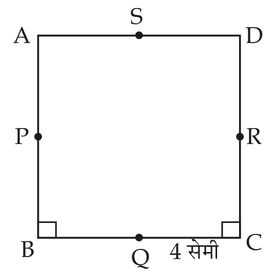
5. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड BC 4 सेमी खींचें।

चरण 2. बिन्दुओं B और C पर लम्ब AB और CD इस प्रकार खींचें कि AB CD 4 सेमी

चरण 3. A और D से मिलाएँ



चरण 4. रूलर या परकार की सहायता से क्रमश: भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य बिन्दु P, Q, R, S ज्ञात कीजिए।

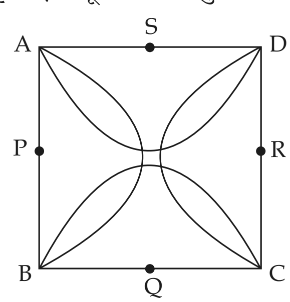


चरण 5. P को केन्द्र मानकर तथा परकार में AP या BP 2 सेमी दूरी लेकर, एक अर्द्धवृत्त खींचें।

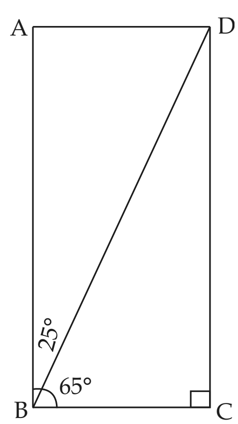
चरण 6. Q को केन्द्र मानकर तथा परकार में दूरी AB QC 2 सेमी लेकर एक और अर्द्धवृत्त खींचिए।

चरण 7. R और S को केन्द्र मानकर तथा परकार में समान दूरी रखते हुए, दो अन्य अर्द्धवृत्त बनाएँ।

ये सभी वृत्त एक-दूसरे को बिन्दु O पर स्पर्श करते हैं।

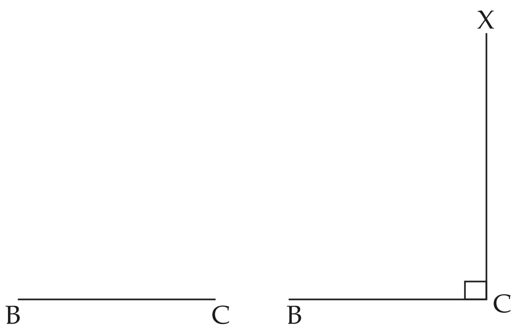


6. सर्वप्रथम आयत $ABCD$ रका कच्चा चित्र बनाइये।

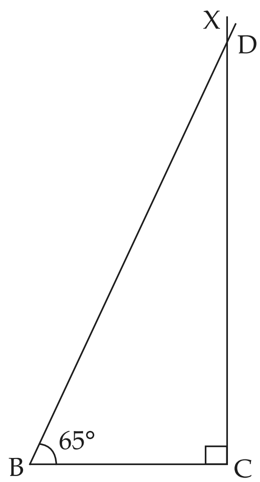


चरण 1. मनमाना लंबाई वाला एक रेखाखंड C खींचे।

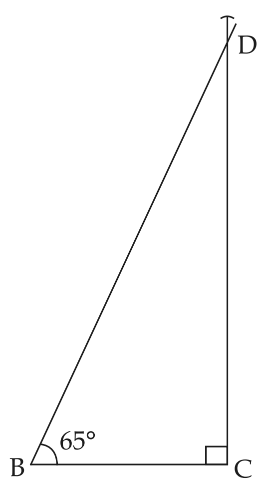
चरण 2. बिंदु C से गुजरते हुए BC पर लंब CX खींचे।



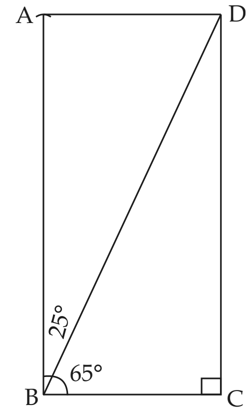
चरण 3. बिंदु B पर BC से 70° का कोण बनाती हुई एक रेखा खींचे जो CX को D पर प्रतिच्छेद करे।



चरण 4. B को केंद्र मानकर तथा CD के बराबर दूरी पर कम्पास में एक चाप बनाएं। फिर D को केंद्र मानकर तथा BC के बराबर दूरी पर एक और चाप बनाएं जो पहले चाप को A पर काटता है।



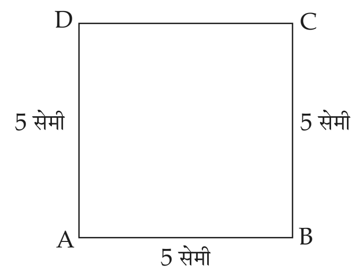
चरण 5. A को B से तथा A को D से मिलाइए। अत: $ABCD$ अभीष्ट आयत है।



7. **चरण 1.** एक रेखाखण्ड AB 5 सेमी खींचें।

चरण 2. बिन्दु A और B पर लम्ब AD और BC इस प्रकार खींचे कि AD BC 5 सेमी

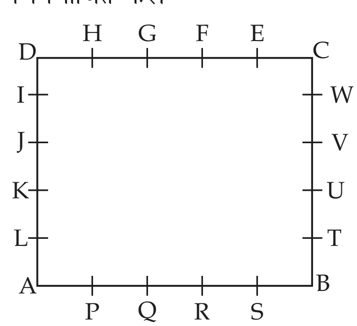
चरण 3. C को D से मिलाइये।



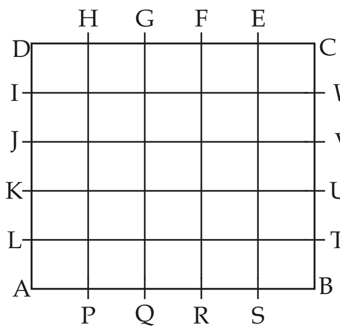
चरण 4. AB को पाँच बराबर भागों में विभाजित करने के लिए, कम्पास का उपयोग करें और P, Q, R, S को 1 सेमी की दूरी पर अंकित करें।

चरण 5. इसी प्रकार BC को 5 बराबर भागों में विभाजित करने के लिए कम्पास का उपयोग करें और 1 सेमी की दूरी पर T, U, V, W अंकित करें।

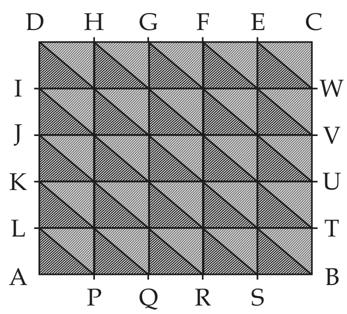
चरण 6. इसी प्रकार भुजाओं CD और AD को क्रमश: बिन्दुओं E, F, G, H और I, J, K, L से पाँच भागों में विभाजित करें।



चरण 7. H को P से, G से, F को R से और E को S से मिलाएँ। इसी प्रकार, I को W से, J को V से, K को और L को T से मिलाएँ।



चरण 8. प्रत्येक प्राप्त वर्ग के विकर्ण बनाएँ और प्रत्येक वर्ग के आधे भाग पर रेखाएँ खींचें और दूसरे आधे भाग को छायांकित करें।

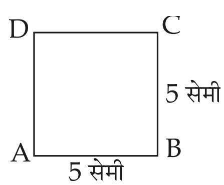


इस प्रकार 25 वर्ग बनाये जा सकते हैं।

8. **चरण 1.** 5 सेमी लम्बाई का एक रेखाखण्ड AB खींचें।

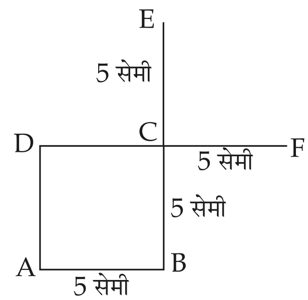
चरण 2. बिन्दु A और B पर 5 सेमी लम्बाई के लम्ब AD और BC खींचिए।

चरण 3. A को D से तथा B को C से मिलाइए।



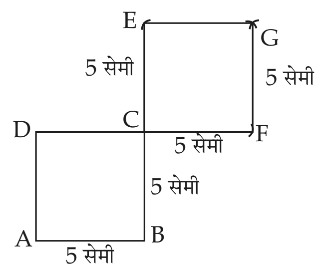
चरण 4. BC को ऊपर की ओर बन्दु E तक इस प्रकार बढ़ाएँ कि CE 5

चरण 5. DC को F के दाईं ओर इस प्रकार बढ़ाएँ कि CF 5 सेमी



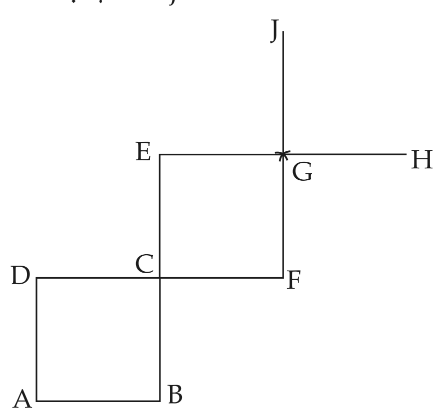
चरण 6. E और F को केन्द्र मानकार और परकार में 5 सेमी की दूरी रखते हुए चाप लगाएँ जो एक दूसरे को बिन्दु G पर काटते हैं।

चरण 7. E को G से तथा F को G से मिलाइए।



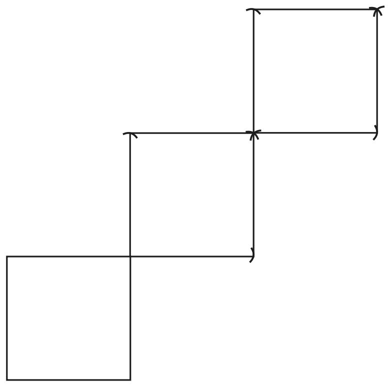
चरण 7. EG को H के दाईं ओर इस प्रकार बढ़ाएँ कि GH 5 सेमी।

चरण 8. FG को ऊपर की ओर बिन्दु J तक इस प्रकार बढ़ाएँ कि GJ 5 सेमी।



चरण 9. J और H को केन्द्र मानकर तथा परकार में 5 सेमी की दूरी रखते हुए चाप लगाएँ जो एक-दूसरे को बिन्दु I पर प्रतिच्छेद करें।

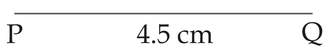
चरण 10. J को I से तथा H को I से मिलाइए।



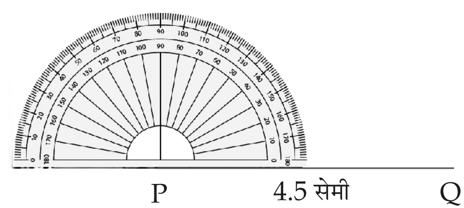
यह 5 सेमी भुजा लम्बाई वाला आवश्यक गिरता हुआ वर्ग है।

9. (a) सत्य, (b) सत्य, (c) असत्य, (d) सत्य

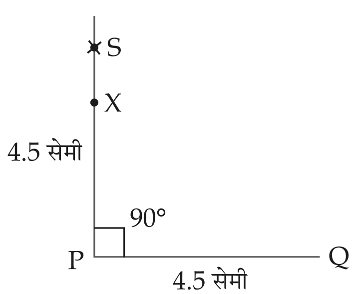
10. **चरण 1.** एक सीधी रेखा PQ 4.5 सेमी रेखाखण्ड खींचे।



चरण 2. P से होकर PQ के ऊपर एक लम्ब खींचने के लिए एक बिन्दु X अंकित करें।

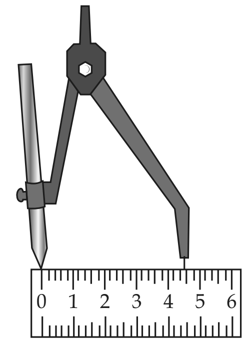


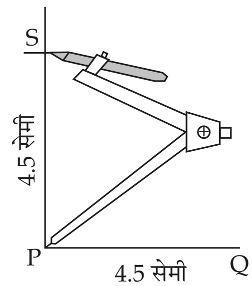
चरण 3. पैमाने का उपयोग करे लम्ब पर S का निशान इस प्रकार लगाएँ कि PS 4.5 सेमी हो।



एक अन्य विधि यह है कि परकार की सहायता से बिन्दु 5 को इस प्रकार अंकित करें कि PS 4.5 सेमी हो।

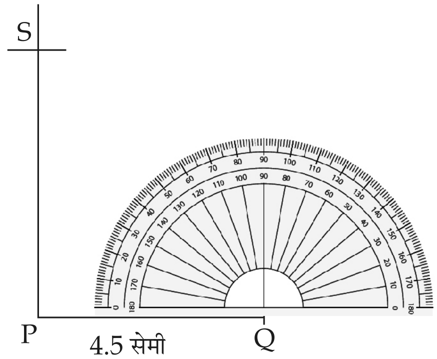
इसके लिए परकार की भुजा को 4.5 सेमी खोलें। केन्द्र मानकर एक चाप लगाएं जो लंबमत् को S पर काटे। जैसा कि नीचे दिए गए चित्र में दर्शाया गया है।

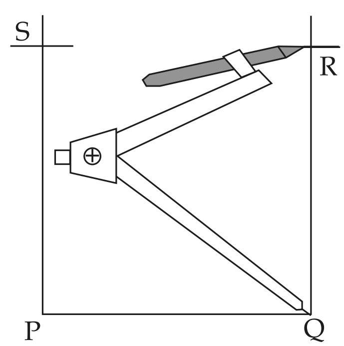




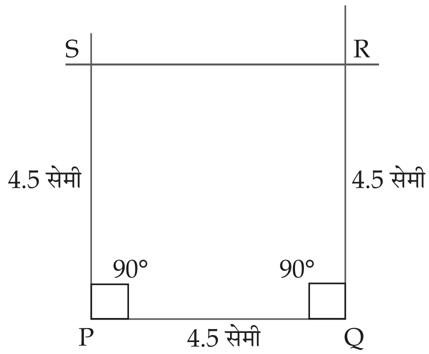
चरण 4. Q से होकर जाने वाली रेखा PQ पर लंब खींचें।

चरण 5. यदि हमने परकार का उपयोग किया होता, तो अगला बिंदु आसानी से इसका उपयोग करके अंकित किया जा सकता था, क्योंकि हमने पहली लंबवत रेखा पर निशान लगाया था।





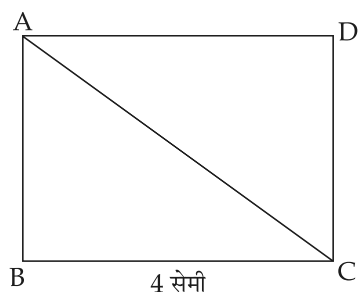
चरण 6. अब R को 6 से मिलाएँ और RS बनाएँ। यहाँ, RS PQ 7 सेमी।



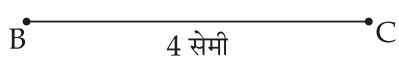
आकृति वर्ग के गुणों को संतुष्ट करती है।

अत: $PQRS$ एक वर्ग है।

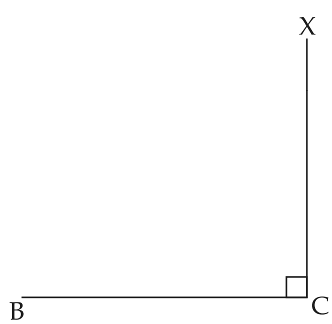
11. सबसे पहले हमें एक कच्चा चित्र बनाना चाहिए और निर्माण के चरण तय करने चाहिए।



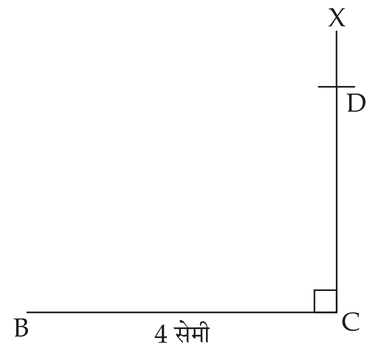
चरण 1. आधार BC 4 सेमी खींचिए।



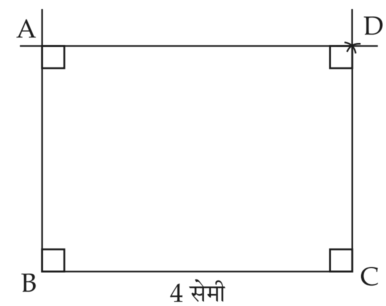
चरण 2. बिन्दु C पर रेखाखण्ड BC पर लंब XC खींचिए।



चरण 3. बिंदु D रेखा RX पर कहीं स्थित होना चाहिए तथा विकर्ण BD की दूरी = 7 सेमी



चरण 4. BC और DC पर क्रमश: B और D से गुजरने वाले लंब की रचना कीजिए।



अत: $ABCD$ अभीष्ट आयत है।

12. आयतों की संख्या

$$\frac{(m \quad 1) \quad (n \quad 1) \quad m \quad n}{4}$$

(यहाँ m = पंक्तियों की संख्या,
n स्तंभों की संख्या)

$$\frac{(5 \quad 1) \quad (2 \quad 1) \quad 5 \quad 2}{4}$$

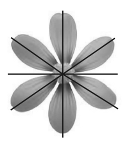
$$\frac{6 \quad 3 \quad 5 \quad 2}{4} \quad 45$$

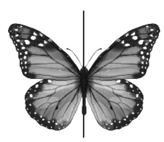
❑❑

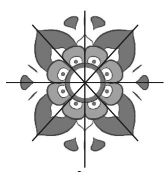
9 समिमति

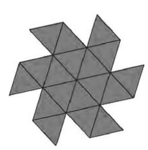
प्रश्नावली 9.1

1. फूल में छह सममिति रेखाएँ होती हैं।
- तितली में केवल एक सममिति रेखा होती है।
- रंगोली में चार सममिति रेखाएँ होती हैं।
- फिरकी में कोई सममिति रेखा नहीं होती।


फूल

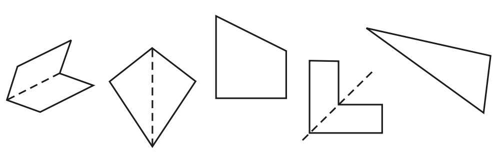

तितली


रंगोली


फिरकी

बादल की कोई निर्धारित आकृति नहीं है, इसलिए इसमें सममिति की रेखा नहीं हो सकती है।

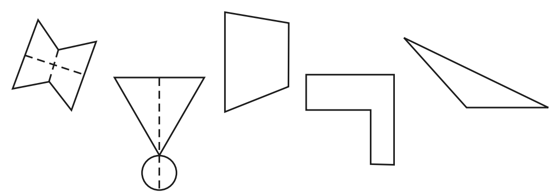
2. पहली दो आकृतियों में एक-एक सममिति रेखा होती है लेकिन दो आकृतियों में कोई सममिति रेखा नहीं होती, जैसा कि नीचे दिए गए चित्रों में दिखाया गया है।



अभ्यास 9.1

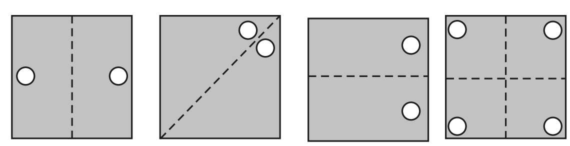
1. **मधुमक्खी का छत्ता** (Beehives) नियमित षट्भुज (Hexagonal) आकृति होती है, इसलिए इसमें **छह सममिति रेखाएँ** होती हैं।
- **मकडी का जाला** (Spider's Webs) त्रिभुजाकार (Triangular) या वृत्ताकार (Circular) हो सकता है। यदि यह **समबाहु त्रिभुज** (Equilateral Triangle) के आकार में हे, तो इसमें **तीन सममिति रेखाएँ** होती हैं, अन्यथा यह **अनगिनत सममिति रेखाओं** वाला हो सकता है।
- **पीपल के पत्ते** (Ficus Religiosa/Peepal tree leaf) में **एक समिति रेखा** होती है।
- कछुए (Tortoise) में एक सममिति रेखा होती है।

2. चित्र (a) में दो सममिति रेखाएँ हैं। चित्र (b) में एक सममिति रेखा है। चित्र (c), (d) और (e) में कोई सममिति रेखा नहीं है।



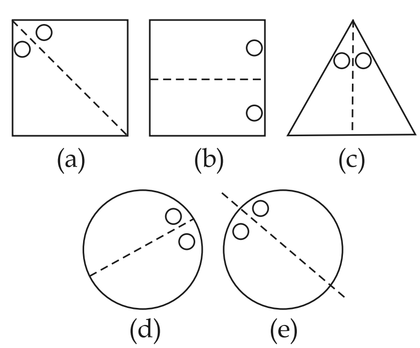
प्रश्नावली 9.2

1.

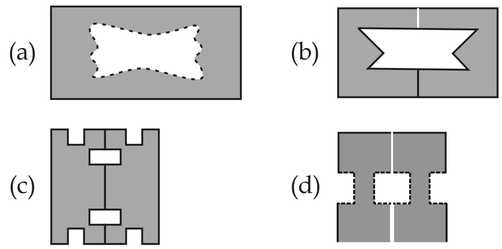


चूँकि आकृति (d) में एक ही छेद है, इसलिए कागज को दो बार मोड़ा गया था—पहले आधा बनाने के लिए और फिर दूसरी बार चौथाई बनाने के लिए।

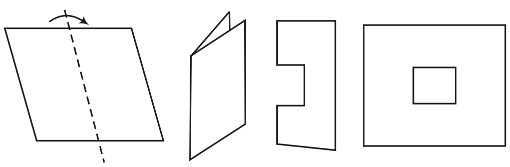
2.



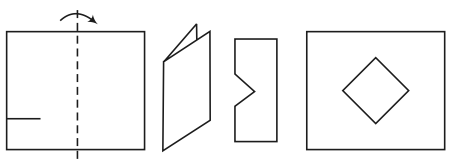
3.



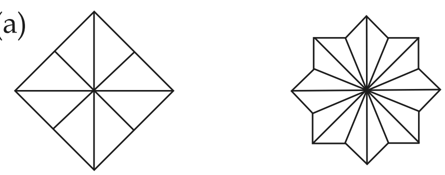
4. (a)



(b)

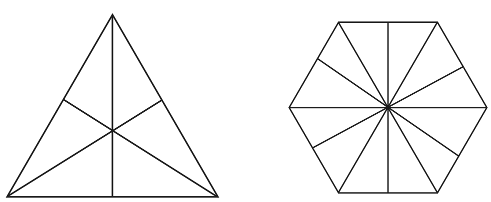


5. (a)

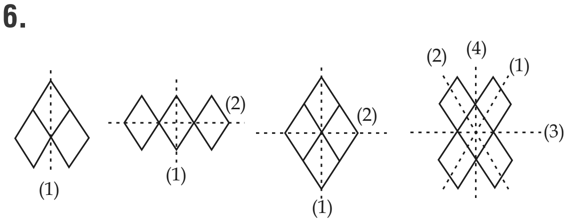


4-सममिति रेखाएँ   8-सममिति रेखाएँ

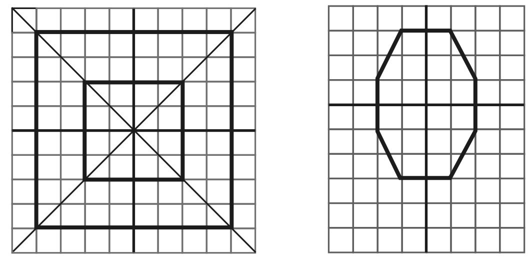
(b) तीन सममिति रेखाएँ   (c) छः सममित रेखाएँ



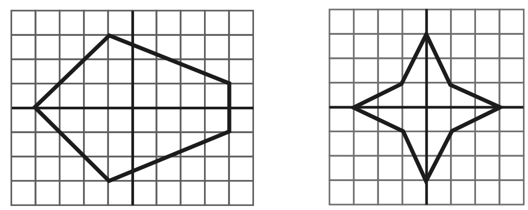
6.



एक सममित रेखा   दो सममित रेखाएँ   दो सममित रेखाएँ   चार सममित रेखाएँ



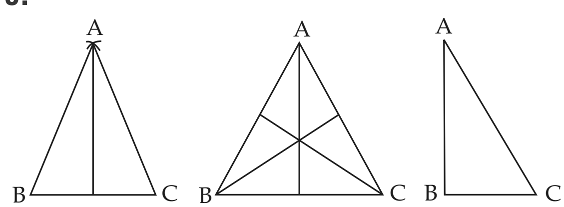
चार सममित रेखाएँ   दो सममित रेखाएँ



एक सममित रेखाएँ   चार सममित रेखाएँ

7. इस आकृति में कोई सममित रेखा नहीं है।

8.



(a)   (b)   (c)

(a) यदि किसी त्रिभुज को कोई दो भुजाएँ बराबर हैं, तो एक सममित रेखा खींची जा सकती है।

यहाँ, भुजा AB भुजा AC

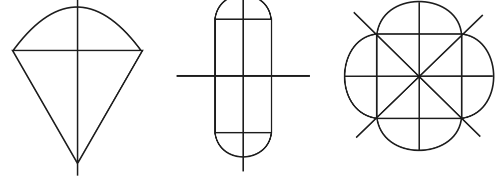
(b) जिस त्रिभुज की तीनों भुजाएँ सममित रेखाएँ होती हैं।

यहाँ, AB BC CA

(c) असमान भुजाओं वाले त्रिभुज की कोई सममिति की रेखा नहीं खींची जा सकती।

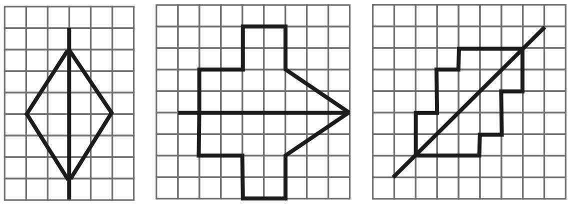
यहाँ, AB BC CA

9.

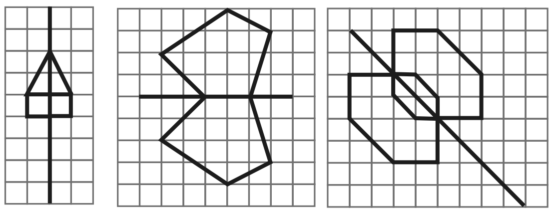


(a)   (b)   (c)

10.

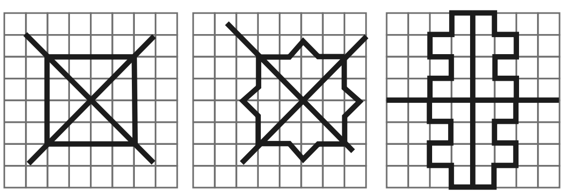


(a) (b) (c)

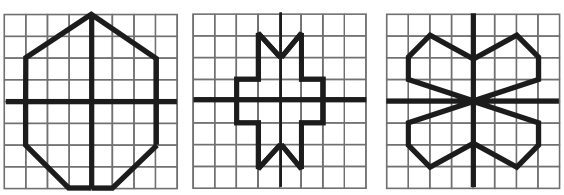


(d) (e) (f)

11.

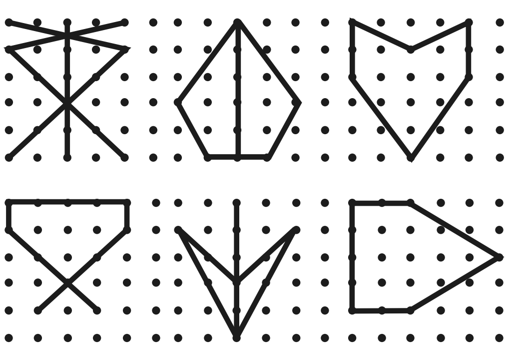


(a) (b) (c)



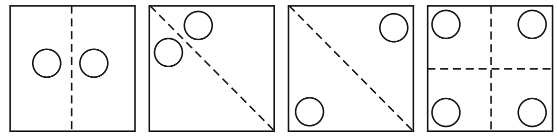
(d) (e) (f)

12.



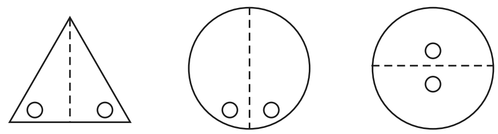
अभ्यास 9.2

1.

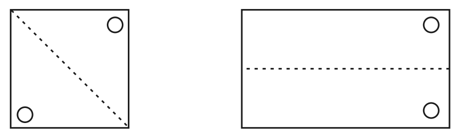


(a) (b) (c) (d)

2.



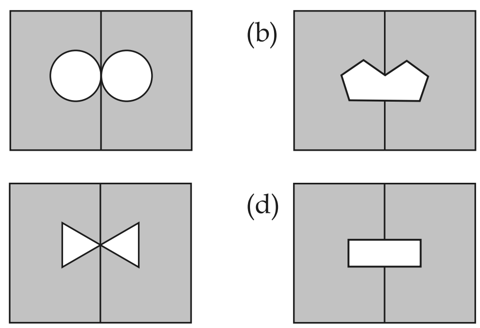
(a) (b) (c)



(d) (e)

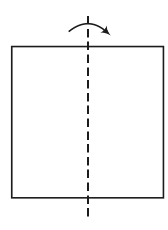
3.

(a) (b) (c) (d)

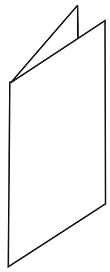


4. निम्नलिखित आकृतियों में से प्रत्येक को प्रापत करने के लिए निम्नलिखित चरणों का पालन कीजिए—

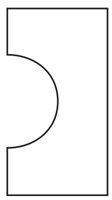
(i) सबसे पहले वर्गाकार कागज की शीट को बीच से मोड़िए।



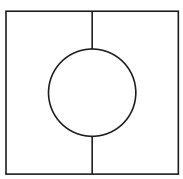
(ii) अब, इसे दबाकर एक क्रज बनाइए।



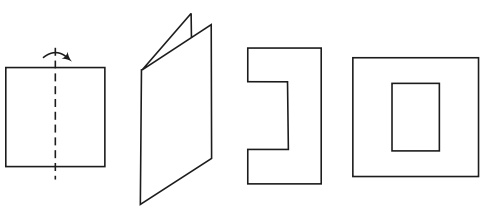
(iii) अब, इसे कैंची की सहायता से काटिए।



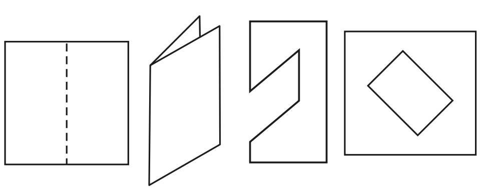
(iv) और फिर इसे खोलिए।



(b) और फिर इसे खोलिए।

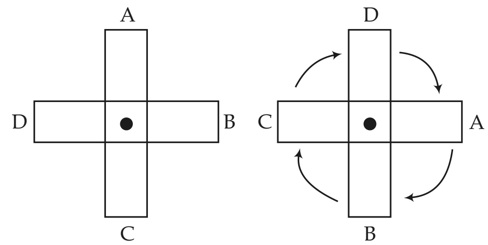


(c) और फिर इसे खोलिए।



प्रश्नावली 9.3

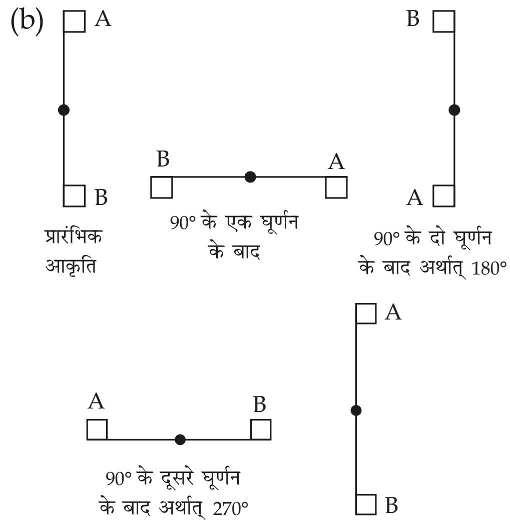
1. (a) सममिति के कोण ज्ञात करने के लिए आकृति को 90 घुमाते हैं।



आकृति 90 घुमाने के बाद ठीक वैसी ही दिखायी देती है।

अत: सममिति का कोण 90 है।

(b)

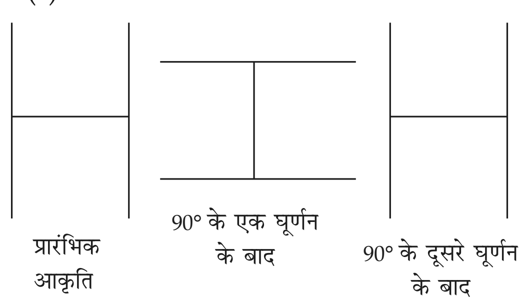


90 के घूर्णन के परिणामस्वरूप ऊपर दी गयी आकृति बनती है और यह प्रारंभिक आकृति से अतिव्यापन नहीं करती। आकृति अपने मूल रूप में तभी वापस आती है जब एक पूर्ण घूर्णन पूरा होता है

90 90 90 90 360

अत: 360 सममिति का कोण है।

(c)



आकृति 90 90 180 के घूर्णन के बाद ठीक वही आकृति होगी।

अत: सममिति का कोण 180 है।

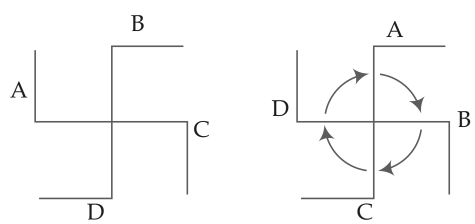
2. (g) के अतिरिक्त सभी विकल्प के सममिति के अनेक कोण हैं। यह दर्शाता है कि ये आकृतियाँ विभिन्न तरीकों से घुमाने पर भी अपनी मूल आकृति बनाए रखती हैं।

3. घूर्णन सममिति का क्रम वह संख्या है, जितनी बार किसी आकृति को एक पूर्ण चक्र में घुमाया जा सकता है और वह समान दिखती है।

(a) 2 (b) 1 (c) 6 (d) 3 (e) 4 (f) 5

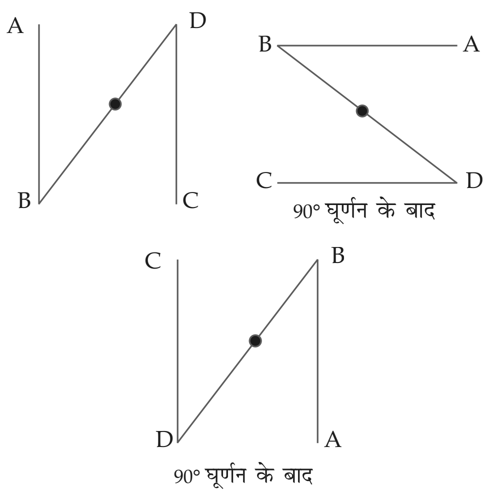
अभ्यास 9.3

1. (a) घूर्णन सममिति का कोण ज्ञात करने के लिए आकृति को 90 घुमाते हैं।

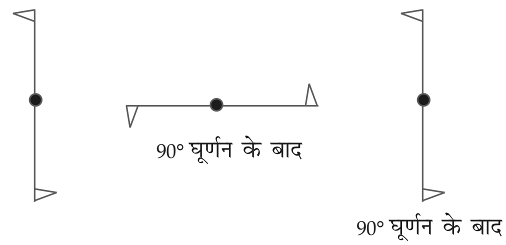


आकृति को 90 घुमाने पर, यह बिल्कुल वैसी ही दिखती है।

(b) आकृति को 180 के कोण पर घुमाने पर, यह बिल्कुल वैसी ही दिखती है।



(c) आकृति को 180 के कोण पर घुमाने के बाद, यह प्रश्न में दी गयी आकृति के समान ही दिखती है।



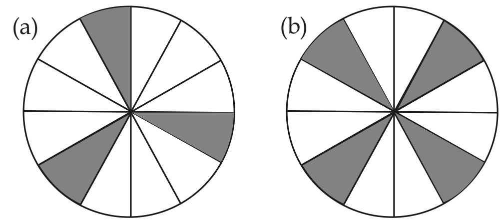
2. ध्यानपूर्वक देखने पर यह स्पष्ट हो जाएगा कि आकृतियाँ (b), (c), (d), (e) तथा (h) में एक से अधिक सममिति के कोण हैं। जबकि आकृतियों (a), (f) और (g) में केवल सममिति का केवल एक ही कोण है।

3. घूर्णन सममिति का क्रम वह संख्या है जिनी बार एक पूर्ण वृत्त के चारों ओर घुमाया जा सकता है और फिर भी वह वैसी ही दिखती है।

(a) 2 (b) 2 (c) 1 (d) 6
(e) 3 (f) 4 (g) 3 (h) 2

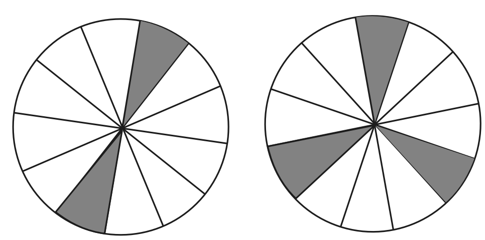
प्रश्नावली 9.4

1.

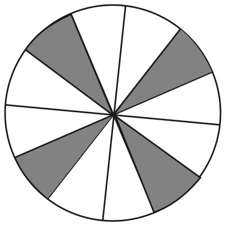


प्रत्येक 120° घूर्णन के बाद वैसी ही दिखेगी। प्रत्येक 90° घूर्णन के बाद वैसी ही दिखेगी।

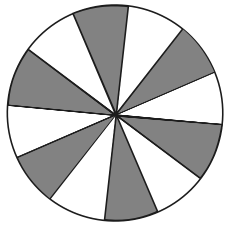
(c) चार संभव तरीके हैं—



घूर्णन के 2 कोण घूर्णन के 3 कोण

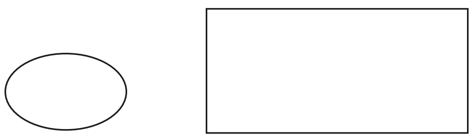


घूर्णन के 4 कोण



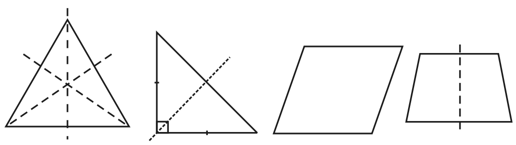
घूर्णन के 6 कोण

2.



अंडाकार आयताकार

3.



(a) (b) (c) (d)

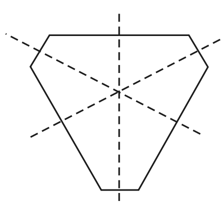
4. चूँकि 60 न्यूनतम कोण है, सममिति के अन्य कोण 360° तक 60° के गुणक होंगे। यहाँ, कोण 120°, 180°, 240°, 300° और 360° होंगे।

5. सममिति का न्यूनतम कोण 60 3 20

6. (a) हाँ, चूँकि 360°, 45° का एक गुणज है।

(b) नहीं, चूँकि 360°, 17° का एक गुणक नहीं है।

7. (a) चित्र की बाहरी परिसीमा परावर्तित सममिति दिखाती है। इसमें केवल सममिति की एक रेखा है।



चित्र परावर्तित सममिति की रेखा दिखाती है।

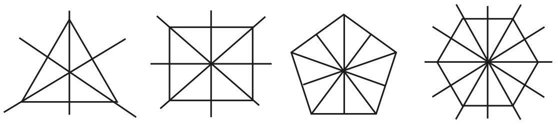
(b) हाँ, इस चित्र की केन्द्र के परित घूर्णन सममिति है।

घूर्णन सममिति का न्यूनतम कोण

360 12 30

घूर्णन सममिति के अन्य कोण 240 तथा 360

8. (a)



समबाहु त्रिभुज सममिति की रेखाएँ = 3	वर्ग सममिति की रेखाएँ = 3	समपंचभुज सममिति की रेखाएँ = 3	समषट्भुज सममिति की रेखाएँ = 3

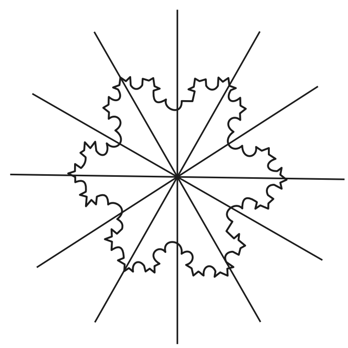
नियमित बहुभुज में भुजाओं की संख्या सममिति रेखाओं की संख्या

संख्या अनुक्रम— 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, …

(b) सममिति कोणों की संख्या सममिति रेखाओं की संख्या।

इसलिए, हमें सममिति कोणों की संख्या का यह संख्या अनुक्रम प्राप्त होता है— 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, …

9.



यहाँ सममिति रेखाओं की संख्या 6

और सममित कोणों की संख्या 6

10. अशोक चक्र में वृत्त में समान दूरी पर 24 तिल्लियाँ होती हैं। 24 तिल्लियाँ 12 जोड़े बनाती हैं। वृत्त के दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा सममिति की रेखा होती है। इसलिए अशोक चक्र में 2 सममिति की रेखाएँ हैं।

सममिति के कोणों की संख्या

सममिति की रेखाओं की संख्या।

अत: अशोक चक्र में सममिति के 12 कोण हैं।

सममिति का न्यूनतम कोण 360 12 30

अभ्यास 9.4

1. नीचे दिए गए अक्षरों में परावर्तन सममिति है—

A H I M और W

ऊर्ध्वाधर अक्षरों के बारे में परावर्तन सममिति है।

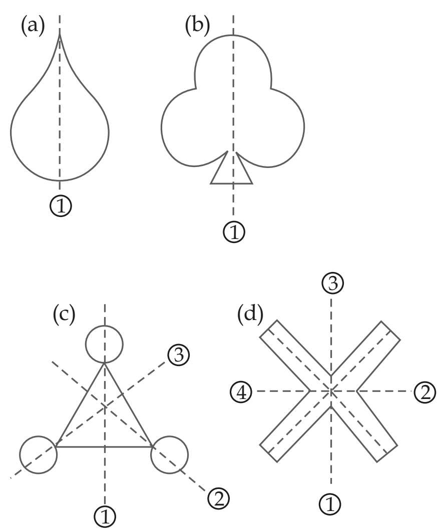
C D E

में क्षैतिज दर्पण के बारे में परावर्तन सममिति है।

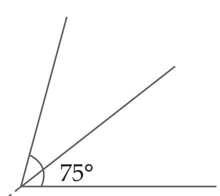
O X और H

में ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज दोनों दर्पणों के बारे में परावर्तन सममिति है।

2.



3.



यहाँ, समिति के कोण 37.5 .

4. (a) ∵ पहिए में 36 तिल्लियाँ हैं, इसलिए तिल्लियों का एक युग्म $\frac{36}{2}$ 18

अत: सममिति रेखाओं की संख्या 18

(b) सममिति कोणों की संख्या

सममिति रेखाओं की संख्या

अत: सममिति रेखाओं की संख्या 18

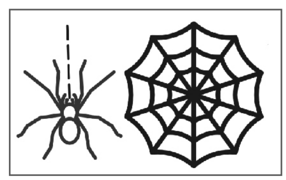
(c) सममिति के न्यूनतम कोण का मान

$\frac{360}{18}$ 20

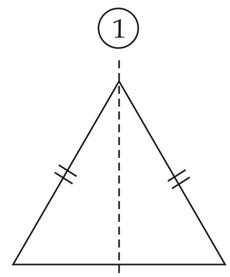
(d) सममिति का क्रम 18

विविध प्रश्नावली

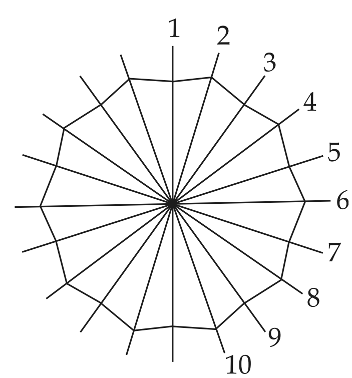
1. बीचाइव्स नियमित षट्कोणीय आकृतियाँ हैं, इसलिए इसमें सममिति की छह रेखाएँ होती हैं।



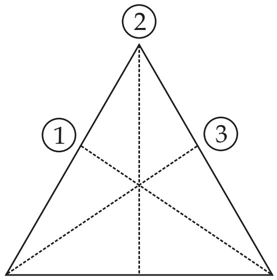
2. (a) केवल एक सममिति रेखा



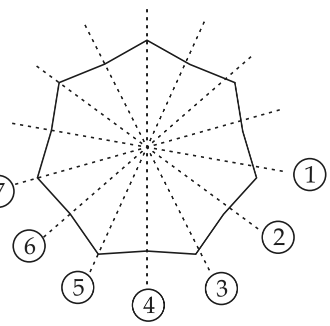
(b) एक दशभुज में 10 भुजाएँ होती हैं, इसलिए इसमें 10 सममित रेखाएँ होती हैं।



(ie) सममिति की तीन रेखाएँ।



(iv) एक नियमित सात भुजाओं वाले बहुभुज में सममिति की सात रेखाएँ होती हैं।



3. घूर्णन सममिति का क्रम वह संख्या है जितनी बार किसी आकृति को एक पूर्ण वृत्त के चारों ओर घुमाया जा सकता है और फिर भी वह वैसी ही दिखाई देती है। यहाँ

(a) 2 (b) 6

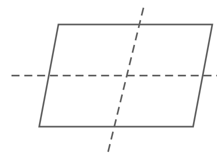
4. F, G, J, L, N, P, Q, R, S, Z वे अक्षर हैं जिनकी कोई सममित रेखा नहीं खींची जा सकती।

5. 83° के सबसे छोटे कोण वाली आकृति में घूर्णन सममिति नहीं हो सकती क्योंकि 83, 360 का गुणनखंड नहीं है।

6° के सबसे छोटे कोण वाली आकृति में घूर्णन सममिति हो सकती है क्योंकि $\frac{360}{6} = 60°$, अर्थात इसमें सममिति के 60 कोण हैं।

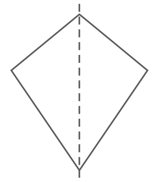
6.

(a) समचतुर्भुज



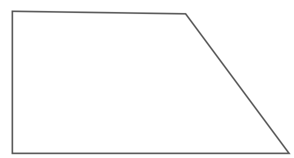
घूर्णन सममिति का क्रम 2

(b)



घूर्णन सममिति का क्रम 1

(c) अनियमित चतुर्भुज



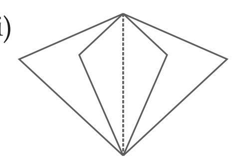
घूर्णन सममिति का क्रम 1

7. (a) **8.** (b)

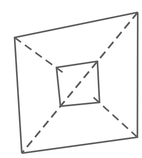
9. (a) **10.** (b) $\frac{360}{8}$ 45

11. (i) 2, (ii) 2 **12.** (i) 0, (ii) 0

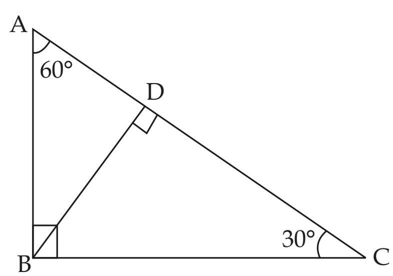
13. (i)



(ii)



14.



❑❑❑

10 शून्य के दूसरी ओर

प्रश्नावली 10.1

1. प्रारम्भिक तल 2 (कला केन्द्र) है और दबाए गए बटन की संख्या 3 है इसलिए, लक्ष्य तल प्रारम्भिक तल गति 2 (3) 1 (खिलौने की दुकान)

2. (a) (1) (4) ….

दिया गया है कि, प्रारम्भिक मंजिल 1 (फूड कॉर्नर) है और दबाए गए बटन की संख्या 4 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल

प्रारम्भिक मंजिल गति

(1) (4) 5 (खेल केन्द्र)

(b) (4) (1) …

दिया गया है कि प्रारम्भिक मंजिल 4 है (अर्थात् क्रीम सेंटर) और बटन की संख्या 1 है (फूड कोर्ट) इसलिए, लक्ष्य प्रारम्भिक मंजिल गति

(4) (1)

(5) (खेल केन्द्र)

(c) (4) (3)

दिया गया है कि प्रारम्भिक मंजिल 4 है (आइसक्रीम केन्द्र) हैं, और दबाए गए बटन की संख्या 3 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

(4) (3)

1 (फूड कोर्ट)

(d) (1) (2) …

दिया गया है प्रारम्भिक मंजिल (1) (खिलौने केन्द्र) है और दबाए गए बटन की संख्या 2 है

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

(1) (2)

1 (फूड कोर्ट)

(e) (1) (1) …

दिया गया है, प्रारम्भिक मंजिल 1 (खिलौने केन्द्र) है और दबाए गए बटन की संख्या 1 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल चाल

(1) (1)

0 (स्वागत कक्ष यानी भूतल)

(f) 0 (2) …

दिया गया है कि प्रारम्भिक मंजिल 0 है

भूतल और दबाए गए बटन की संख्या 2 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

0 (2) 2 (कला केन्द्र)

(g) 0 (2) ….

दिया गया है कि प्रारम्भिक मंजिल 0 है

और दबा गए बटन की संख्या 2 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

0 (2) 2 (विडियो गेम)

3. विभिन्न तलों से शुरू करते हुए, तल 5 तक पहुँचने के लिए आवश्यक गति ज्ञात कीजिए।

उदाहरण 1. यदि आप 2 तल से शुरू करते हैं, तो 5 तल तक पहुँचने के लिए 7 दबाएँ।

हल 2 (7) 5

उदाहरण 2. तल 4 से शुरू करें, तल 5 तक पहुँचने के लिए 9 दबाएँ

हल 4 (9) 5

उदाहरण 3. तल 0 से शुरू करें, तल 5 तक पहुँचने के लिए 5 दबाएँ।

हल 0 (5) 5.

उदाहरण 4. तल 3 से शुरू करें, तल –5 तक पहुँचने के लिए 2 दबाएँ

हल 3 (2) 5.

4. (a) (1) (4) 3

(b) (0) (2) 2

(c) (4) (1) 3
(d) (0) (2) 2
(e) (4) (3) 7
(f) (4) (3) 1
(g) (1) (2) 3
(h) (2) (2) 0
(i) (1) (1) 2
(j) (3) (3) 6

5. (a) दिया है (40) … 200

माना (40) x 200

या x 200 (40)

x 160

अत: (40) (160) 200

(b) दिया है, (40) … 200

माना (40) x 200

या x 200 (40) 240

अत: (40) (240) 200

(c) दिया है (50) … 200

माना (50) x 200

या x 200 (50) 250

अत: (50) (250) 200

(d) दिया है (50) … 200

माना (50) x 200

या x 200 (50) 150

अत: (50) (150) 200

(e) दिया (200) (40) …

(200) 40 160

(f) दिया है (200) (40) …

(200) (40) 160

(g) दिया है, (200) (40) …

200 (40) x

(200) (40) 240 x

x 240

6. (a) 125 (30) 155
(b) 105 (55) 105 55 160
(c) (105) (55) 160
(d) 80 (150) 80 150 230
(e) 80 (150) 230
(f) 99 (200) 99 200 101
(g) 99 (200) 101
(h) 1500 (1500)
1500 1500 3000

अभ्यास 10.1

1. प्रारम्भिक मंजिल 4 (आइसक्रीम केन्द्र) है और दबाए गए बटन की संख्या (5) है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल

प्रारम्भिक मंजिल चालू (गति)

(4) (5)

1 (खिलौने केन्द्र)

2. (a) (2) (4) …

दिया गया है कि प्रारम्भिक मंजिल (2_ (कला केन्द्र) है और दबाए गए बटन की संख्या 4 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

(2) (4)

6 (अंतरिक्ष केन्द्र)

(b) (5) (3) …

दिया गया है, प्रारम्भिक मंजिल 5 (खेल) है और दबाए गए बटन की संख्या 3 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

(5) (3)

2 (कला केन्द्र)

(c) (6) (4) ….

दिया गया है कि आरम्भिक मंजिल 6 (अंतरिक्ष केन्द्र) है और दबाए गए बटन की संख्या 4 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल आरम्भिक मंजिल

(6) (4)

2 (कला केन्द्र)

(d) 0 (3) …

दिया गया है कि प्रारम्भिक मंजिल 0 है (भूतल पर स्वागत कक्ष) और दबाया गया अन्य बटन 3 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

0 (3)

3 (सिनेमा थियेटर)

(e) 0 5 …

दिया गया है कि प्रारम्भिक मंजिल 0 है (भूतल पर स्वागत कक्ष) और दबाया गया बटन 5 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल

प्रारम्भिक मंजिल गति

0 (5)

5 (डायनासोर)

(f) (2) (2) …

दिया गया है, प्रारम्भिक मंजिल 2 (कला केन्द्र) है और दबाया गया बटन 2 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

(2) (2)

0 (भूत पर स्वागत कक्ष)

(g) (5) (5) ….

दिया गया है, प्रारम्भिक मंजिल 5 (स्पोर्ट सेंटर) है और दबाया गया बटन 5 है।

इसलिए, लक्ष्य मंजिल प्रारम्भिक मंजिल गति

(5) (5)

0 (भूत पर स्वागत कक्ष)

3. (a) (23) (23) 46

(b) (8) (15) 7

(c) (17) (24) 7

(d) (68) (68) 0

(e) (149) (151) 2

(f) (30) (45) 15

(g) (124) (69) 55

(h) (58) (29) 87

(i) (17) (28) 11

(j) (65) (96) 31

4. (a) दिया है, (229) …. (550)

माना (229) x (550)

या x (550) (229)

x 321

229 (321) (550)

(b) दिया है, (345) … (246)

माना (345) x (246)

या x 246 (345)

246 345 (99)

(345) (99) 246

(c) दिया है, (314) …. (314)

माना (314) x (314)

या x (314) (314)

x (314) 314 628

(314) (628) 314

(d) दिया है, (216) … (739)

माना (216) x (739)

या x (739) (216) 523

अतः, (216) (523) (739)

(e) दिया है, (564) … (126)

माना (564) x (126)

या x 126 (564) (690)

अतः, (564) (690) (126)

(f) दिया है, (764) … (524)

माना (764) (x) (524)

या x (524) (764)

x 524 764

x (240)

अतः, (764) (240) (524)

(g) दिया है, (313) … (224)

माना (313) x (224)

या x (224) (313)

x 224 313 (89)

अतः, (313) (89) (224)

(h) दिया है, (924) … (648)

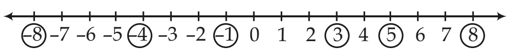
माना (924) x (648)

या x (648) (924)

648 924   276

अतः, (924) (276) (648)

प्रश्नावली 10.2

1. 

धनात्मक संख्याएँ 0 के दाईं ओर हैं और वे 3, 5, 8 है।

ऋणात्मक संख्याएँ 0 के दाईं ओर तथा 0 को छोड़ दिया जाता है, और वे 1, 4, 8 हैं।

2. हाँ, हम जानते हैं कि एक धनात्मक संख्या किसी भी ऋणात्मक संख्या से बड़ी होती है।

अतः 2, 3 से बड़ा है।

हाँ, 2,3 से छोटा है। क्योंकि 2 एक ऋणात्मक संख्या है और 3 एक धनात्मक संख्या है।

अतः 2 3.

3. (a) दिया गया है 5 0 ?

किसी संख्या में 0 जोड़ने पर या 0 में कोई संख्या जोड़ने पर परिणाम हमेशा वही संख्या होती है।

इस तरह, 5 0 5

(b) दिया गया है,7 (7)

यदि किसी संख्या का व्युत्क्रम उसमें जोड़ दिया जाए तो परिणाम सदैव 0 होता है।

इस तरह,7 (7) 0

(c) दिया गया 10 20

विभिन्न चिह्नों वाली संख्याओं को जोड़ने के लिए, बड़े निरपेक्ष मान से छोटे निरपेक्ष मान को घटाएँ और बड़े निरपेक्ष मान से चिह्न को चिह्नत करें।

इस तरह, 10 20 10

(d) दिया गया है, 10 20.

छोटी संख्या में से बड़ी संख्या घटाने पर ऋणात्मक मान प्राप्त होता है।

इस तरह,10 20 10

(e) दिया गया है,7 (7)

किसी ऋणात्मक संख्या को घटाना उस संख्या के प्रतिभाग को जोड़ने के समान है।

इस तरह 7 (7) 7 7 14

(f) दिया गया है, 8 (10)

किसी ऋणात्मक संख्या को घटाना उसी संख्या के धनात्मक प्रतिभाग को जोड़ने के समान है

इस तरह 8 (10) 8 10 2.

4. (a) दिया गया है (6) (4)

(+6) दिखाने के लिए हम 6 धनात्मक टोकन का उपयोग करते हैं

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕

(+4) दिखाने के लिए हम 4 धनात्मक टोकन का उपयोग करते हैं।

इन दोनों समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ + ⊕ ⊕ ⊕ ⊕

इन सभी टोकनों की गिनती करने पर हमें 10 प्राप्त होता है।

इस तरह (6) (4) 10

(b) दिया गया है (3) (2)

3 दिखाने के लिए, हम 3 ऋणात्मक टोकन का उपयोग करते हैं

⊖ ⊖ ⊖

2 दिखाने के लिए, हम 2 ऋणात्मक का उपयोग करते हैं।

⊖ ⊖

इन दोनों समूहों को मिलाकर, हमें मिलता है

⊖ ⊖ ⊖ + ⊖ ⊖

इन सबकी गिनती करने पर हमें (5) प्राप्त होता है।

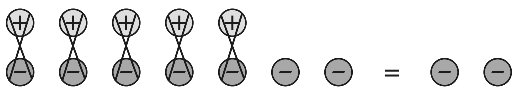
इस तरह (3) (2) 5

(c) दिया गया है, (5) (7)

(5) दर्शाने के लिए हम 5 धनात्मक टोकन का उपयोग करते हैं।

(7) दिखाने के लिए हम 7 ऋणात्मक टोकन का उपयोग करते हैं

टोकन के इन दो समूहों को मिलाकर, हमें मिलता है



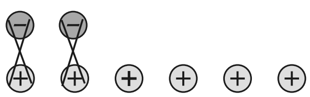
इस तरह, (5) (7) 2

(d) दिया गया है, (2) (6)

2 दर्शाने के लिए हम 2 ऋणात्मक टोकनों का उपयोग करते हैं।

+6 दर्शाने के लिए हम 6 धनात्मक टोकन का उपयोग करते हैं

टोकन के इन दो समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है



इस तरह, (2) (6) 4

5. (a) दिया गया है (10) (7)

यहाँ, 10 में से 7 धनात्मक घटाएँ।

इस तरह, (10) (7) 3

(b) दिया गया है (8) (4)

यहाँ, 8 ऋणात्मक में से 4 ऋणात्मक घटाएँ

इस तरह, (8) (4) 4

(c) दिया गया है, (9) (4)

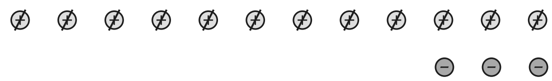
यहाँ, 9 ऋणात्मक में से 4 ऋणात्मक घटाएँ।

इस तरह, (9) (4) 5

(d) दिया गया है, (9) (12)

यहाँ, 9 धनात्मक में से 12 धनात्मक घटनाएँ लेकिन 9 धनात्मक में से 12 धनात्मक निकालने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं।

इसलिए, धनात्मक और ऋणात्मक के अतिरिक्त शून्य जोड़े जाने चाहिए।

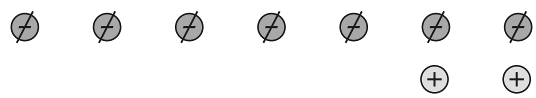


अब, हम 12 धनात्मक निकाल सकते हैं

इस तरह (9) (12) 3

(e) दिया गया है, (5) (7)

यहाँ, 5 ऋणात्मक में से 7 ऋणात्मक घटाएँ। लेकिन 5 ऋणात्मक में से 7 ऋणात्मक निकालने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं इसलिए ऋणात्मक और धनात्मक के अतिरिक्त 2 शून्य जोड़े जाने चाहिए।



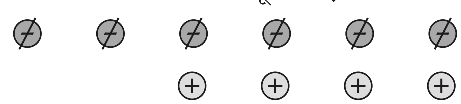
इस तरह, (5) (7) 2

अब हम 7 ऋणात्मक निकाल सकते हैं

(f) (2) (6)

यहाँ, 2 ऋणात्मक में से 6 ऋणात्मक घटनाएँ।

लेकिन 2 ऋणात्मक में से 6 ऋणात्मक निकालने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं तो, ऋणात्मक और धनात्मक के अतिरिक्त 4 शून्य जोड़े रखें।



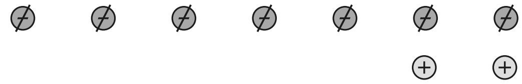
अब, हम 6 ऋणात्मक निकाल सकते हैं,

अत:, (2) (6) 4

6. (a) दिया गया है (5) (7)

यहाँ, 5 ऋणात्मक में से 7 ऋणात्मक घटाएँ लेकिन 5 ऋणात्मक में से 7 ऋणात्मक निकालने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं। इसलिए, हमने ऋणात्मक और धनात्मक के अतिरिक्त 2 शून्य जोड़े डाल दिए।

अब, हम 7 ऋणात्मक निकाल सकते हैं



इस तरह (5) (7) 2

(b) दिया गया है (10) (13)

यहाँ 10 धनात्मक में से 13 धनात्मक घटाएँ। लेकिन 10 में से 13 धनात्मक को हटाने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं।

तो, धनात्मक और ऋणात्मक के अतिरिक्त 3 शून्य जोड़े रखें।

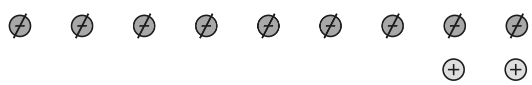
अब, हम 13 धनात्मक निकाल सकते हैं।

इस तरह, (10) (13) 3

(c) दिया गया है, (7) (9)

यहाँ 7 ऋणात्मक में से 9 ऋणात्मक घटाएँ।

लेकिन 7 ऋणात्मक में से 9 ऋणात्मक घटाने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं तो, ऋणात्मक के अतिरिक्त दो शून्य जोड़े रखें और अब, हम ऋणात्मक को हटा सकते हैं

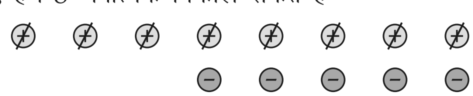


इस तरह, (7) (9) 2

(d) दिया गया (3) (8)

यहाँ, 3 धनात्मक में से 8 धनात्मक घटाएँ। लेकिन 3 धनात्मक में से 8 धनात्मक घटाने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं। इसलिए, हमने धनात्मक और ऋणात्मक के अतिरिक्त 5 शून्य जोड़े डाल दिए।

अब, हम 8 धनात्मक निकाल सकते हैं



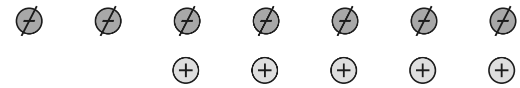
इस तरह, (3) (8) 5

(e) दिया गया है (2) (7)

यहाँ, 2 ऋणात्मक में से 7 ऋणात्मक घटाएँ।

लेकिन 2 ऋणात्मक में से 7 ऋणात्मक निकालने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं।

तो ऋणात्मक और धनात्मक के अतिरिक्त 5 शून्य जोड़े रखें।



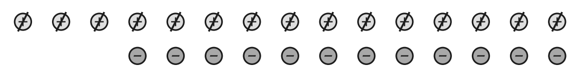
अब हम 7 ऋणात्मक टोकन हटा सकते हैं

इस तरह (2) (7) 5

(f) दिया गया है (3) (15)

यहाँ, 3 धनात्मक में से 15 धनात्मक घटाएँ। लेकिन 3 धनात्मक में से 15 धनात्मक निकालने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं।

तो धनात्मक और ऋणात्मक के अतिरिक्त 12 शून्य जोड़े रखें।



अब हम 15 धनात्मक टोकन हटा सकते हैं।

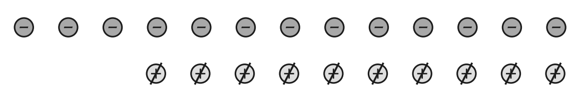
इस तरह, (3) (15) 12

7. (a) दिया गया है, (3) (10)

यहाँ, 3 ऋणात्मक टोकन में से 10 धनात्मक टोकन निकालें। लेकिन धनात्मक टोकन निकालने के लिए कोई धनात्मक टोकन नहीं है।

इसलिए, हमने धनात्मक और ऋणात्मक टोकनों के अतिरिक्त 10 शून्य जोड़े डाल दिए।

इस प्रकार, हम पाते हैं



अब, हम 10 धनात्मक टोकन हटा सकते हैं।

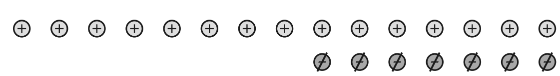
इस तरह, (3) (10) 13

(b) दिया गया है, (8) (7)

यहाँ, 8 धनात्मक टोकन में से 7 ऋणात्मक टोकन घटाएँ। लेकिन सेट में कोई ऋणात्मक टोकन नहीं है।

इसलिए, हमने धनात्मक और ऋणात्मक टोकन के अतिरिक्त 7 शून्य जोड़े डाल दिए।

इस प्रकार, हम पाते हैं



अब, हम 7 ऋणात्मक टोकन हटा सकते हैं

इसलिए, (8) (7) 15

(c) दिया गया है, (5) (9)

यहाँ, 5 ऋणात्मक टोकन में से 9 धनात्मक टोकन निकाल लें। लेकिन यहाँ कोई ऋणात्मक टोकन नहीं है।

इसलिए, हमने धनात्मक और ऋणात्मक टोकनों के अतिरिक्त 7 शून्य जोड़े डाल दिए।

इस प्रकार, हम पाते हैं

⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖

⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘

अब, हम 9 धनात्मक टोकन हटा सकते हैं।

अत:, (5) (9) 14

(d) दिया गया है, (9) (10)

यहाँ, 9 ऋणात्मक टोकन में से 10 धनात्मक टोकन निकाल लें। लेकिन यहाँ कोई धनात्मक टोकन नहीं है।

इसलिए, हमने धनात्मक और ऋणात्मक टोकनों की एक अतिरिक्त शून्य जोड़ी डाल दी।

इस प्रकार, हम पाते हैं

⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖

⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘

अब, हम 10 धनात्मक टोकन हटा सकते हैं

इस तरह, (9) (10) 19

(e) दिया गया है, (6) (4)

यहाँ, 6 धनात्मक टोकन में से 4 ऋणात्मक टोकन घटाएँ।

लेकिन यहाँ कोई ऋणात्मक टोकन नहीं है। इसलिए, हमने ऋणात्मक और धनात्मक टोकन के अतिरिक्त 4 शून्य जोड़े हटा दिए।

इस प्रकार, हम पाते हैं

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕

⊘ ⊘ ⊘ ⊘

अब, हम 4 ऋणात्मक टोकन हटा सकते हैं

इस तरह, (6) (4) 10

(f) दिया गया है, (2) (7)

यहाँ, 2 ऋणात्मक टोकन से 7 धनात्मक टोकन निकालें। लेकिन कोई धनात्मक टोकन नहीं है जिसे हटाया जा सके। इसलिए हमने ऋणात्मक और धनात्मक टोकन के अतिरिक्त 7 शून्य जोड़े रखें।

इस प्रकार, हम पाते हैं

⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖

⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘ ⊘

अब, हम 7 धनात्मक टोकन हटा सकते हैं

इस तरह, (2) (7) 9

अभ्यास 10.2

1. (a) दोनों संख्याएँ 2 और 2, 0 से समान दूरी पर हैं, 2, 0 के दाईं ओर है और 2, 0 के बाईं ओर है।

(b) एक धनात्मक संख्या सदैव सभी ऋणात्मक संख्याओं से बड़ी होती है।

अत: 10 100

(c) चूँकि 0 के साथ कोई चिन्ह नहीं है, इसलिए 0 का योज्य व्युत्क्रम है।

(d) 2 और 2 के बीच की दूरी

2 (2) 2 2 4 इकाई है।

(e) मान लीजिए x को 19 में जोड़ने पर प्राप्त है।

इसलिए 19 x 10

x 10 19 x 29

अत: 29 को जोड़ना चाहिए।

(f) (12) और (12) के बीच की दूरी

(12) (12)

12 12 24 इकाई है।

2. दिया गया (8) (6)

दी गई संख्या को टोकन के रूप में दर्शाने पर, हमें प्राप्त होता है,

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ + ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕

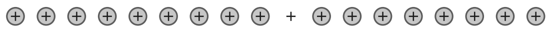
दो समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है।

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕

इस तरह, (8) (6) 14

(b) दिया गया, (9) (8)

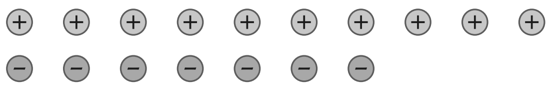
दी गई संख्याओं को टोकन के रूप में दर्शाने पर हमें प्राप्त होता है।



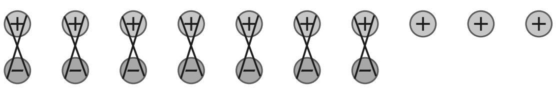
इस तरह (9) (8) 17

(c) दिया गया, (10) (7)

दी गई संख्याओं को टोकन के रूप में दर्शाने पर, हमें प्राप्त होता है।



दो समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है।



इस तरह, (10) (2) 3

(d) दिया गया है (10) (3)

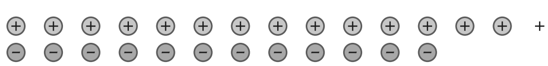
दी गई संख्याओं को टोकन के रूप में दर्शाने पर, हमें प्राप्त होता है।

टोकन के इन दो समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है

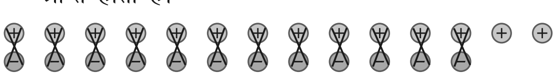
इस (10) (3) 13

(e) दिया गया है, (14) (12)

दी गई संख्याओं को टोकने के रूप में दर्शाने पर, हमें प्राप्त होता है।



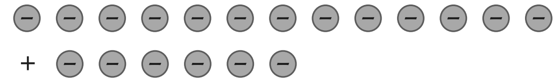
टोकन के इन दो समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है।



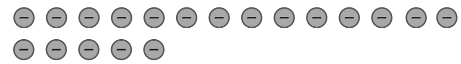
इस तरह (14) (12) 2

(f) दिया गया है (13) (6)

दी गई संख्याओं को टोकने के रूप में प्रस्तुत करने पर, हमें प्राप्त होता है।



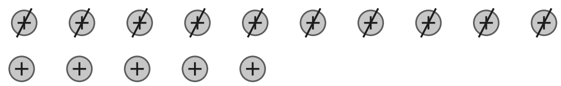
टोकने के इन दो समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है।



इस तरह (13) (6) 19

3. (a) दियसा गया है (15) (10)

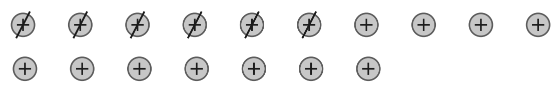
यहाँ, 15 धनात्मक में से 10 धनात्मक घटाएँ।



इस तरह, (15) (10) 5

(b) दिया गया है (17) (6)

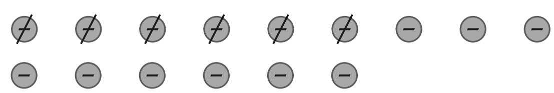
यहाँ, 17 धनात्मक टोकन में से 6 धनात्मक टोकन घटाएँ



इस तरह, (17) (6) 11

(c) दिया गया है (15) (6)

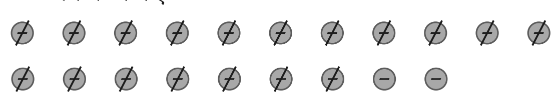
यहाँ, 15 ऋणात्मक टोकन में से 6 ऋणात्मक टोकन घटाएँ



इस तरह, (15) (6) 11

(d) दिया गया है (20) (18)

यहाँ, 20 ऋणात्मक टोकन में से 18 ऋणात्मक टोकन घटाएँ



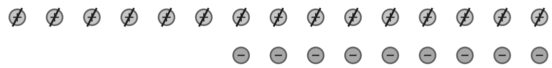
इस तरह, (20) (18) 2

(e) दिया गया (6) (15)

यहाँ, 6 घनात्मक टोकन में से 15 घनात्मक टोकन निकाल लें। लेकिन 6 घनात्मक टोकन में से 15 घनात्मक टोकन निकालने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं है।

तो धनात्मक टोकन के अतिरिक्त 9 शून्य जोड़े और 8 ऋणात्मक टोकन डालें।

अब हम 15 घनात्मक टोकन हटा सकते हैं।

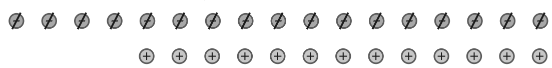


इस तरह,   (6)   (15)   9

(f) (4)   (17)

यहाँ, 4 ऋणात्मक में से 7 ऋणात्मक घटाएँ लेकिन 4 ऋणात्मक में से 17 ऋणात्मक घटाने के लिए पर्याप्त ऋणात्मक टोकन नहीं हैं।

तो ऋणात्मक टोकन और घनात्मक टोकन के अतिरिक्त 13 शून्य जोड़े रखें।

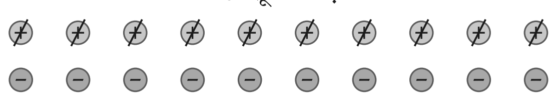


अब, हम 17 ऋणात्मक टोकन हटा सकते हैं।

इस तरह,   (4)   (17)   13

4. (a) दिया गया है, 0   (10)

यहाँ, 0 टोकन में से 10 धनात्मक टोकन निकाल लें। लेकिन 10 घनात्मक टोकन निकालने के लिए कोई टोकन नहीं है इसलिए, धनात्मक और ऋणात्मक टोकन अतिरिक्त 10 शून्य जोड़े रखें।



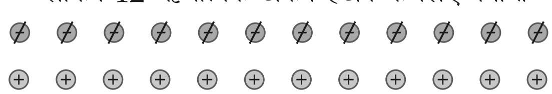
अब हम धनात्मक टोकन तक पहुँच सकते हैं।

इस तरह,   0   (10)   10

(b) दिया गया, 0   (12)

यहाँ, शून्य टोकन में से 12 ऋणात्मक टोकन घटाएँ।

लेकिन 12 ऋणात्मक टोकन हटाने के लिए पर्याप्त

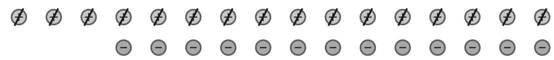


इस तरह,   0   (12)   12

(c) दिया गया (3)   (16)

यहाँ, 3 घनात्मक टोकन में से 16 घनात्मक टोकन घटाएँ

यहाँ, 3 घनात्मक टोकन में से 16 घनात्मक टोकन निकालीने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं। इसलिए, धनात्मक और नेगटिव टोकन के अतिरिक्त 13 जीरो जोड़े डालें।



इस तरह   (3)   (16)   13

(d) दिया यगा (15)   (17)

यहाँ, 15 घनात्मक में से 17 घनात्मक घटाएँ। लेकिन 15 घनात्मक, टोकन में से 17 घनात्मक घटाने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं हैं।

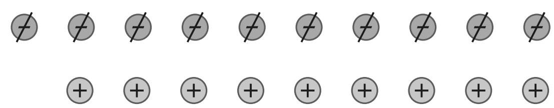
तो घनात्मक टोकन हटा सकते हैं।

इस तरह,   (15)   (17)   2

(e) दिया गया, (1)   (10)

यहाँ, 1 से 10 ऋणात्मक घटाएँ। लेकिन 1 ऋणात्मक टोकन से 10 ऋणात्मक घटाने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं है।

तो, ऋणात्मक और घनात्मक के अतिरिक्त 9 जोड़े रखें।



अब, हम 10 ऋणात्मक टोकन हटा सकते हैं।

इस तरह,   (1)   (10)   9

(f) दिया गया, (19)   (20)

यहाँ, 19 ऋणात्मक में से 20 ऋणात्मक घटाएँ लेकिन 19 ऋणात्मक टोकन में से 20 ऋणात्मक टोकन घटाने के लिए पर्याप्त टोकन नहीं है। इसलिए ऋणात्मक और घनात्मक टोकन की शून्य जोड़ी पर एक अतिरिक्त लगाएँ।

अब, हम 20 ऋणात्मक हटा सकते हैं।

इस तरह,   (19)   (20)   1

प्रश्नावली 10.3

1. दिया है, निकाली गई राशि

₹1, ₹2, ₹4 ₹8, ₹16, ₹32, ₹64 और ₹128

निकाली गई कुल राशि

₹1 + ₹2 ₹4 + ₹8 + ₹16 + ₹32 + ₹64 + ₹28 ₹255

और जमा की गई राशी ₹256

इसलिए, बैंक में शेष राशि

जमा की राशि – निकाली गई राशि

= ₹256 – ₹255 = + ₹1

अत: बैंक खाते में शेष = ₹1

2. बैंक खाते में धनात्मक शेष राशि रखना सामान्यत: अच्छा होता है क्योंकि :

1. अगर हमारे बैंक खाते में ऋणात्मक शेष राशि है, तो बैंक को अतिरिक्त शुल्क देना पड़ता है। अगर हमारे बैंक खाते में धनात्मक शेष राशि है, तो हम इससे बच सकते हैं।

2. हम भविष्य में किसी भी अप्रत्याशित आपदा से निपटने में सक्षम हैं, क्योंकि हमारे पास बैंक में कुछ बचत है।

3. अगर आपके बैंक खाते में बैलेंस धनात्मक है तो यह आपके लिए मददगार हो सकता है जब आप किसी काम या व्यवसाय के लिए बैंक से पैसा उधार लेना चाहें।

कुछ विशिष्ट परिस्थितियाँ हो सकती हैं जहाँ अस्थायी रूप से ऋणात्मक शेष राशि रखने पर विचार किया जा सकता है।

1. अधिकांश बैंक ओवरड्राफ्ट सुरक्षा प्रदान करते हैं जो चेक बाउंस या घोषित लेनदेन से बचने में मदद कर सकता है।

2. यदि आप जानते हैं कि आपके पास जल्द ही बड़ी आय होगी और आपको आवश्यक खरीदारी करनी होगी तो यह अस्थायी ऋणात्मक शेष है।

उपरोक्त विवरण से यह स्पष्ट हो जाता है कि बैंकिग और लेखांकन की दुनिया में शून्य के साथ-साथ धनात्मक और ऋणात्मक दोनों संख्याएँ अत्यंत उपयोगी हैं।

3. ऊँचाइयों के आधार पर घटते क्रम में अनुक्रम A, E, C, G, F, B, D और बढ़ते क्रम का क्रम है; D, B, F, G, C, E, A

4. माउंट एवरेस्ट पृथ्वी पर समुद्र तल से सबसे ऊँचा स्थान है। इसकी समुद्र तल से ऊँचाई 8,848 मीटर है।

5. विश्व में भूमि पर सबसे निचला बिंदु 'मारियाना ट्रेन्च' की तट रेखा है। इस बिंदु की गहराई लगभग 11034 मीटर है।

6. यहाँ पूर्ण ग्रिड हैं।

(a)

–10	–2	16
5		–5
9	2	–7

सीमा योग + 4 है

(b)

6	8	–16
11		–5
–19	–2	19

सीमा योग – 2 है

(c)

7	–4	–7
–2		–5
–9	–3	8

सीमा योग – 4 है

स्पष्टीकरण : लुप्त संख्याओं को यह सुनिश्चित करने के लिए भरा गया है कि प्रत्येक पंक्ति और स्तंभ का योग दिए गए सीमा योग के बराबर है।

(a) पहले ग्रिड में सीमा का योग 4 है। ऊपर की पंक्ति में लुप्त संख्याएँ 2 व 16 हैं और नीचे की पंक्ति में लुप्त संख्याएँ 2 और – 7 है।

बायें कॉलम में लुप्त संख्या 5 है, तथा दायें कॉलम में लुप्त संख्या – 16 और –7 है।

(b) सीमा योग –2 प्राप्त करना।

शीर्ष पंक्ति में लुप्त संख्या – 16 है।

नीचे की पंक्ति में लुप्त संख्याएँ –19 और 19 है।

बाएँ कॉलम में लुप्त संख्या 11 और – 19 है।

दाएँ कॉलम में लुप्त संख्याएँ –16 और 19 हैं।

(c) सीमा योग –4 प्राप्त करना

शीर्ष पंक्ति में लुप्त संख्याएँ –4 और –7.

नीचे की पंक्ति में लुप्त संख्याएँ –9 और –3 और 8 हैं। बायें कॉलम में लुप्त संख्याएँ –2 और –9 हैं।

दाएँ कॉलम में लुप्त संख्याएँ –7 और 8 और है।

7. (a) 0 और – 7 के बीच बढ़ते क्रम में पूर्णांक हैं।

6, 5, 4, 3, 2, 1.

(b) 4 और 4 के बीच बढ़ते क्रम में पूर्णांक

3, 2, 1, 0, 1, 2, 3.

(c) 8 और 15 के बीच बढ़ते क्रम में

14, 13, 12, 11, 10, 9.

(d) 30 और 23 के बीच बढ़ते क्रम में पूर्णांक

29, 28, 27, 26, 25, 24 है।

8. तीन संख्याएँ जिनका योग 8 है वे 6, 5 और 3 हैं।

9. दिए गए दो पासों के फलकों पर समान संख्या 1, 2, 3, 4, 5, 6 हैं सबसे पहले हम दोनों पासों को उछालने पर संभावित संख्याएँ ज्ञात करेंगे। सबसे पहले हम दो ऋणात्मक संख्याओं का योग सूचीबद्ध करते हैं।

(1) (1) 2

(1) (3) 4

(1) (5) 6

(3) (3) 6

(3) (5) 8

और (5) (5) 10

दूसरे, हम एक ऋणात्मक और एक धनात्मक संख्या का योग सूचीबद्ध करते हैं।

(1) 2 1 (1) 4 3

(1) 6 5 (3) 2 1

(3) 4 1 (3) 6 3

(5) 2 3 (5) 4 1

(5) 6 1

अब, हम दो धनात्मक संख्याओं का सूची योग ज्ञात करते हैं।

2 2 4 2 4 6

2 6 8 4 4 8

4 6 10 6 6 12

अब, सभी योग संभावित संख्या अनुक्रमों को बढ़ते क्रम में सूचीबद्ध करें।

10, 8, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12

अत: –10 और +12 के बीच असंभव संख्याओं का योग 9, 7, 5, 0, 2, 7, 9 और 11 है।

10. (a) 8 13 5

(b) (8) (13) 8 13 5

(c) (13) (8) 13 8 5

(d) (13) (8) 21

(e) (8) (13) 5

(f) (8) (13) 8 13 5

(g) 13 8 5

(h) 13 (8) 13 8 21

11. (a) वर्तमान वर्ष 2025 है, इसलिए वर्ष 2025 से 150 वर्ष पूर्व 2025 150 1875 यह वर्ष 1874 था।

(b) वर्तमान वर्ष 2025 है, अत: वर्ष 2025 से 2200 वर्ष पूर्व 2025 2200 175

अत: यह 175 का वर्ष था।

लेकिन वर्ष की गणना ऋणात्मक रूप में नहीं की जा सकती।

इस प्रकार, वर्ष –175, 176 ईसा पूर्व (सामान्य युग से पहले) के अनुरूप है।

इस प्रकार, 2200 वर्ष पूर्व, यह वर्ष 176 ई. पू. था।

(c) हम ईसा मसीह के जन्म वर्ष को शून्य वर्ष मान सकते हैं। इस प्रकार, वर्ष 680 ईसा पूर्व को –680 के रूप में लिखा जा सकता है।

इसलिए, 320 ईसा पूर्व से पहले का वर्ष अक्सर

680 320 360 360 ईसा पूर्व होता है।

12. (a) दी गई दो क्रमागत संख्याओं के बीच का अंतर है।

(34) (40) (34) 40 6

और (28) (34) 28 34 6

अत: अगले तीन पद (22) 6 (16)

(16) 6 10 और (10) 6 4

अत: अनुक्रम है (40), (34), (28), (22),.

(16), (10), (4)

(b) विषम स्थानों के अंक

3, 2, 1, 0   1 कम होते जाना

1, 2, 3 (अगली संख्याएँ)

सम स्थानों के अंक   4, 5, 6, 7   1 बढ़ते जाना

8, 9, 10 अगली संख्याएँ

अत: नया अनुक्रम

3, 4, 2, 5, 1, 6, 0, 7, 1, 8, 2, 9, 3, 10

(c) अनुक्रम में, अनुक्रम के 2 क्रमागत पदों के बीच का अंतर ..., ..., 12, 6, 1, 3, 6, ..., ..., ...

6 12   6

1 6   5

(3) 1   4

(6) (3)   6 3   3

इसलिए, अनुक्रम की दो लगातार संख्याओं के बीच का अंतर –1 से घट रहा है। दो समूहों के पहले, दूसरे जोड़े का अंतर –7 और –8 होना चाहिए।

अब, मान लें कि अनुक्रम की पहली संख्या

इस प्रकार, 12 y 7

y 12 7 19

और   19 x 8 x 19 8 27

अनुक्रम 27, 19, 12, 6, 1, (3), (6) के रूप में होता है।

इस तरह, हम अगले तीन पद

a (6)   2 a 2 6   8

b (8)   1 b 1 8   9

c (9) 0 c 9

अत: दिए गए क्रम है:

27, 19, 12, 6, 1, (3), (6), (8), (9), (9)

13. कार्ड नीचे दिए अनुसार चुने जा सकते हैं।

(7) (18) (5) (7) (18)

5   30

14. (a) (धनात्मक)   (ऋणात्मक)

किसी ऋणात्मक संख्या को घटाना उसके धनात्मक प्रतिरूप को जोड़ने के समान है।

इस प्रकार, यह हमेशा धनात्मक होगा। उदाहरण के लिए: (100) (100) 100 (100)   200

(b) (धनात्मक) + (ऋणात्मक)

परिणाम दिए गए अंकों के मान पर निर्भर करता है। यदि ऋणात्मक का निरपेक्षमान अधिक है तो ऋणात्मक होगा अन्यथा धनात्मक और ऋणात्मक बराबर है तो 0 होगा उदाहरण के लिए:

(800) (900)   100

(800) (700) 100

(800) (800) 0

(c) (ऋणात्मक) + (ऋणात्मक)

दो ऋणात्मक संख्याओं का योग हमेशा एक ऋणात्मक संख्या होती हैं उदाहरण के लिए

(800) (800)   1600

(d) (ऋणात्मक)   (ऋणात्मक)

किसी ऋणात्मक संख्या को घटाना उसके धनात्मक भाग को जोड़ने के समान ही है। इसका परिणाम दी गई संख्या के निरपेक्ष मान पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए :

(500) (700) (500) 700   200

(600) (400) (600) 400   200

(800) (800) (800) 800 0

(e) (ऋणात्मक)   (धनात्मक)

एक धनात्मक संख्या को घटाना, उसके ऋणात्मक भाग को जोड़ने के समान है, इसलिए परिणाम हमेशा ऋणात्मक होता है, उदाहरण के लिए,

(800) (800)   800 (800)   1600

(f) (ऋणात्मक) + (धनात्मक)

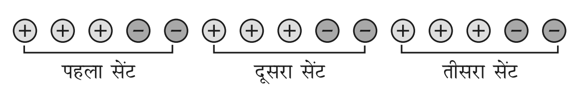
परिणाम घटाए गई संख्या के निरपेक्ष मान पर निर्भर

(555) (450)   105   (ऋणात्मक)

(332) (400)   68   (धनात्मक)

(350) (350) 0   (शून्य)

15.



लड़ी में कुल 100 टोकन हैं जो सेट में विभाजित हैं। प्रत्येक सेट में पाँच टोकन हैं, तीन धनात्मक और दो ऋणात्मक इस प्रकार लड़ी में $\frac{100}{5}$ 20 सेट है।

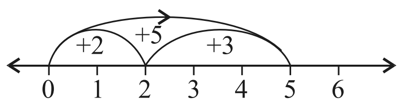
सेट का मान (3) (2) 1

अत: लड़ी का कुल मान = एक सेट का मान सेटों की संख्या 1 20 20

16. हाँ, बेला के नियम निर्माण या संख्या रेखा के संदर्भ में ब्रह्मगुप्त के प्रत्येक नियम का उपयोग नीचे दिए अनुसार किया जा सकता है:

(i) दो धनात्मक संख्याओं को जोड़ने पर एक धनात्मक संख्या प्राप्त होता है।

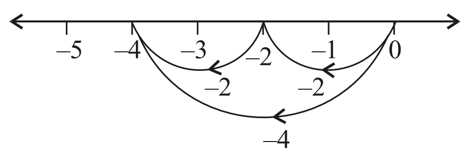
यदि हम दूसरी मंजिल से शुरू करते हैं और 3 मंजिल ऊपर जाते हैं, तो हम 5वीं मंजिल पर पहुँचते हैं। अत: (2) (3) 5



(ii) दो ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ने पर परिणाम प्राप्त होता है।

यदि हम भूतल से 2 मंजिल नीचे (–2) से शुरू करते हैं और 2 मंजिल और नीचे (–2) जाते हैं, तो हम भूतल से 4 मंजिल नीचे (–4) पहुँच जाते हैं।

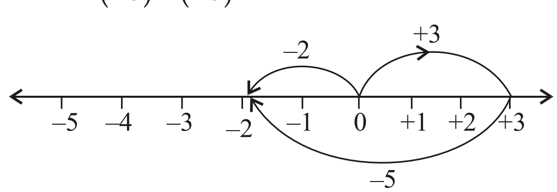
अत: (2) (2) 4



(iii) बड़े निरपेक्ष मान में से छोटे निरपेक्ष मान को घटाएँ और बड़े निरपेक्ष मान का चिह्न रखें।

यदि हम भूतल से ऊपर तीसरे तल से शुरू करते हैं और 5 मंजिल नीचे पहुँच जाते हैं।

अत: (3) (5) 2

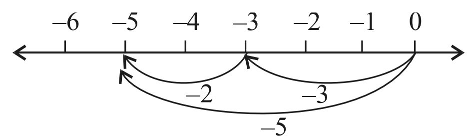


(iv) एक ऋणात्मक संख्या से एक धनात्मक संख्या घटाना दो संख्याओं को जोड़ने और ऋणात्मक चिह्न रखने के समान है।

अगर हम ग्राउंड फ्लोर से 3 मंजिल नीचे हैं (3) और 2 मंजिल और नीचे चले जाते हैं तो हम ग्राउंड फ्लोर से 5 मंजिल नीचे (5) पहुँच जाते हैं। संख्या रेखा पर

3 2 5

इसी प्रकार, हम सभी नियमों को स्वयं के उदाहरण सहित समझ सकते हैं।



अभ्यास 10.3

1. भव्य ने अपना बैंक खात ₹0 से शुरू किया। उसके खाते में क्रमश: जमा राशि ₹2000, ₹5000 और ₹7000 है। जमा राशि कुल मूल्य ₹2000 ₹5000 ₹7000

₹14000

भव्य के डेबिट ₹6000, ₹8000 और ₹9000 है

₹23000

तो भव्य के बैंक खाते में शेष राशि

जमा राशि – निकाली गई राशि

₹14000 ₹23000

₹9000

अत: भव्या रके बैंक खाते का शेष ₹9000

2. श्रुति के खाते में जमा राशि ₹3000, ₹2000, ₹5000, ₹10000 और ₹1000 ₹21,000

निकाली गई राशि ₹7000 और ₹4000

निकाली गई कुल राशि

₹7000 ₹4000 ₹11000

इसलिए वर्ष के बाद श्रुति के बैंक खाते की शेष राशि

= जमा राशि–निकली गई राशि

₹21000 ₹11000

₹10000

श्रुति के बैंक खाते की शेष राशि ₹10000

3.

(a)

8	–21	6
–18		–14
3	–11	1

(b)

–5	1	–2
–9		4
8	–6	–8

(c)

5	2	–8
–7		3
1	–6	4

(d)

8	–11	9
–5		–2
3	4	–1

(e)

–16	5	6
7		0
4	2	–11

(f)

2	5	–10
–9		–1
4	–15	8

4. दो पासों के चेहरों पर समान संख्याएँ हैं: 1, 2,3, 4,5, 6. सबसे हपले हम दोनों पासों को उछालने पर संभावित संख्याएँ। ज्ञात करेंगे। सबसे पहले हम दो ऋणात्मक संख्याओं का योग सूचीबद्ध करते हैं,

(2) (2) 4 (2) (4) 6
(2) (6) 8 (4) (4) 8
(4) (6) 10 (6) (6) 12

दूसरे, हम एक ऋणात्मक और एक घनात्मक का योग सूचिबद्ध करते हैं।

2 1 1 2 3 1
2 5 3 4 1 3
4 3 1 4 5 1
6 1 5 6 3 3
6 5 1

अब, हम दो घनात्मक साथाओं के योग की सूची ज्ञात करते हैं।

1 1 2 1 3 4
1 5 6 3 3 6
3 5 8 5 5 10

अब, बढ़ते क्रम में सभी संभावित संख्या अनुक्रमों को सूचीबद्ध करें।

(1), (3), (4), (5), (6), (8), (10), (12), 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10

अत: (12) और 10 के बीच

(11), (9), (7), (2), 0, 5, 7 और 9 है।

5. एक काले टोकन का मूल्य (5)

तो 5 काले टोकन का मूल्य 5 5 25

एक लाल टोकन का मूल्य 8

तो लाल टाकन का मूल्य 8 4 32

एक सफेद टोकन का मूल्य 3

तो सात सफेद टोकन का मूल्य 3 7 21

एक हरे टोकन का मूल्य 6

तो 4 हरे टोकन का मूल्य 6 4 24

एक बैग में टोकन का कुल मूल्य

(25) (32) (21) (24)

(53) (46)

(53) (46) 4

30 बैग का कुल मूल्य 4 30 120

अत स्टोर में टोकनों का कुल मूल्य 120

विविध प्रश्नावली

1. (5) 8 3

2. घटाना ( )

3. सत्य, 3238 6511

4. बड़ी संख्या का चिह्न

5. सत्य

6. (a) (–), (b) (+), (c) (–), (d) (–)

7. प्रश्न में दिए गए अंकों पर वृत्त खींचिए।

8. (a) >, (b) <, (c) <, (d) >

9. 1

10. (a) (11) (12) 23

(b) (10) (4) 14

(c) (32) (25) 57

(d) (23) (40) 63

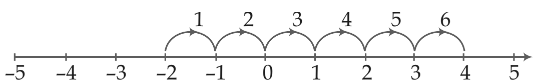
11. (a) (7) (8) 1

(b) (9) (13) 4

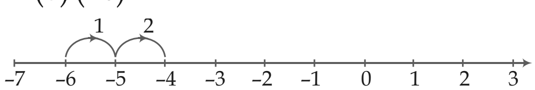
(c) (7) (10) 3

(d) (12) (7) 5

12. (a) (2) 6



(b) (6) 2



छात्र ऐसे और भी प्रश्न बना सकते हैं।

13. (a) (7) (11) 4

(b) (13) (10) 3

(c) (7) (9) 2

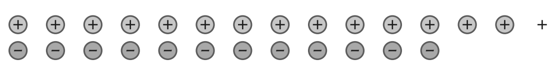
(d) (10) (5) 5

14. 4, 7, 0, 1, 2, 3, 6

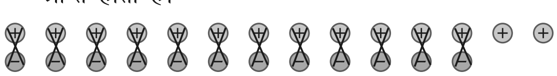
घटते क्रम में, यह होगा 7, 3, 0, 2, 4, 6

15. (a) दिया गया है, (14) (12)

दी गई संख्याओं को टोकने के रूप में दर्शाने पर, हमें प्राप्त होता है।



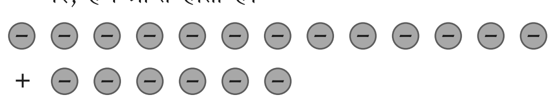
टोकन के इन दो समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है।



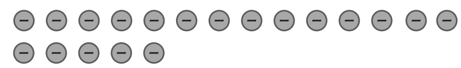
इस तरह (14) (12) 2

(b) दिया गया है (13) (6)

दी गई संख्याओं को टोकने के रूप में प्रस्तुत करने पर, हमें प्राप्त होता है।



टोकने के इन दो समूहों को संयोजित करने पर, हमें प्राप्त होता है।

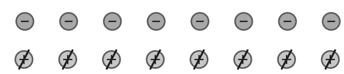


इस तरह (13) (6) 19

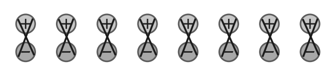
(c) दिया गया है, (8) (8)

यहाँ, 8 ऋणात्मक टोकन में से 8 ऋणात्मक टोकन निकाल लें। लेकिन सेट में निकालने के लिए कोई ऋणात्मक नहीं है। इसलिए हमने ऋणात्मक और धनात्मक टोकन के 8 अतिरिक्त शून्य जोड़े डाल दिए

इस प्रकार, हम पाते हैं।



अब, हम 8 ऋणात्मक टोकन हटायेंगे। इसलिए



(8) (8) 0

(d) दिया गया है, (12) (6)

यहाँ, 12 घनात्मक टोकन में से 6 ऋणात्मक टोकन निकाल दें। लेकिन सेट में निकालने के लिए कोई ऋणात्मक टोकन नहीं हैं। इसलिए, हमने घनात्मक और ऋणात्मक टोकन के अतिरिक्त 6 शून्य जोड़े डाल दिए

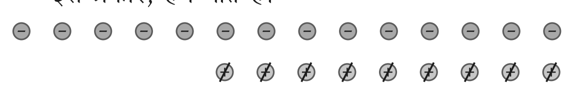
अब, हम 6 ऋणात्मक टोकन निकाल सकते हैं इसलिए, (12) (6) 18

16. (a) दिया गया है, (5) (9)

यहाँ, 5 ऋणात्मक टोकनों में से 9 घनात्मक टोकन घटाएँ।

लेकिन सेट में निलालने के लिए कोई घनात्मक टोकन नहीं है, इसलिए हमने ऋणात्मक और घनात्मक टोकन के अतिरिक्त 9 शून्य जोड़े डाल दिए।

इस प्रकार, हम पाते हैं।



अब, हम 9 घनात्मक टोकन निकाल सकते हैं।

इस तरह, (5) (9) 14

(b) दिया गया है।, (8)   (7)

यहाँ 8 घनात्मक टोकने में से 7 ऋणात्मक टोकन घटाएँ। लेकिन सेट में निकालने के लिए कोई घनात्मक टोकन नहीं है। इसलिए, हमने ऋणात्मक और घनात्मक टोकन के अतिरिक्त 7 शून्य जोड़े रखें।

इस प्रकार, हम पाते हैं।

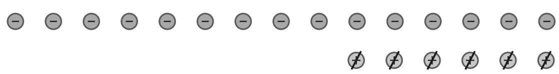
हैं अतः, (8)   (7)   15

(c) दिया गया है, (9)   (6)

यहाँ, 9 ऋणात्मक टोकन में से 6 घनात्मक टोकन निकालिए। लेकिन सेट में टोकन निकालने के लिए कोई घनात्मक टोकन नहीं है।

इसलिए, हमने ऋणात्मक और धनात्मक टोकनों के अतिरिक्त 6 शून्य जोड़े डाल दिए।

इस प्रकार, हम पाते हैं।



इसलिए, (9)   (6)   15

(d) दिया गया, (10)   (10)

यहाँ 10 ऋणात्मक टोकन में से 10 घनात्मक टोकन घटाएँ। लेकिन सेट में कोई भी घनात्मक टोकन नहीं है जिसे हटाया जा सके। इसलिए हमने ऋणात्मक और घनात्मक टोकन के अतिरिक्त 10 शून्य जोड़े रखें।

अब, हम 10 घनात्मक टोकन हटा सकते हैं।

इस तरह,   (10)   (10)   20

17. केरल में कुट्टनाड (कुट्टनाड) भारत का सबसे निचला स्थल है। इसकी ऊँचाई –2.2 मीटर है।

18. माउंट K2, काराकोरम पर्वतमाला, समुद्र तल से 8611 मीटर ऊपर।

19. तिब्बती पठार, समुद्र तल से 4500 मीटर ऊपर।

20. (i) (a)   (ii) (d)   (iii) (c)

21. (i) (b) 5   (ii) (c) –8

(iii) (a) –14   (iv) (c) –13

(v) (b) –5 – 4 – 3 – 2 – 1 + 0 + 1 + 2 + 3

= –9

22.

○ + △ = 8

○ – △ = 4

2 ○ = 12

इन दोनो को जोड़ने पर

= 2 ○ = 12   ○ = $\frac{12}{2}$ = 6

○ = 6

और 6 + △ = 8

इसलिए, △ = 8 – 6 = 2

△ = 2

☆ – □ = □

☆ = □ + □ = 2 □

□ + ☆ = 12

□ + 2 □ = 12

3 □ = 12

□ = 4

यहाँ, 2 + ☆ = 12

☆ = 8

अब, △ + ○ – ☆ + □

= 2 + 6 – 8 + 4

= 4

❑❑❑